

**- Fiche de cours n°2 -  
Théorème de Thévenin**

***1) Enoncé du théorème de Thévenin en régime continu :***

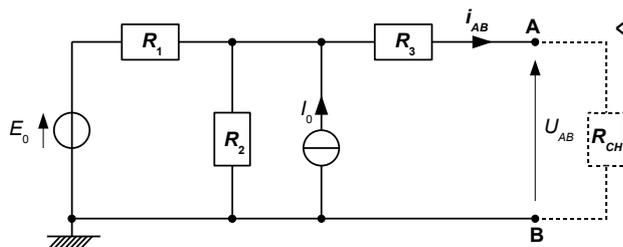
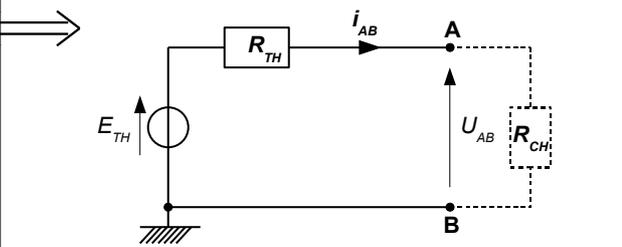
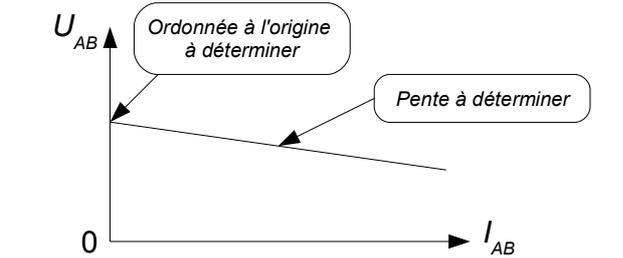
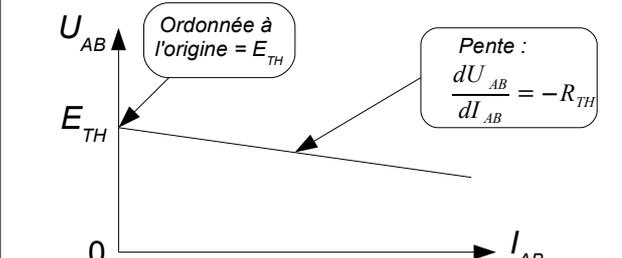
« Tout circuit linéaire est équivalent à une source non idéale de tension. »

Sachant que :

- En régime continu (càd un régime pour lequel toutes les variables tensions et intensités sont constantes), un circuit linéaire est exclusivement composé d'éléments linéaires : sources de tension idéales, sources de courant idéales et résistances.
- La source non idéale de tension est composée d'une source idéale de tension (notée  $E_{TH}$ ), en série avec une résistance (notée  $R_{TH}$ ). La résistance  $R_{TH}$  modélise l'imperfection de cette source de tension.

Les deux figures ci-dessous illustrent l'équivalence entre le circuit linéaire étudié et le générateur de Thévenin équivalent :

*NB : pour des raisons de lisibilité, nous avons choisi arbitrairement un exemple concret de circuit linéaire. Tous les calculs seront menés sur la base de cet exemple, mais ceci n'enlève rien au caractère général de la démarche proposée.*

|  |   |
|--|---|
|  <p align="center"><i>Figure 1.A : le circuit linéaire à étudier.</i></p>                                  |  <p align="center"><i>Figure 1.B : le générateur équivalent de Thévenin.</i></p>   |
| <p>Dans l'exemple considéré ci-dessus, le circuit linéaire étudié est composé d'une source idéale de tension, d'une source idéale de courant, et de trois résistances.</p>                   | <p>Le générateur équivalent de Thévenin est composé d'une source idéale de tension (notée <math>E_{TH}</math>), en série avec une résistance (notée <math>R_{TH}</math>). La résistance <math>R_{TH}</math> modélise l'imperfection de cette source de tension.</p> |
|  <p align="center"><i>Figure 2.A : caractéristique courant/tension du circuit linéaire à étudier.</i></p> |  <p align="center"><i>Figure 2.B : caractéristique courant/tension du générateur équivalent de Thévenin.</i></p>  |
| <p>Dans la figure 2.A, l'ordonnée à l'origine et la pente sont à déterminer en fonction des éléments qui composent le circuit.</p>   | <p>Dans la figure 2.B, l'ordonnée à l'origine et la pente sont données par l'équation <math>U_{AB} = E_{TH} - R_{TH} \cdot I_{AB}</math>.</p>   |

Dire que les deux circuits sont équivalents revient à dire que leurs caractéristiques courant/tension sont identiques. En particulier, leurs ordonnées à l'origine et leur pentes doivent être égales. Ceci implique que

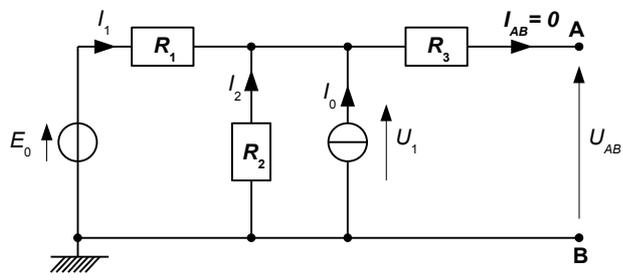
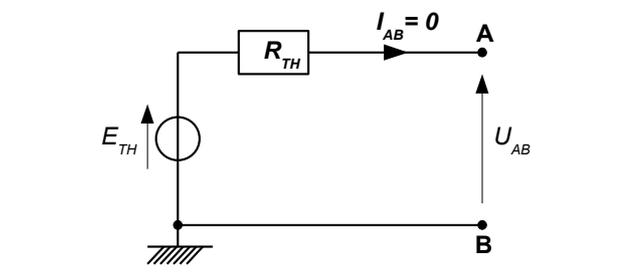
lorsque l'on place les deux circuits dans des conditions de fonctionnement identiques, ceux-ci doivent réagir de manière identique, en donnant le même point de fonctionnement ( $I_{AB}$ ,  $U_{AB}$ ).

### III] Détermination des éléments du générateur équivalent de Thévenin :

Pour déterminer  $E_{TH}$  et  $R_{TH}$ , nous allons utiliser la propriété d'équivalence des deux circuits. Nous allons placer les deux circuits dans des conditions identiques, et ceux-ci vont se comporter de manière identique en fournissant la même tension  $U_{AB}$  à leurs bornes.

#### II.1] Détermination de $E_{TH}$ :

Pour déterminer l'expression de  $E_{TH}$ , on réalise un essai à vide, c'est-à-dire qu'on ne branche aucun dipôle entre les points A et B. Ceci entraîne obligatoirement que  $I_{AB} = 0$  pour les deux circuits. Menons à présent les calculs en parallèle dans les deux cas :

|   |  |
|---|--|
|  <p>Figure 3.A : essai à vide du circuit étudié.</p>  |  <p>Figure 3.B : essai à vide du générateur équivalent de Thévenin.</p>   |
| <p>Essai à vide du circuit étudié :</p> <p><math>I_{AB} = 0</math><br/><math>U_{AB}</math> à déterminer.</p> <p>L'application des lois de l'électrocinétique nous donne :</p> $U_{AB} = U_1 - R_3 \cdot I_{AB} = U_1$ $I_1 + I_2 + I_0 = I_{AB} = 0$ $I_1 = \frac{E_0 - U_1}{R_1}$ $I_2 = \frac{-U_1}{R_2}$ <p>Après simplification des équations, nous obtenons :</p> $U_{AB} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E_0 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_0$ | <p>Essai à vide du générateur équivalent de Thévenin :</p> <p><math>I_{AB} = 0</math><br/><math>U_{AB} = E_{TH} - R_{TH} \cdot I_{AB} = E_{TH}</math></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p><math>U_{AB} = E_{TH}</math></p> |

Il ne reste plus qu'à identifier les deux égalités afin d'obtenir l'expression de  $E_{TH}$ .

$$E_{TH} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot E_0 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_0$$

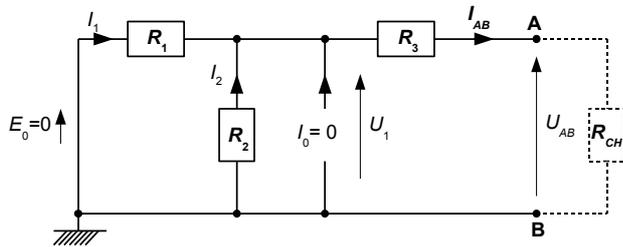
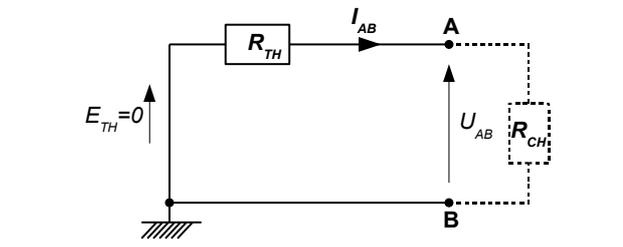
### II.2] Détermination de $R_{TH}$ :

Pour déterminer l'expression de  $R_{TH}$ , il suffit d'éteindre les sources indépendantes de tension et de courant, sachant que :

- éteindre une source de tension revient à la remplacer par un fil (ex dans notre cas :  $E_0=0$ ),
- éteindre une source de courant revient à la remplacer par un interrupteur ouvert (ex dans notre cas :  $I_0=0$ ).

*NB : les sources indépendantes sont des sources dont la force électromotrice ou le courant électromoteur sont indépendants de tout paramètre du circuit. Inversement, les sources liées sont des sources dont la force électromotrice ou le courant électromoteur dépendent de l'un des paramètres (tension ou courant) du circuit. Lors de la détermination de  $R_{TH}$ , les sources liées ne doivent pas être éteintes.*

Si nous appliquons cette méthode au circuit à étudier, nous obtenons :

|  |   |
|--|---|
|  <p>Figure 4.A : le circuit étudié avec toutes les sources éteintes.</p>  |  <p>Figure 4.B : le générateur équivalent de Thévenin avec <math>E_{TH}</math> éteinte.</p> |
| $I_{AB} = I_1 + I_2 = -\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_1}{R_2}$ $I_{AB} = \frac{U_1 - U_{AB}}{R_3}$ <p>D'après les deux équations précédentes, il vient :</p> $-\frac{U_{AB}}{I_{AB}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3$ | $U_{AB} = -R_{TH} \cdot I_{AB}$ <p style="text-align: center;">↓</p> $-\frac{U_{AB}}{I_{AB}} = R_{TH}$  |

Il ne reste plus qu'à identifier les deux expressions de  $-\frac{U_{AB}}{I_{AB}}$ , pour trouver :

$$R_{TH} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

### III] Généralisation du théorème de Thévenin au cas des régimes variables :

Le théorème de Thévenin tel qu'il vient d'être présenté peut être généralisé dans le cas des circuits linéaires fonctionnant en régime variable. Dans ce cas, on remplacera la notion de résistance par celle d'impédance complexe.

Les circuits linéaires (en régime variable) sont les circuits dont le fonctionnement est régi par une équation différentielle linéaire. Ces circuits peuvent comporter :

- des sources de tension et de courant variables,
- des sources de courant et de tension continues,
- des éléments passifs linéaires : résistances, inductances et capacités.

Le cas le plus fréquemment rencontré parmi l'ensemble des régimes variables est le régime sinusoïdal. Dans

ce cas, le circuit étudié peut comporter des sources de courant et de tension sinusoïdales.

Pour traiter ce cas, la démarche présentée dans les paragraphes I et II reste valable. Il suffit juste d'utiliser la transformation complexe :

- Les sources de tension de la forme  $e(t) = E_M \cdot \cos(\omega t + \phi_e)$  , seront remplacée par leur transformée complexe, de la forme :  $e(j\omega t) = E_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\phi_e}$  ,
- Les sources de courant de la forme  $I(t) = I_M \cdot \cos(\omega t + \phi_I)$  , seront remplacée par leur transformée complexe, de la forme :  $I(j\omega t) = I_M \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\phi_I}$  ,
- les éléments passifs linéaires, R, L et C seront remplacés par leur impédance complexe R,  $jL\omega$  et  $\frac{1}{jC\omega}$  ,
- Le générateur de tension équivalent de Thévenin, de la forme  $e_{TH}(t) = E_{TH} \cdot \cos(\omega t + \phi_{TH})$  , sera remplacé par sa transformée complexe  $e_{TH}(j\omega t) = E_{TH} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{j\phi_{TH}}$  ,
- et enfin, au lieu de présenter une résistance interne  $R_{TH}$ , le générateur équivalent de Thévenin présentera une impédance interne équivalente, notée  $Z_{TH}(j\omega)$  .

A partir de là, la méthode reste inchangée :

1. On détermine  $e_{TH}(j\omega)$  par un essai à vide.
  2. On détermine  $Z_{TH}(j\omega)$  en éteignant les sources de tension et de courant indépendantes (mais en conservant les sources liées).
-