

Modélisation d'une machine brushless

cas d'étude : Moteur Maxon EC Flat-90

Table des matières

1.Modélisation de la machine en régime sinusoïdal.....	2
1.1.Contexte d'une commande sinusoïdale	2
1.2.Expression de la constante de couple KCS	2
1.3.Expression de la constante de vitesse KVS	4
1.4.Vérification des constantes par un bilan de puissance	4
1.5.Courant maximum admissible.....	5
2.Modélisation de la machine en commande par blocs.....	6
2.1.Expression de la constante de couple KCB	7
2.2.Expression de la constante de vitesse KVB	8
2.3.Vérification des constantes par un bilan de puissance	8
2.4.Courant maximum admissible.....	8
3.Les données constructeurs : Maxon EC flat 90W.....	9
3.1.Analyse des données constructeur	9
3.2.Comparaisons des modes commandes par bloc / commande vectorielle	10
4.La détection de position	11
4.1.Contexte de la commande par bloc.....	11
4.2.Contexte de la commande sinusoïdale (vectorielle).....	12

1. Modélisation de la machine en régime sinusoïdal

1.1. Contexte d'une commande sinusoïdale

On rappelle le contexte de ce mode de fonctionnement :

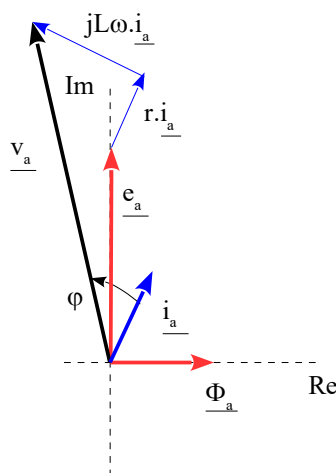
- le moteur est attaqué en tension par un réseau de tensions triphasées (les phases du moteurs sont supposées câblées en étoile),
- le champ statorique tourne uniformément à la vitesse $\omega = p\Omega$, ω étant la pulsation électrique des tensions, Ω la vitesse de rotation du rotor, p le nombre de paires de pôles,
- le moteur est considéré à répartition sinusoïdale, à pôles lisses ($L_d = L_q = L$),
- on applique le modèle de *Behn-Eschenburg* :

$\underline{v}_a = \underline{e}_a + j.L.\omega.\underline{i}_a + R.\underline{i}_a$ où R est la résistance de la phase a , L est l'inductance cyclique (qui tient donc compte des deux mutuelles des deux autres courants), et e_a est la tension induite dans la phase a par le rotor tournant.

- La convention choisie pour le moteur est la convention récepteur (moteur). Dans ces conditions, le flux Φ_a est en retard sur $\underline{e}_a$: $\underline{e}_a(t) = \frac{+d\Phi_a}{dt}$,
- Enfin, la commande du moteur est complexe : c'est la **commande vectorielle**. Elle permet de régler l'angle entre courant et flux de manière à optimiser le fonctionnement du moteur.

Une représentation de Fresnel peut être faite pour une pulsation donnée (amplitudes crête représentées) :

Fig 1.1: Diagramme de Fresnel de la machine synchrone



1.2. Expression de la constante de couple K_{CS}

Le but ici est d'exprimer le couple Γ en fonction de l'amplitude du courant d'une phase, $\hat{I}_S$, c'est à dire d'exprimer : $\Gamma = f(\hat{I}_S)$ étant bien entendu que les 3 courants sinusoïdaux participent à la création de ce couple.

Nb : S dans $\hat{I}_S$ pour évoquer la commande *sinusoïdale*.

Les courants triphasés explicités ci-dessous, et parcourant les 3 bobines a, b et c disposées comme le montre la figure 1.2a donnent naissance à un *moment magnétique* tournant dans le stator noté $\vec{M}_s$ à la fréquence du réseau de courants triphasés (on ne fait pas la démonstration, on considère ce résultat).

$$i_a = \hat{I}_s \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$i_b = \hat{I}_s \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c = \hat{I}_s \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

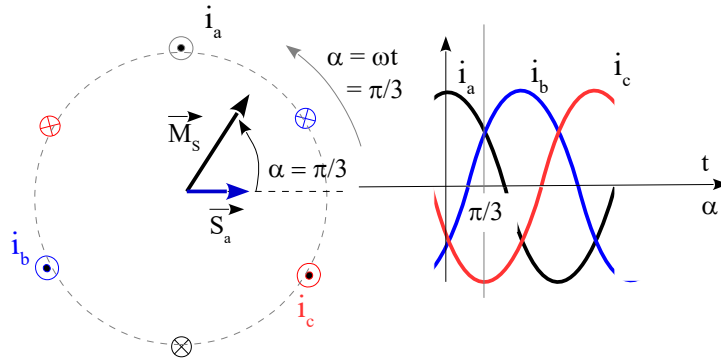


Fig 1.2a : vue simplifiée d'un stator du portant les 3 phases du moteur. est Moment magnétique tournant

Fig 1.2b : Réseau de courant triphasés alimentant les 3 phases a b et c du moteur

On démontre que le module du moment magnétique est

$$\|\vec{M}_s\| = M_s = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I}_s \quad \text{où :}$$

n est le nombre de spires de chacune des bobines,
 S est la surface d'une bobine,

Remarque : une phase est constituée de plusieurs bobines. Dans l'illustration qui est faite, on simplifie grandement les choses puisque une phase correspond à une seule bobine, elle-même représentée par une seule spire.

Lorsque le moteur est contrôlé par une commande vectorielle, l'angle ξ entre le moment magnétique $\vec{M}_s$ et le champ magnétique rotorique $\vec{B}_r$ (aimant permanent, représenté de manière très simpliste sur la figure 1.3) est maintenu constant à chaque instant.

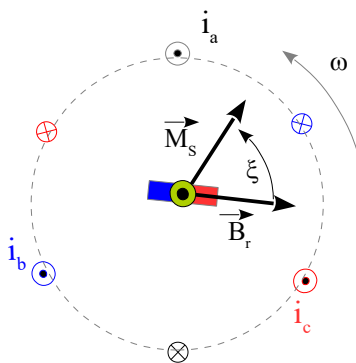


Fig 1.3 interaction entre moment magnétique statorique et champ magnétique rotorique

Les courants créent $\vec{M}_s$. Celui-ci attire $\vec{B}_r$ dans sa rotation.
 On démontre que le couple moteur est :

$$\vec{\Gamma} = \vec{B}_r \wedge \vec{M}_s \quad (\text{représenté en vert sur la figure 1.3})$$

En réalité, la machine possède p paires de pôles, l'interaction magnétique est donc répétée p fois. Le module du couple s'écrit donc :

$$\Gamma = \frac{3}{2} \cdot p \cdot n \cdot S \cdot \hat{I}_s \cdot \hat{B} \sin(\xi)$$

En remarquant que $\hat{\Phi} = n S \hat{B}$ on obtient $\Gamma = \frac{3}{2} p \hat{\Phi} \hat{I}_s \sin(\xi)$

Pour un couple donné, on cherche à minimiser l'amplitude du courant. Ainsi la commande vectorielle fera en sorte de maintenir $\xi = \frac{\pi}{2}$. De cette manière on obtient :

$$\Gamma = \frac{3}{2} p \hat{\Phi} \hat{I} \quad (\text{eq. 1.1})$$

En faisant apparaître la constante de couple en régime sinusoïdal, $K_{CS} = \frac{3}{2} p \hat{\Phi}$ (eq 1.2), on écrit :

$$\Gamma = K_{CS} \hat{I}_S \quad (\text{eq. 1.3}) \quad K_{CS} \text{ en } [\text{N.m.A}^{-1}]$$

1.3. Expression de la constante de vitesse K_{VS}

Ici, nous restons dans le contexte du diagramme de Fresnel de la figure 1.1. La tension recherchée est l'amplitude de la tension simple $e_a(t)$ (cf fig 1.1). C'est la *fcem* (*bmf* en anglais) sinusoïdale du moteur. Elle est déterminée très simplement par la loi de Faraday : $e_a(t) = \frac{+d\Phi_a}{dt}$. Considérant que le moteur tourne à une vitesse de rotation Ω , avec p paires de pôles, le flux a une pulsation p fois plus grande $\Phi_a(t) = \hat{\Phi} \cos(p\Omega t)$ donc

$$e_a(t) = -\hat{\Phi} p \Omega \sin(\Omega t) \quad \text{soit} \quad \hat{e}_a = p \hat{\Phi} \Omega, \quad \text{on en déduit la constante de vitesse :}$$

$$K_{VS} = p \hat{\Phi} \quad [\text{V.S}] \quad (\text{eq 1.4}) \quad \text{et} \quad \hat{e}_a = K_{VS} \Omega \quad (\text{eq 1.5})$$

NB : on peut aussi exprimer K_{VS} en fonction de l'amplitude de la tension composée :

$$K_{VS\text{composé}} = \sqrt{3} p \hat{\Phi} \quad [\text{V.S}] \quad (\text{eq 1.6}) \quad \text{et} \quad \hat{e}_{ab} = K_{VS\text{composé}} \Omega \quad (\text{eq 1.7})$$

1.4. Vérification des constantes par un bilan de puissance

Dans cette commande on suppose que $\underline{i}_a$ et $\underline{\Phi}_a$ sont orthogonaux. Cela signifie que $\underline{i}_a$ et $\underline{e}_a$ sont colinéaires et de même sens (cf fig 1.1, en imaginant cette position particulière).

$$\text{On en déduit la puissance électromagnétique en triphasé : } P_{em} = 3 e_{aeff} i_{aeff} \cos(0) = \frac{3}{2} \hat{e}_a \hat{i}_a = \frac{3}{2} \hat{e}_a \hat{I}_S$$

La puissance convertie donne du point de vue mécanique :

$$P_{méca} = \Omega \cdot \Gamma = \frac{\hat{e}_a}{p \hat{\Phi}} \cdot \frac{3}{2} p \hat{\Phi} \hat{I}_S = \hat{e}_a \cdot \frac{3}{2} \hat{I}_S. \quad \text{On retrouve bien } P_{méca} = P_{em}$$

1.5. Courant maximum admissible

Prenons comme point de départ la puissance par effet joule maximale admissible, P_{JMAX} . Dans ce régime, chaque phase est parcourue par un courant sinusoïdal d'amplitude $\hat{I}$ ce qui donne une perte joule par

phase $P_{jpha} = R i_{eff}^2 = R \frac{\hat{I}_s^2}{2}$ soit en tout $P_{jT} = \frac{3}{2} R \hat{I}_s^2$.

Le courant crête admissible est donc $\hat{I}_s = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_{JMAX}}{R}}$ (eq. 1.8)

2. Modélisation de la machine en commande par blocs

La machine brushless en commande par blocs est à considérer en association avec son convertisseur de puissance. Le contrôleur est régi par une loi de commande très simple : il s'agit d'alimenter 2 phases (la troisième est laissée libre) par un hacheur 4Q. Les 3 capteurs à effets Hall, répartis à 120° électriques les uns des autres fournissent une position absolue par multiples de 60° (il existe 6 *secteurs*). Le choix des deux phases à alimenter est fonction de la combinaison que donnent les 3 capteurs.

Finalement, le contrôleur et l'onduleur triphasé ont ici deux rôles :

- définir les deux bras actifs, donc le hacheur *4 quadrants actif*, en fonction du *secteur défini* par les capteurs : c'est le rôle du collecteur d'une machine à courant continu qui posséderait 6 lames dans son collecteur, on peut donc dire que l'ensemble joue le rôle de «*collecteur électronique*» d'où l'appellation brushless,
- ajuster la tension moyenne appliquée aux phases du moteur.

L'ensemble se représente comme ceci :

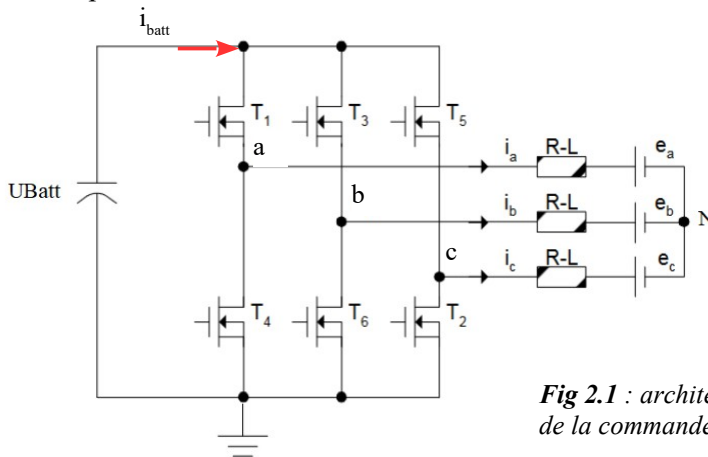


Fig 2.1 : architecture de l'ensemble de la commande par blocs

En première approximation, nous pouvons considérer que les courants i_a , i_b et i_c ont des formes strictement carrées (les inductances du moteur lissant le courant). L'amplitude de ces courants est notée I_B (pour **B**loc). Les 3 potentiels a , b et c sont les sorties de l'onduleur, les points d'entrée de chaque phase. Chaque phase sera modulée par un signal de la forme :

$$i = \frac{U_{Batt}}{2} + \hat{\alpha}_i \cdot U_{Batt} \quad \text{où } \hat{\alpha}_i \text{ varie dans l'intervalle }] -0,5 ; 0,5 [.$$

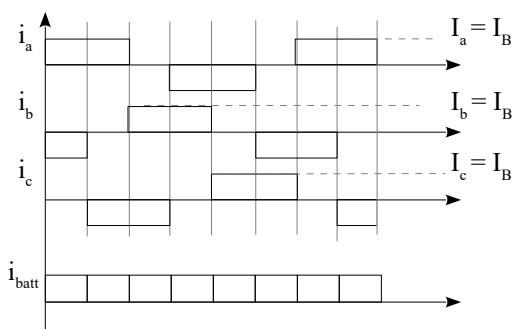


Fig 2.2a : Allure des courants mis en jeu dans la commande par blocs

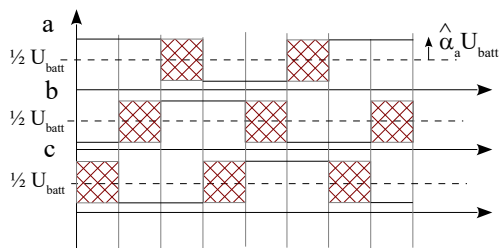


Fig 2.2b : Tensions imposées en sorties de l'onduleur. Les zones hachurées correspondent à un état haute impédance du bras considéré

2.1. Expression de la constante de couple K_{CB}

Nous cherchons l'expression $\bar{\Gamma} = K_{CB} I_B$ avec $\bar{\Gamma}$ le couple moyen du moteur, I_B le courant DC qui circule dans deux phases lors de la conduction d'un secteur angulaire de 60° (cad un des 6 blocs).

Lorsqu'un courant continu I_B traverse simplement 2 phases du moteur, par exemple la phase a (courant entrant) et la phase b (courant sortant), un moment magnétique est créé. C'est la somme vectorielle du moment magnétique créé par la phase a et par la phase b :

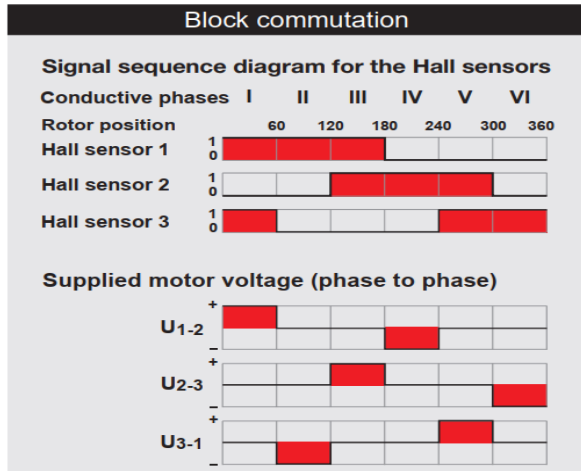


Fig 2.4 : Diagramme de conduction dans la commande par blocs

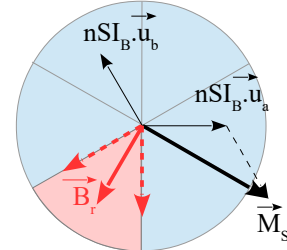


Fig 2.3: vecteurs unitaires des surfaces a et b, moment magnétique résultant

$\vec{M}_s = \vec{M}_{sa} - \vec{M}_{sb} = n \cdot S \cdot I_B (\vec{u}_a - \vec{u}_b)$, $\vec{u}_a$ et $\vec{u}_b$ étant les vecteurs unitaires associés aux deux vecteurs surfaces $\vec{S}_a$ et $\vec{S}_b$.

On obtient donc, un moment statorique dont le module est : $\|\vec{M}_s\| = M_s = \sqrt{3} \cdot n \cdot S \cdot I_B$

NB : B dans I_B pour traduire la commande par Bloc

Dans la commande par bloc, il existe 6 positions possibles pour le vecteur $\vec{M}_s$. Sur la figure 2.3, on illustre une de ces positions, correspondant à l'entrée du courant par la phase a et sortant par la b. Au niveau du rotor, 6 secteurs sont identifiés (grâce au capteurs à effet hall). Sur la figure 2.3, on identifie le secteur du rotor pour lequel la configuration de $\vec{M}_s$ est optimale : lorsque $\vec{B}_r$ est au milieu du secteur, il se situe exactement à $\pi/2$ arrière par rapport à $\vec{M}_s$. Le couple est alors maximum :

$$\Gamma_{Max} = \sqrt{3} \cdot p \cdot n \cdot S \cdot I_B \hat{B}_r = \sqrt{3} \cdot p \hat{\Phi} I_B \quad (\text{eq. 2.1})$$

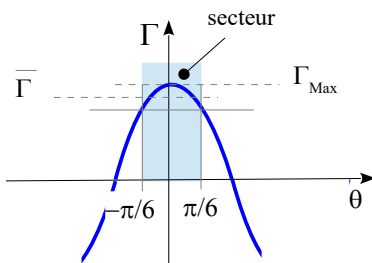


Fig 2.5 : courbe de couple dans un secteur angulaire centrée sur 0°

Durant le parcours du rotor entre le début et la fin d'un secteur, le couple évolue comme le montre la figure 2.5.

Le couple moyen sur le secteur est $\bar{\Gamma} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot p \hat{\Phi} I_B$ (eq. 2.2)

soit $\bar{\Gamma} = K_{CB} I_B$ avec $K_{CB} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cdot p \hat{\Phi}$ (eq. 2.3)

On rappelle la commande sinus (eq 1.2) : $K_{CS} = \frac{3}{2} p \hat{\Phi}$ soit

$$K_{CS} = \frac{3}{2} p \hat{\Phi} = \frac{1}{2} K_{CB} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \quad \text{soit} \quad K_{CS} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} K_{CB}.$$

2.2. Expression de la constante de vitesse K_{VB}

Durant une phase de commutation, le moteur est connecté entre deux phases, par exemple entre a et b. La f_{cem} produite est à ce moment là la tension $e_{ab}(t)$. Cette tension possède la même forme que celle du couple de la figure 2.5 : la tension passe par son maximum en milieu de secteur. On déduit donc de (eq 1.4) et sur le secteur de conduction où le courant entre par a et sort de b :

$$\hat{e}_{ab} = \sqrt{3p} \hat{\Phi} \Omega$$

De la même manière que pour le couple, la tension est ondulée par pas de 60°, on arrive donc à exprimer la valeur moyenne de la tension entre phase :

$$\overline{e}_{ab} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} p \hat{\Phi} \cdot \Omega \quad (\text{eq.2.4}) \text{ on en déduit}$$

$$\overline{e}_{ab} = K_{VB} \Omega \quad \text{avec} \quad K_{VB} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} p \hat{\Phi} = K_{CB} \quad (\text{eq.2.5})$$

NB : les deux constantes sont donc égales, comme pour une machine à courant continu.

On rappelle en commande sinusoïdale : $K_{VS} = p \hat{\Phi}$ soit $K_{VS} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} K_{VB}$

2.3. Vérification des constantes par un bilan de puissance

Telle une machine à courant continu, la puissance électromagnétique est donnée par (étant entendu que le courant I_B et la tension entre phases sont les mêmes pour les 6 secteurs angulaires) :

$$P_{em} = \overline{e}_{ab} \cdot I_B = K_{VB} \cdot \Omega \cdot I_B = K_{VB} \cdot \Omega \cdot \frac{\bar{\Gamma}}{K_{CB}} = \Omega \cdot \bar{\Gamma} = P_{meca}$$

Le bilan est donc cohérent.

2.4. Courant maximum admissible

Repartons encore de la puissance par effet joule maximale admissible, P_{JMAX} . Sur la figure 2.2a, on peut voir l'allure des courants. La puissance consommée dans la phase a est donc $P_{jpha} = \frac{2}{3} R I_B^2$. Pour l'ensemble la puissance joule dissipée est donc $P_{JT} = 2 R I_B^2$, on en déduit :

$$I_B = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{P_{JMAX}}{R}} \quad (\text{eq.2.6})$$

3. Les données constructeurs : Maxon EC flat 90W

3.1. Analyse des données constructeur

with Hall sensors		323772
Motor Data		
Values at nominal voltage		
1 Nominal voltage	V	24
2 No load speed	rpm	3190
3 No load current	mA	544
4 Nominal speed	rpm	2590
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	444
6 Nominal current (max. continuous current)	A	6.06
7 Stall torque	mNm	4940
8 Stall current	A	70
9 Max. efficiency	%	84
Characteristics		
10 Terminal resistance phase to phase	Ω	0.343
11 Terminal inductance phase to phase	mH	0.264
12 Torque constant	mNm/A	70.5
13 Speed constant	rpm/V	135
14 Speed/torque gradient	rpm/mNm	0.659
15 Mechanical time constant	ms	21.1
16 Rotor inertia	gcm ²	3060

1. *Nominal Voltage* : c'est la tension continue que l'on peut appliquer entre les phases du moteur. Sur une commande par blocs, cela revient à dire que c'est la tension de batterie,
2. *No Load Speed* : c'est la vitesse à vide, à la tension nominale,
3. *No Load Current* : c'est le courant absorbé dans une phase pendant un secteur donné, moteur à vide,
4. *Nominal Speed* : la vitesse atteinte lorsque le couple nominal est appliqué,
5. *Nominal Torque* : le couple nominal appliqué
6. *Nominal Current* ; le courant nominal que le moteur peut absorber en permanence **en commande par bloc.**

10. *Terminal Resistance phase to phase* : C'est la résistance mesurée entre deux phases. La résistance du modèle monophasé de *Ben-Eschemburg* est la moitié.
11. *Terminal inductance phase to phase* : C'est l'inductance mesurée entre deux phases. La valeur dans le modèle monophasé de *Ben-Eschemburg* est la moitié. **NB** : ce n'est pas si trivial car il faut tenir compte du couplage magnétique des deux phases en question au sein du moteur.
12. *Torque constant* : C'est la constante de couple dans **la commande par bloc**. Elle correspond exactement à l'équation 2.3, c'est à dire à K_{CB} : $\bar{\Gamma} = K_{CB} I_B$, correspondant au couple moyen en commutation par bloc.
13. *Speed constant* : C'est la constante de vitesse. Elle est donnée ici en V/rpm et non l'inverse. Mais de plus, elle correspond au ratio entre l'amplitude de la tension ***composée*** $\hat{e}_{ab}$ (et non la moyenne sur 60°) et la vitesse. C'est un peu curieux, car la constante de couple tient compte du comportement en commande par bloc. Donc pour la vitesse, *Maxon* donne K_v en **mode sinusoïdal**. On a donc :

$$K_{VSpec} [rpm/V] = \frac{1}{K_{VScomposé} [V/rad.s^{-1}] \cdot \frac{2\pi}{60}} = \frac{60}{2\pi\sqrt{3} K_{VS} [V/rad.s^{-1}]} \quad \text{et comme} \quad K_{VS} = \frac{\pi}{3\sqrt{3}} K_{VB}$$

on obtient
$$K_{VSpec} [rpm/V] = \frac{60}{2\pi\sqrt{3} \frac{\pi}{3\sqrt{3}} K_{VB} [V/rad.s^{-1}]} = \frac{60}{2 \frac{\pi^2}{3} K_{VB} [V/rad.s^{-1}]} = \frac{90}{\pi^2 K_{VB}} = \frac{90}{\pi^2 K_{CB}}$$

AN :
$$K_{VSpec} [rpm/V] = \frac{90}{\pi^2 \cdot 0.0705} = 129 rpm/V$$

La spécification indique 135rpm/V soit 4% d'erreur...

3.2. Comparaisons des modes commandes par bloc / commande vectorielle

	<i>Spécification</i>	<i>Commande par blocs</i>	<i>Commande sinusoïdale (schéma monophasé Ben-Eschemburg)</i>
Constante de couple	$[N.m/A]$ K_{CSpec} $\bar{\Gamma} = K_{CSpec} \cdot I_B$	$[N.m/A]$ $K_{CB} = K_{CSpec}$ $\bar{\Gamma} = K_{CB} \cdot I_B$	$[N.m/A]$ $K_{CS} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \cdot K_{CB} = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \cdot K_{CSpec}$ $\Gamma = K_{CS} \cdot \hat{I}_s$
Constante de vitesse	$[rpm/V]$ $N = K_{VSpec} \cdot \hat{e}_{ab}$	$[V/rad.s^{-1}]$ $K_{VB} = K_{CB} = K_{CSpec}$ $\bar{e}_{ab} = K_{VB} \cdot \Omega$	$[V/rad.s^{-1}]$ $K_{VS} = \frac{60}{2\pi\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{K_{VSpec}}$ $\hat{e}_a = K_{VS} \cdot \Omega$
Courant maximum $[A]$	$[A]$ $I_{MaxSpec}$	$[A]$ $I_{BMax} = I_{MaxSpec}$	$[A]$ $\hat{I}_{SMax} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot I_{BMax} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot I_{MaxSpec}$

4. La détection de position

4.1. Contexte de la commande par bloc

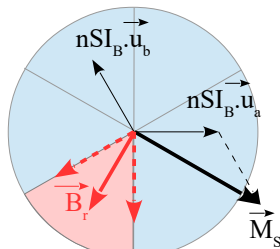


Fig 4.1: Position du moment magnétique statorique à $U_{1-2} = E$, et secteur actif associé du rotor

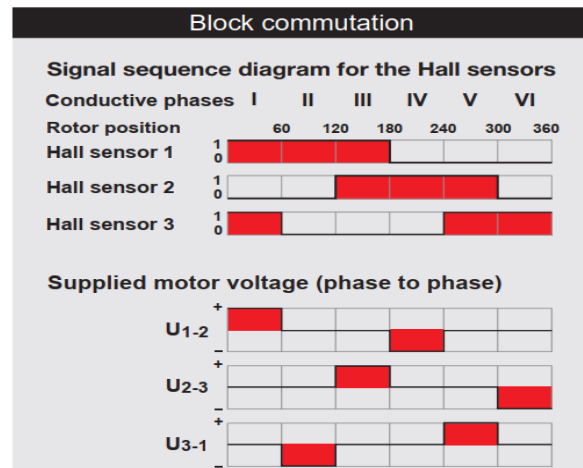


Fig 4.2: Donnée constructeur montrant la synchronisation des phases de commutations avec les secteurs angulaires donnés par les capteurs effet Hall

Qu'indique la documentation en terme d'angle sur la figure 4.2 ?

Sur la figure 4.1 (reprise de la fig 2.3), on observe le moment statorique qui correspond à une tension

$U_{1-2} = U_{ab} = E$. Dans cette configuration, le secteur angulaire actif est celui en rose. On en déduit le repérage angulaire de la documentation sur la figure 4.3 puisque la phase de conduction U_{1-2} correspond à l'ouverture du secteur angulaire à 0° :

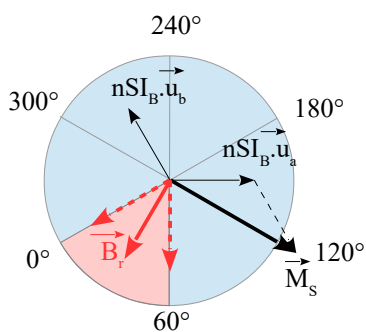


Fig 4.3: repérage angulaire dans la commande par bloc

La figure 4.3 montre le repérage angulaire dans la commande par bloc sur le moteur Maxon EC-Flat. Le moment magnétique $\vec{M}_s$ tire le rotor.

4.2. Contexte de la commande sinusoïdale (vectorielle)

Dans ce contexte, et en supposant une commande optimale en terme de courant ($i_d = 0$), on doit avoir à chaque instant les vecteurs $\vec{M}_s$ et $\vec{B}_r$ en quadrature.

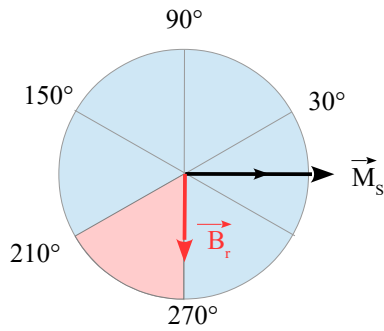


Fig 4.4: repérage angulaire dans la commande vectorielle avec également le repérage du premier secteur actif associé au rotor dans la commande par bloc

Ainsi, pour reconstruire la position du champ $\vec{B}_r$ à partir des capteurs à effet Hall, il faudra modifier les valeurs d'angle et faire correspondre au 0° de la documentation (donc front montant du capteur 1 dans le sens de rotation positif) la valeur de 210°.