

# **Transformateur,**

## **hypothèse de linéarité, non saturation du fer**

---

### **Table des matières**

1.Rappel de base.....	2
2.Transposition des impédances.....	4
2.1.Déplacement d'impédance du secondaire vers le primaire.....	4
2.2.Déplacement d'impédance du primaire vers le secondaire.....	4
2.3.Modélisation de l'inductance magnétisante.....	5
2.4.Déplacement de l'inductance magnétisante.....	5
3.Modélisation des inductances de fuite.....	6
4.Modélisation complète du transformateur.....	7

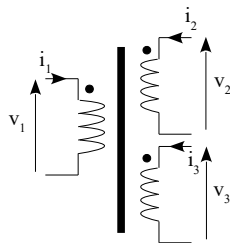
*Auteur* : T.Rocacher

# 1. Rappel de base

Le symbole ci-dessous est celui d'un transformateur avec 3 enroulements (pour généraliser au delà d'un simple primaire et simple secondaire). Les 3 points indiquent les *bornes homo polaires* : un courant entrant par cette borne contribue au flux.

Relation fondamentale, loi d'Hopkinson :

$$n_1 \cdot i_1 + n_2 \cdot i_2 + n_3 \cdot i_3 = \mathfrak{R} \cdot \varphi$$



Le flux est commun à tous les enroulements.

Dans la suite du document, on suppose que le premier enroulement a une tension imposée par un générateur. C'est le primaire. On dit alors que le transformateur fonctionne à **flux forcé**. Le flux sera donc inchangé et sera toujours tel que :

$$n_1 i_{10} = \mathfrak{R} \varphi$$

Dans cette expression,  $i_{10}$  est le **courant à vide**, à savoir  $i_2 = i_3 = 0$ .

La loi de Faraday dit que :

$$v_1 = -e = n_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{on peut combiner l'expression précédente :} \quad v_1 = n_1 \frac{d(n_1 \frac{i_{10}}{\mathfrak{R}})}{dt}$$

ce qui met en évidence l'expression de l'inductance  $v_1 = \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}} \frac{di_{10}}{dt}$ , soit  $L_\mu = \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}}$ .

$L_\mu$  est **l'inductance magnétisante**, à savoir l'inductance qui contribue à l'installation du flux dans le fer.

$$v_1 = L_\mu \frac{di_{10}}{dt}$$

Enfin, on rappelle que  $\mathfrak{R}$  est la **réductance** donnée par :  $\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu S}$ .

**Transformateur en charge :  $i_2$  et ou  $i_3$  non nuls**

Le flux étant toujours imposé par le tension primaire, l'existence de courants au secondaires provoque un courant supplémentaire  $i_1$  qui sera fixé par la loi d'Ampère :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 + n_3 i_3 = \mathcal{R} \varphi = n_1 i_{10} \quad \text{soit} \quad i_1 = -\frac{n_2}{n_1} i_2 - \frac{n_3}{n_1} i_3 + i_{10}$$

Dans la pratique,  $i_{10}$  est très faible car la réluctance l'est aussi (grande perméabilité  $\mu_r$  du noyau)

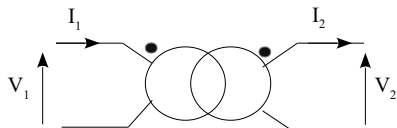
Les tensions secondaires obéissent également à la loi de Faraday. Le flux créé par le primaire produit les tensions secondaires :

$$v_2 = -e_2 = n_2 \frac{d\varphi}{dt} = \frac{n_2}{n_1} v_1 \quad \text{même chose pour l'autre secondaire :} \quad v_3 = \frac{n_3}{n_1} v_1$$

**Modèle du transformateur idéal (un seul secondaire)**

L'idée (un peu comme pour un AOP) consiste à négliger la valeur du courant magnétisant, que l'on considérera nul. Mais tout comme un AOP, on sait que cela ne peut pas être le cas puisque le flux n'existerait pas !

Le modèle est alors :



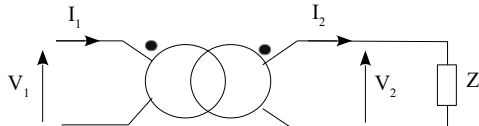
$$v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1, \quad i_1 = \frac{n_2}{n_1} i_2 \quad \text{on pose souvent} \quad m = \frac{n_2}{n_1}$$

*Remarque* : le courant  $i_2$  est inversé pour ôter le signe – de la relation des courants.

## 2. Transposition des impédances

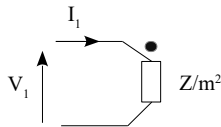
### 2.1. Déplacement d'impédance du secondaire vers le primaire

Lorsque le transformateur est en charge sur une impédance  $Z$  au secondaire, celle ci peut être transposée au primaire, ce qui va s'avérer pratique pour les modélisations futures. Le modèle du transformateur idéal permet cela.



$$Z = \frac{v_2}{i_2} = \frac{m v_1}{\frac{i_1}{m}} = m^2 \frac{v_1}{i_1} \quad \text{soit} \quad \frac{v_1}{i_1} = \frac{Z}{m^2}$$

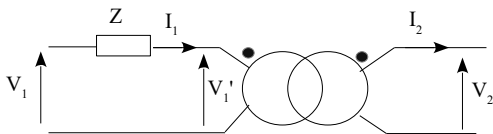
Le modèle se ramène donc à



Si le transformateur est **abaisseur** ( $m < 1$ ), l'**impédance** vue au primaire est **plus grande** que celle effectivement vue par le secondaire

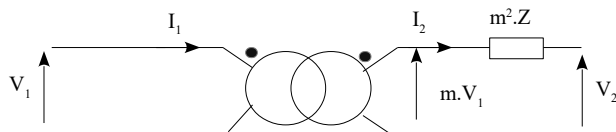
### 2.2. Déplacement d'impédance du primaire vers le secondaire

Le schéma est alors le suivant :



$$v'_1 = v_1 - Z \cdot i_1, \quad v_2 = m v'_1 = m(v_1 - Z i_1) = m(v_1 - Z m i_2) = m v_1 - m^2 Z i_2$$

Le modèle se ramène donc à :



## 2.3. Modélisation de l'inductance magnétisante

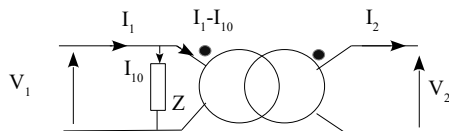
Le modèle non idéal, dans le cas d'un secondaire conduit aux équations suivantes :

$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} i_2 + i_{10} = m i_2 + i_{10} \quad \text{étant donné la convention de signe pour } i_2,$$

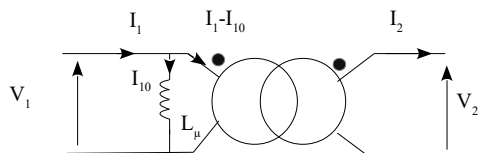
que l'on écrira volontiers :  $i_2 = \frac{i_1 - i_{10}}{m}$

La relation tension reste inchangée :  $v_2 = \frac{n_2}{n_1} v_1 = m v_1$

Le schéma devient donc :



L'impédance  $Z$  permet de représenter le chemin pris par le courant magnétisant  $i_{10}$ . Comme nous l'avons vu, il est relié à  $V_1$  par la relation  $v_1 = L_\mu \frac{di_{10}}{dt}$ .  $Z$  est l'inductance magnétisante.



*Remarque:* Le courant  $i_{10}$  est faible, en quadrature sur  $v_1$ . Dans la réalité il est non linéaire. En effet, le phénomène d'hystérésis et la non linéarité du champ magnétique provoque une déformation du courant.

## 2.4. Déplacement de l'inductance magnétisante

Si on mesure l'inductance au primaire d'un transformateur,  $L_{\mu 1} = \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}}$ . Au secondaire,  $L_{\mu 2} = \frac{n_2^2}{\mathfrak{R}}$

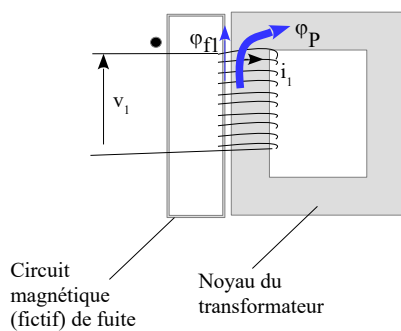
que l'on peut écrire :  $L_{\mu 2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right) \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}} = m^2 L_{\mu 1}$

### 3. Modélisation des inductances de fuite

Le modèle précédent repose sur l'hypothèse que le flux au secondaire est strictement le même qu'au primaire. Ce serait vrai si tout le flux du primaire était canalisé dans le noyau. Or une partie de ce flux s'échappe hors du noyau (dans l'air) au niveau de l'enroulement primaire et secondaire.

Modélisons la perte au primaire. Pour cela on peut faire le schéma suivant pour raisonner et poser :

- $\varphi_P$  pour flux principal, celui canalisé par le noyau
- $\varphi_{fl}$  pour flux de fuite primaire, celui qui fuit par un autre circuit

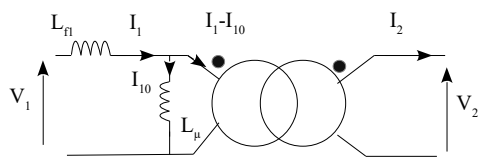


On peut écrire  $\varphi = \varphi_P + \varphi_{fl}$ , soit  $v_1 = n_1 \frac{d\varphi}{dt} = n_1 \frac{d\varphi_P}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_{fl}}{dt}$

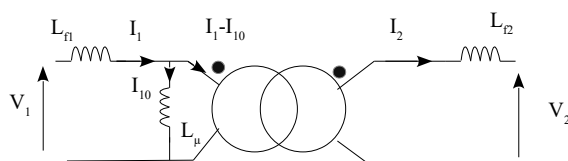
Le premier terme représente le flux transmis, le second représente ce qui est perdu. La fuite se faisant dans l'air, on peut écrire sans aucun problème :

$$n_1 \frac{d\varphi_{fl}}{dt} = l_{fl} \frac{di_1}{dt}$$

Le modèle devient alors :

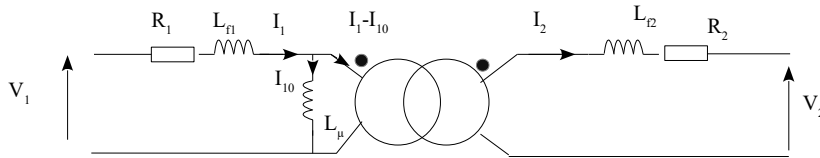


Un raisonnement similaire conduirait à une seconde inductance  $L_{f2}$  située au secondaire du transformateur :



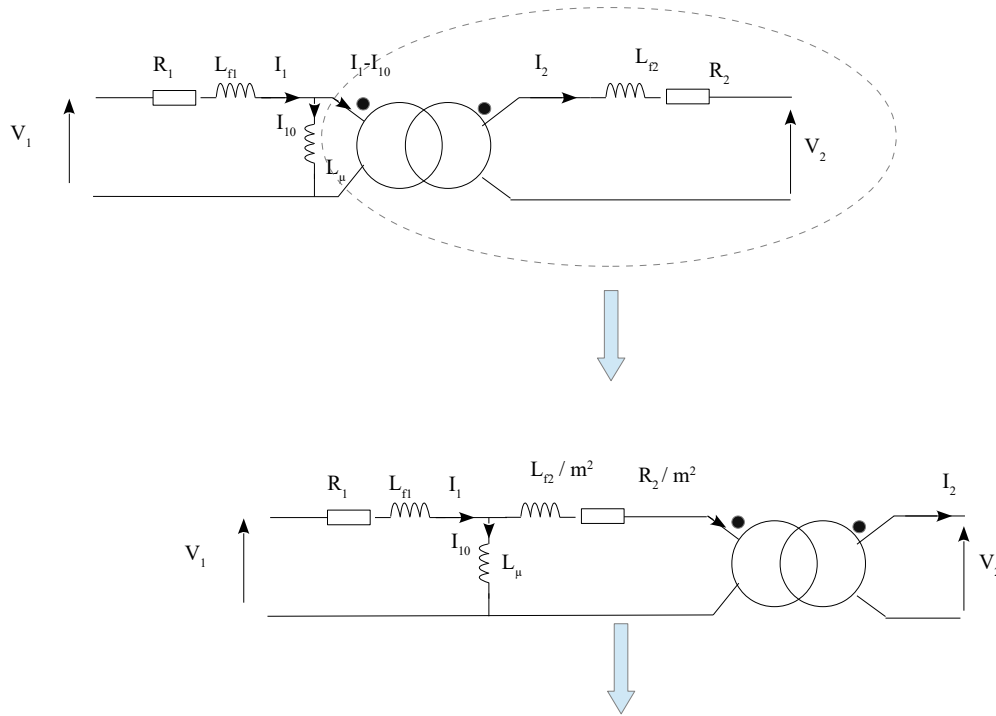
## 4. Modélisation complète du transformateur

Le modèle est quasiment complet, il reste juste à placer les résistances de pertes des deux enroulements.

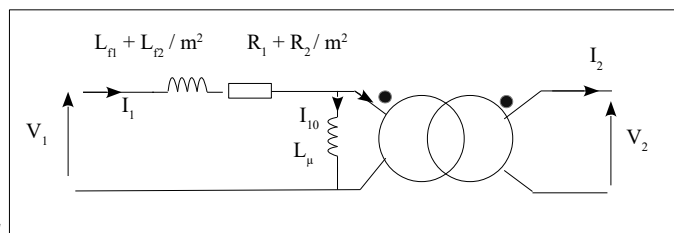


### 4.1. Déplacement de l'ensemble des impédances au primaire

En utilisant les propriétés d'adaptation d'impédances, vu au chapitre 2, nous pouvons déplacer l'ensemble de l'impédance du secondaire vers le primaire :

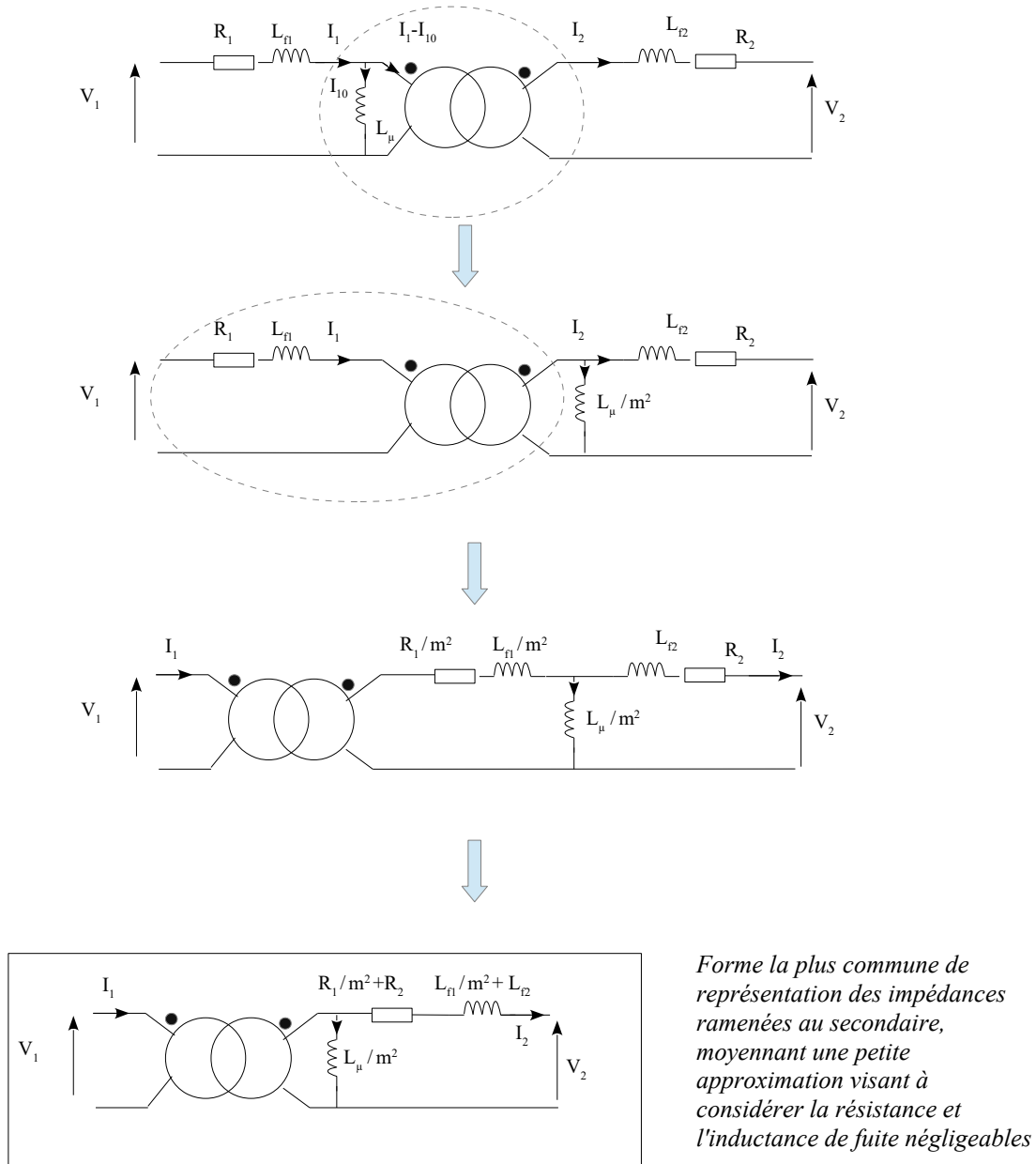


*Forme la plus commune de représentation des impédances ramenées au primaire, moyennant une petite approximation visant à considérer la résistance et l'inductance de fuite négligeables*



## 4.2. Déplacement de l'ensemble des impédances au secondaire

On repart ici du modèle de base :



*Forme la plus commune de représentation des impédances ramenées au secondaire, moyennant une petite approximation visant à considérer la résistance et l'inductance de fuite négligeables*

### Bibliographie :

[1] LADOUX Philippe « La conversion continu-continu », Réseau National de Ressources en Electrotechnique