INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES TOULOUSE

Formulaire de mécanique

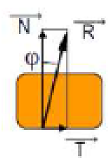
Relations fondamentales

statique	
principe fondamental de la statique théorème de la résultante statique $\sum \overrightarrow{F\,ext} = \overrightarrow{0}$	*pour un système matériel isolé*
principe fondamental de la statique théorème du moment statique $\sum \overrightarrow{M}_{Bxyz}(\overrightarrow{F\,ext}) = \overrightarrow{0}$	*tous les moments des résultantes appliquées au système matériel isolé doivent être définis au même point (B)*
changement de point d'expression d'un moment $\overrightarrow{M}_B(\overrightarrow{R}) = \overrightarrow{M}_A(\overrightarrow{R}) + \overrightarrow{BA} \times \overrightarrow{R}$	

dynamique	
principe fondamental de la dynamique / mouvement de translation rectiligne théorème de la résultante dynamique $\sum \overrightarrow{F\,ext} = m \, . \, \overrightarrow{a}$	*pour un système matériel isolé* m : masse du système isolé en kg a : accélération du système isolé en m/s^2
principe fondamental de la dynamique / mouvement de translation rectiligne théorème du moment dynamique $\sum \overrightarrow{M}_G(\overrightarrow{F\,ext}) = \overrightarrow{0}$	
principe fondamental de la dynamique / mouvement de rotation autour d'un axe fixe théorème du moment cinétique $\sum \overrightarrow{M}_\Delta(\overrightarrow{F\,ext}) = J_\Delta \, . \, \overrightarrow{\omega'}$ $J_\Delta = \frac{m \, . \, r^2}{2}$ *pour un cylindre tournant autour de son axe*	J_Δ : moment d'inertie du solide en rotation en kg.m^2 ω' : accélération angulaire en rad/s^2 m : masse du cylindre en kg r : rayon du cylindre en m

résistance des matériaux		
résistance à la traction condition de résistance $\frac{N}{S} \leq \frac{R_e}{s}$		N : effort normal en N S : section sollicitée en m^2 R_e : limite élastique du matériau en Pa s : coefficient de sécurité (sans unité)

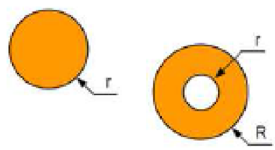
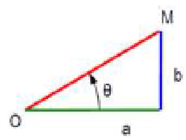
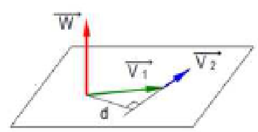
INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES TOULOUSE

relations spécifiques		
poids d'une masse $P = m \, . \, g$		P : poids en N m : masse en kg g : accélération de la pesanteur en m/s²
pression $p = \frac{F}{S}$		p : pression en Pa F : force en N S : surface pressée en m²
raideur d'un ressort $k = \frac{F}{f}$		k : raideur du ressort en N/m F : force appliquée en N f : flèche* du ressort en m * *différence entre sa longueur initiale et sa longueur sous charge*
frottement $T = N \, . \, \mu$		T : "force de frottement" (ou composante tangentielle) en N N : composante normale en N μ : facteur de frottement (sans unité) $\mu = \tan \varphi$

transmission de puissance	
puissance relative à un mouvement de translation $P = F \, . \, v$	P : puissance en W F : force en N v : vitesse linéaire en m/s
puissance relative à un mouvement de rotation $P = C \, . \, \omega$	P : puissance en W C : couple en N.m ω : vitesse angulaire en rad/s
rendement $\eta = \frac{P_{sortie}}{P_{entrée}} = \frac{P_{utile}}{P_{absorbée}}$	

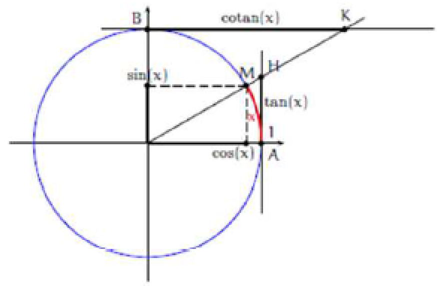
INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES TOULOUSE

Quelques rappels de calculs

aire d'un disque $A = \pi \,.\, r^2 = \pi \,.\, \frac{d^2}{4}$ aire d'un anneau $A = \pi \,.\, (R^2 - r^2)$		A : aire en m² r : rayon du disque en m d : diamètre du disque en m
longueur d'un arc $L = r \,.\, \theta$		L : longueur en m r : rayon en m θ : angle en rad
relations dans le triangle rectangle $a = OM \,.\, \cos\theta$ $b = OM \,.\, \sin\theta$ $\frac{b}{a} = \tan\theta$ $a^2 + b^2 = OM^2$		a, b, OM : longueurs en m θ : angle en °
produit vectoriel $\vec{V_1} \times \vec{V_2} = \vec{W}$ $\left\|\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}\right. \quad \left\|\begin{matrix}d\\e\\f\end{matrix}\right. \quad \left\|\begin{matrix}bf-ce\\cd-af\\ae-bd\end{matrix}\right.$ $\Vert\vec{W}\Vert = \Vert\vec{V_2}\Vert \times d$		*... et la règle du tire-bouchon !*

INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES TOULOUSE

Formulaire de trigonométrie



$\cos(x)$ = abscisse de M

$\sin(x)$ = ordonnée de M

$\tan(x) = \overline{AH}$

$\text{cotan}(x) = \overline{BK}$

$e^{ix} = z_M$

Pour $x \notin \frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}$, $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ et pour $x \notin \pi\mathbb{Z}$, $\text{cotan}(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$. Enfin pour $x \notin \frac{\pi}{2}\mathbb{Z}$, $\text{cotan}(x) = \frac{1}{\tan(x)}$.

Valeurs usuelles.

x en °	0	30	45	60	90
x en rd	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

$\forall x \in \mathbb{R},\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\forall x \notin \frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z},\ 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$.

$\forall x \notin \pi\mathbb{Z},\ 1 + \text{cotan}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$.

addition d'un tour

$\cos(x + 2\pi) = \cos x$
$\sin(x + 2\pi) = \sin x$
$\tan(x + 2\pi) = \tan x$
$\text{cotan}(x + 2\pi) = \text{cotan}\, x$

addition d'un demi-tour

$\cos(x + \pi) = -\cos x$
$\sin(x + \pi) = -\sin x$
$\tan(x + \pi) = \tan x$
$\text{cotan}(x + \pi) = \text{cotan}\, x$

angle opposé

$\cos(-x) = \cos x$
$\sin(-x) = -\sin x$
$\tan(-x) = -\tan x$
$\text{cotan}(-x) = -\text{cotan}\, x$

angle supplémentaire

$\cos(\pi - x) = -\cos x$
$\sin(\pi - x) = \sin x$
$\tan(\pi - x) = -\tan x$
$\text{cotan}(\pi - x) = -\text{cotan}\, x$

angle complémentaire

$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$
$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$
$\tan(\frac{\pi}{2} - x) = \text{cotan}\, x$
$\text{cotan}(\frac{\pi}{2} - x) = \tan x$

quart de tour direct

$\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$
$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$
$\tan(x + \frac{\pi}{2}) = -\text{cotan}\, x$
$\text{cotan}(x + \frac{\pi}{2}) = -\tan x$

quart de tour indirect

$\cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x$
$\sin(x - \frac{\pi}{2}) = -\cos x$
$\tan(x - \frac{\pi}{2}) = -\text{cotan}\, x$
$\text{cotan}(x - \frac{\pi}{2}) = -\tan x$

Formules d'addition

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

Formules de duplication

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$
$= 2\cos^2 a - 1$
$= 1 - 2\sin^2 a$
$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

$\tan(2a) = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

Formules de linéarisation

$\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$

$\sin a \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$

$\sin a \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a + b) + \sin(a - b))$

$\cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$

$\sin^2 a = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$

Formules de factorisation

$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$

$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

cos x, sin x et tan x en fonction de t=tan(x/2)

$\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}$

$\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}$

$\tan x = \frac{2t}{1 - t^2}$

Divers

$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$

$1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$

$\cos(3x) = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$

$\sin(3x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$

Résolution d'équations

$\cos x = \cos a \Leftrightarrow$
$\exists k \in \mathbb{Z} / x = a + 2k\pi$
ou
$\exists k \in \mathbb{Z} / x = -a + 2k\pi$

$\sin x = \sin a \Leftrightarrow$
$\exists k \in \mathbb{Z} / x = a + 2k\pi$
ou
$\exists k \in \mathbb{Z} / x = \pi - a + 2k\pi$

$\tan x = \tan a \Leftrightarrow$
$\exists k \in \mathbb{Z} / x = a + k\pi$