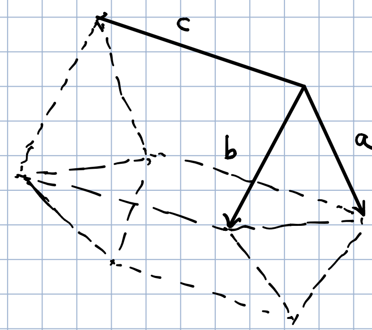
9/22 Erratum

Volume en question

(et non le solide à base triangulaire)



17/22

(i)

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$C_i \leftarrow C_i - C_1$, $i = 2, 3, 4$ $\quad L_1 \leftarrow L_1 - (L_2 + L_3)$

(ii)

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & -2 & 5 \\ 3 & -3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & -3 & 6 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 3$$

$C_1 \leftarrow C_1 + C_2$

Une autre méthode consiste à développer par rapport à la première ligne. Ou encore la formule directe.

$$\Delta_1 = 3\Delta = 9$$

$$\Delta_2 = \left| 2\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad 2\times\begin{pmatrix}0\\-2\\-3\end{pmatrix} \quad 2\times\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix} \right| = 2^3\Delta = 24$$

$\Delta_3 = -\Delta$ (on a permuté L_1 et L_2)

$C_3 \leftarrow C_3 + C_2 + C_1$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 4 & 1-\lambda \\ 0 & 1-\lambda & 2 \\ 1-\lambda & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 4 & 3-\lambda \\ 0 & 1-\lambda & 3-\lambda \\ 1-\lambda & 2 & 3-\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (3-\lambda) \begin{vmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 1-\lambda & 1 \\ 1-\lambda & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$L_1 \leftarrow L_1 - L_2$

$L_3 \leftarrow L_3 - L_2$

$$= (3-\lambda) \begin{vmatrix} -2 & 3+\lambda & 0 \\ 0 & 1-\lambda & 1 \\ 1-\lambda & 1+\lambda & 0 \end{vmatrix} = (3-\lambda) \times (-1) \times \begin{vmatrix} -2 & 3+\lambda \\ 1-\lambda & 1+\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (\lambda - 3)\left(-2 - 2\lambda + (\lambda-1)(\lambda+3)\right)$$

$$= (\lambda-3)\left(\lambda^2 + \cancel{2\lambda} - 3 - \cancel{2\lambda} - 2\right)$$

$$= (\lambda-3)(\lambda^2 - 5)$$

Sinon .... méthode directe !

<u>22/22</u> A est inversible ssi $\det(A) \neq 0$

Ici A inversible si $\lambda \neq 3$ et $\lambda \neq \pm\sqrt{5}$