Le contrôle vectoriel sur une machine synchrone

But du cours :

- Comprendre le principe du contrôle vectoriel (FOC Field Oriented Control) en partant de zéro,
- Aborder les éléments techniques nécessaires pour la commande.

En particulier :

- Comment est généré le couple dans une machine synchrone à pôles lisses ?
- Qu'est ce qu'un moment magnétique ?
- Comment peut on créer un champ tournant en triphasé, en diphasé ?
- Qu'est ce que la transformée de *Clark*, de *Park ?*
- Comment les démontre-t-on, à quoi servent-elles ?
- Qu'est ce qu'une commande scalaire, une commande vectorielle ? Quelle architecture pour quelle commande ?
- Quelle est la relation courant / tension dans une machine synchrone en triphasé, dans le repère tournant dq ?
- Quel est le modèle de la machine dans le repère tournant dq ?
- Quel correcteur simple peut on mettre en place ?

Thierry Rocacher,
GEI
INSA Toulouse

Table des matières

1.Généralité 3
1.1.Moment magnétique, couple....3
1.1.1.Expérience : petits aimants, spires alimentées en présence d'un champs B....4
1.1.2.Expérience : Spire alimentée et aimant mobile....5
1.2.Constitution de la machine synchrone à aimant permanent (PMSM) 7
1.3.Expression du couple électromagnétique d'une machine synchrone 8
1.4.Natures des grandeurs utilisées....10
2.Etude du moment magnétique statorique 12
2.1.Cas général du stator triphasé....12
2.2.Stator triphasé alimenté par des courants triphasés....14
2.3.Stator diphasé, transformation de Clark....15
2.4.Repère tournant rotorique dq, transformée de Park....19
3.Principes de commande des machines, overview....23
3.1.Généralités....23
3.1.1.Création du couple moteur....23
3.1.2.Les sources d'énergie 23
3.1.3.Commande en courant triphasée directe 24
3.2.Les commandes en boucle fermée....24
3.2.1.La commande scalaire abc [5]....25
3.2.2.La commande vectorielle [6]....27
4.Modélisation courant tension de la machine synchrone....29
4.1.Modélisation en triphasées....29
4.1.1.Relation courant tension sur toutes les phases....31
4.1.2.Régime sinusoïdal, diagramme de Fresnel (Ben Eschemburg)....32
4.2.Modélisation dans le repère dq....34
4.2.1.Transformée de Park 3x3 34
4.2.2.Loi des mailles dans le repère dq [7]....34
4.2.3.Modèle du moteur dans le repère dq pour une régulation....37
4.3.Ben-Eschemburg vs Park....38
5.Régulation dans le repère dq....41
5.1.Proposition de correction, introduction....41
5.2.Mise en œuvre....42
6.Bibliographie 45

1. Généralité

1.1. Moment magnétique, couple

Une spire parcourue par un courant et un aimant peuvent être équivalents, c'est à dire produire le même effet magnétique. La grandeur qui permet de comparer les deux est appelé le **moment magnétique**. C'est une grandeur **vectorielle** notée $\vec{M}$.

Le moment magnétique est aligné dans le sens du champ magnétique pour un aimant, et dans le sens de la surface orientée pour une spire alimentée en courant comme le montre la figure 1.1 :

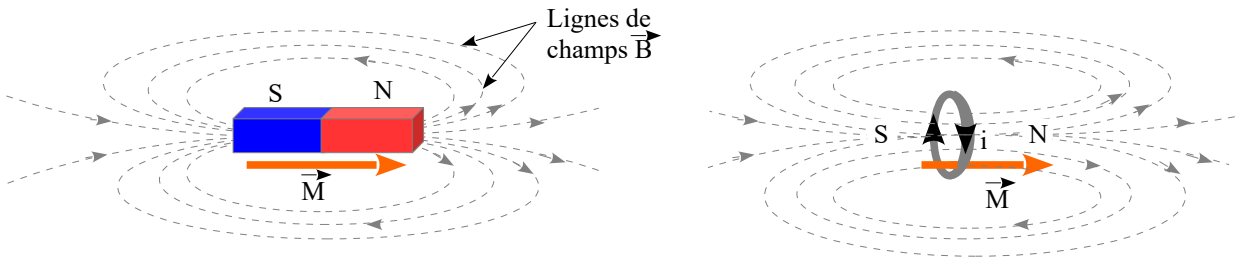


Fig 1.1 *: moment magnétique pour un aimant et une spire alimentée en courant*

Pour une spire alimentée en courant (orientée), alors on peut définir son vecteur surface $\vec{S}$.

- sa norme vaut la surface de la spire,
- sa direction est perpendiculaire à la surface de la spire,
- son sens est donné par la règle du tire bouchon.

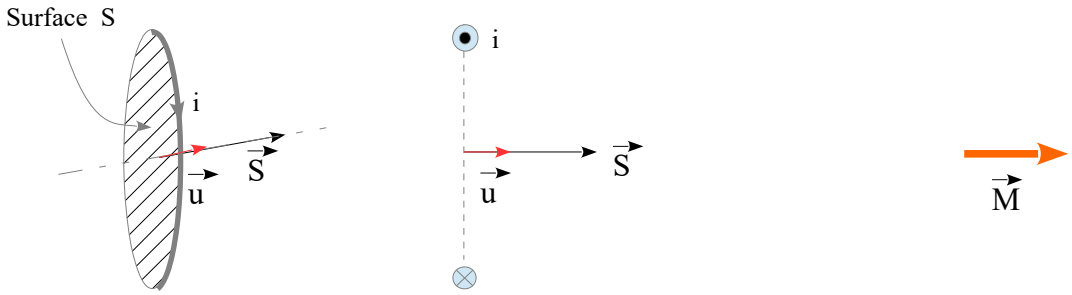


Fig 1.2a *: spire orientée en perspective* ***Fig 1.2b*** *: spire orientée en coupe* ***Fig 1.2c*** *: moment magnétique équivalent*

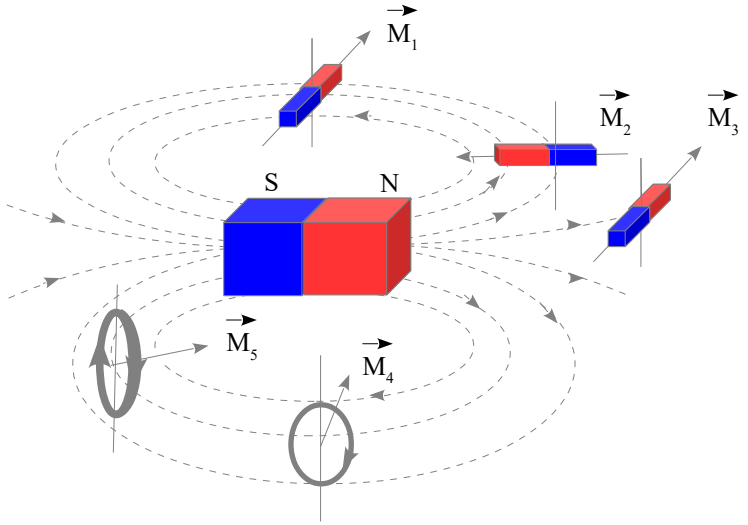
Le vecteur $\vec{u}$ est le vecteur unitaire surface. On peut écrire $\vec{S}=S\cdot\vec{u}$.

Le moment magnétique s'écrit $\vec{M}=i\cdot\vec{S}=i\cdot S\cdot\vec{u}$

1.1.1. Expérience : petits aimants, spires alimentées en présence d'un champs B

Supposons un champ magnétique crée par une gros aimant ou un solénoïde parcouru par un courant continu, peu importe. Considérons aussi, plusieurs éléments mobiles suivant un axe vertical, petits aimants, ou petites spires alimentée en courant continu.

La figure 1.3 nécessite des explications au niveau des lignes de champ. Elles sont uniquement engendrées par l'aimant central. Tous les autres éléments devraient influencer ces lignes. Autrement dit, pour lire cette figure, il faut considérer que les lignes de champ sont correctes en l'absence de tous les éléments ajoutés.



Observation :

Tous les éléments vont se mettre à tourner de telle sorte que chaque moment magnétique s'aligne avec les lignes de champ principales.

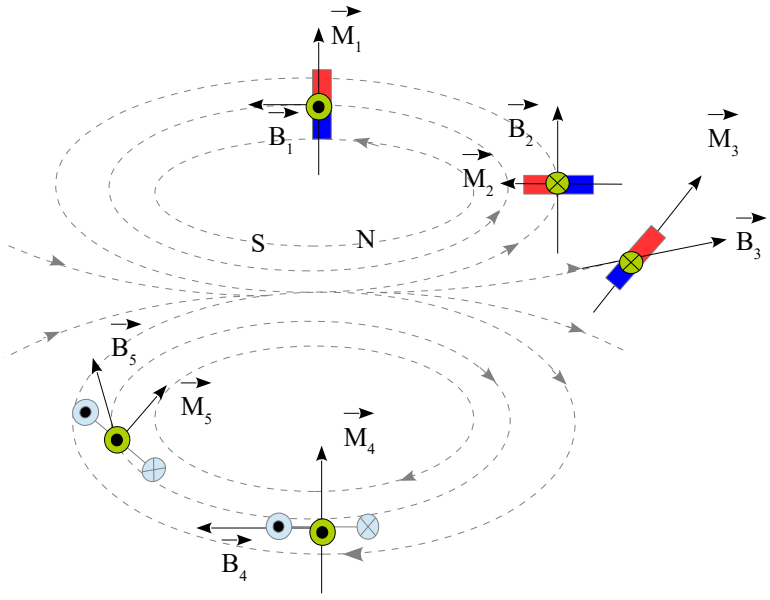
On peut aussi dire que chaque élément cherche **le flux maximum**.

Durant ce mouvement, les éléments sont soumis à un couple tel que :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Fig 1.3 *: éléments magnétiques mobiles plongés dans un champ magnétique*

La figure 1.4 montre la même scène mais en vue de dessus afin de bien observer les couples exercés (vecteurs représentés en vert) :



Cette représentation des lignes de champ, qui ne montre pas le champ résultat (uniquement le champ principal) permet de bien identifier les vecteurs $\vec{M}$ et $\vec{B}$ pour déterminer chaque couple.

Si on souhaite observer le champ résultant, voici ce que l'on obtiendrait (c'est une approximation grossière...) pour l'aimant 1, voir figure 1.5 :

Fig 1.4 *: couple exercés sur les éléments*

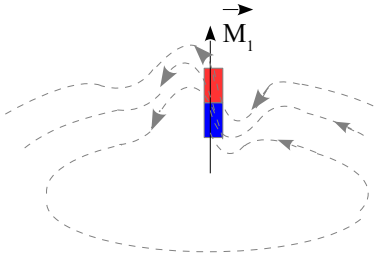


***Fig 1.5** : déformation des lignes de champ au voisinage de l'aimant 1*

En fait chaque aimant (ou spire alimentée en DC) dévie les lignes de champ existantes pour donner un champ résultant déformé. Ces lignes de champs viennent traverser l'aimant du sud vers le nord.

Le couple imposé, $\vec{\Gamma}_1 = \vec{M}_1 \wedge \vec{B}_1$ tend à faire tourner l'aimant. C'est cohérent avec une vue plus empiriste consistant à imaginer que les lignes de champ cherchent à reprendre leur place. On peut voir aussi ces lignes comme des élastiques tendus qui contribuent à ramener l'aimant dans l'axe par leurs tensions. Le flux est alors maximum.

La figure 1.5 montre donc une « tension », une instabilité, un aimant qui cherche à retrouver son point de repos. Un couple y est donc exercé.

La figure 1.6 correspond à la situation de la figure 1.4 mais à l'instant où tous les moments magnétiques se sont alignés (comme l'aiguille d'une boussole le fait en visant le pôle nord terrestre, qui est en fait un pôle SUD du point de vue magnétique...).

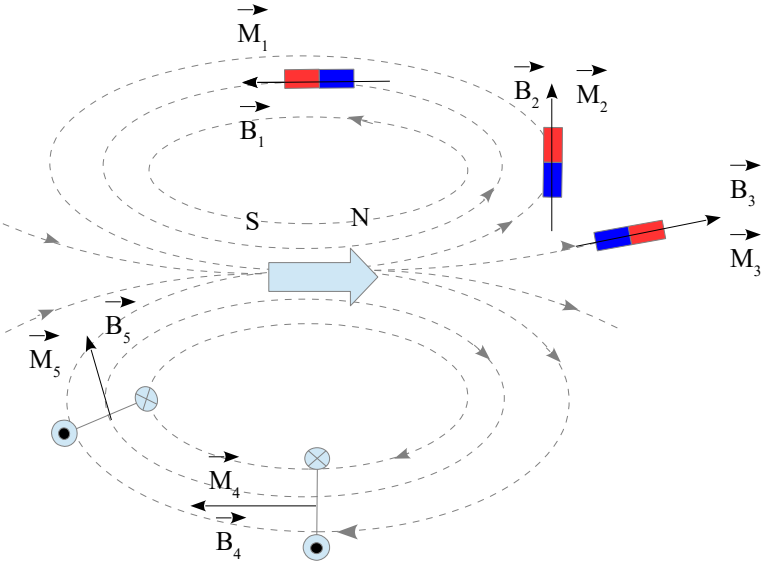


***Fig 1.6** : situation stable des l'ensemble des éléments magnétiques*

1.1.2. Expérience : Spire alimentée et aimant mobile

Cette expérience glisse doucement vers la physique de la machine synchrone. La figure ci-dessous illustre cette manipulation :

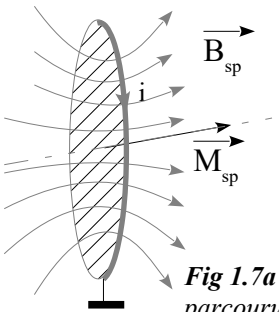
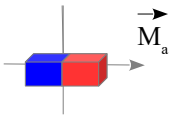


***Fig 1.7a :** spire parcourue par un courant, champ magnétique crée*

***Fig 1.7b** : Aimant mobile en rotation sur son axe vertical*



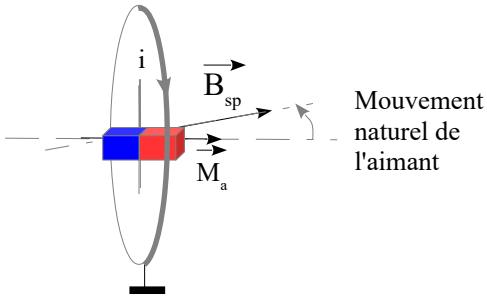


***Fig 1.7c** : Ensemble en interaction*

***Fig 1.7** : interaction entre une spire et un aimant mobile*

Afin de bien voir l'interaction, observons la figure 1.7c de dessus :

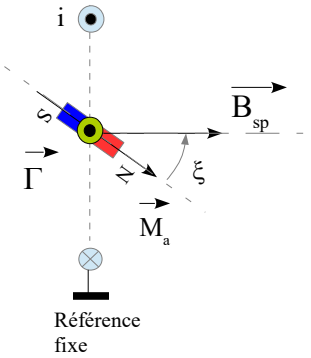


***Fig 1.8** : interaction spire / petit aimant en vue de dessus*

Sur cette figure, en vert, $\vec{\Gamma} = \vec{M}_a \wedge \vec{B}_{Sp} = M_a \cdot B_{sp} \cdot \sin(\xi)\vec{e}_z$

Si la spire est entraînée mécaniquement en rotation (fig 1.9), le champ magnétique $\vec{B}_{Sp}$ va tourner également, entraînant avec lui l'aimant dans la rotation avec un angle de décalage, dépendant du couple exercé sur l'aimant. C'est le **principe de la machine synchrone**.

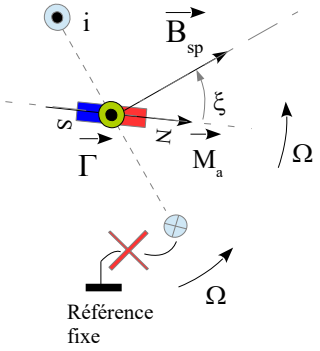


***Fig 1.9** : la spire en rotation entraîne avec elle le rotor*

La spire attire en permanence l'aimant. Les lignes de champs sont en permanence déformées, et le sont d'autant plus que le couple est important, donc que l'angle ξ est important.

On note également que cet angle **ne peut pas dépasser π/2** puisque la relation de coupe est $\vec{\Gamma} = M_a \cdot B_{sp} \cdot \sin(\xi)\vec{e}_z$. Si le couple atteint la limite maximale du couple, $\vec{\Gamma} = M_a \cdot B_{sp}\vec{e}_z$, alors le rotor est lâché, on dit que le **moteur a décroché**.

Le principe de l'**auto-pilotage** est de **contrôler en permanence cet angle ξ** . L'idéal, étant de le garder à sa valeur maximale, **π/2**, de manière à minimiser le courant i dans la spire pour un couple donné.

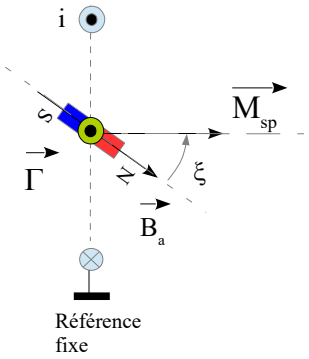


***Fig 1.10**: interaction spire / petit en utilisant le moment magnétique de la spire*

On note enfin que pour la spire, il est plus direct d'utiliser le moment magnétique que le champ. Nous avons vu que si la spire est mobile, alors elle est attirée vers l'aimant avec un couple $\vec{M}_{sp} \wedge \vec{B}_a$. Ici, c'est l'inverse, c'est l'aimant qui est attiré par la spire, le couple est donc inversé : $\vec{\Gamma} = -\vec{M}_{sp} \wedge \vec{B}_a$, ce que l'on peut écrire :

$$\vec{\Gamma} = \vec{B}_a \wedge \vec{M}_{sp} \quad (1.1)$$

Cette écriture est plus adaptée pour exprimer le couple moteur dans une machine synchrone à aimant permanent.

1.2. Constitution de la machine synchrone à aimant permanent (PMSM)

La *PMSM* (*Pemanent Magnet Synchronous Machine*) contient un rotor à aimant permanent bipolaire, c'est à dire un pôle Nord et un pôle Sud. Il existe des machines multipolaires (plusieurs pôles nord et sud) nous en parlerons à la fin du document.

Le dispositif de la figure 1.10 n'est qu'une petite manipulation pour faire tourner un petit aimant sans espoir d'appliquer un couple sérieux. L'aimant qui se trouve au rotor doit être pris dans un circuit magnétique pour produire le maximum d'induction :

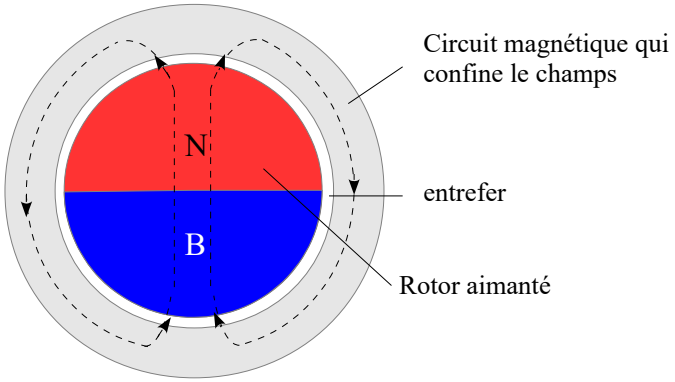


***Fig 1.11** : structure magnétique d'un machine PMSM à pôles lisses : circuit magnétique rotorique*

La figure 1.11 illustre la structure magnétique de la machine, qui est ici une machine synchrone à pôles lisses (nous nous limiterons à ce type de machine, il existe aussi des machines à pôles saillants).

Il s'agit du circuit magnétique du rotor, c'est à dire que la partie externe ne sert pour l'instant qu'à refermer les lignes de champs générées par l'aimant. Cette architecture permet d'obtenir un champ magnétique $\vec{B}_a$ de forte intensité dans tout le circuit, notamment dans l'entrefer. Ce dernier est minimisé pour optimiser ce champ. Bien évidemment, il doit exister sinon le rotor ne peut pas tourner ...

Le stator doit inclure un ensemble de spires, structurées en bobines, composant 3 phases [4]. Le chapitre 2 est entièrement consacré au champ tournant dans le stator. Nous y verrons en détail que ***3 bobinages spatialement répartis à 120°*** les uns des autres, et parcourus par des ***courants sinusoïdaux triphasés***, permettent d'obtenir le moment magnétique $\vec{M}_{sp}$ **tournant** que nous appellerons plus simplement $\vec{M}$. Ce principe est connu sous le nom du **Théorème de *Ferraris*.**

On observe sur la figure 1.12 que l'aimant au rotor a disparu. En effet, ce que nous cherchons à faire sur cette figure, c'est montrer uniquement le moment magnétique tournant au stator, $\vec{M}$.

Le rotor, en tant que structure magnétique doit rester présent pour refermer le champ magnétique statorique.

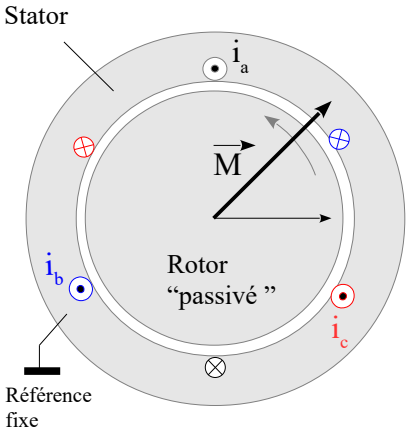


***Fig 1.12** : structure magnétique d'un machine PMSM à pôles lisses : circuit magnétique statorique*

1.3. Expression du couple électromagnétique d'une machine synchrone

A ce stade de l'étude il est déjà possible d'exprimer le couple électromagnétique de la machine. Mais avant tout, qu'est ce qu'un couple ? Pour le sentir prenons d'abord un ensemble statique tel que celui de la figure 1.13a. Pour que la situation perdure, il faut « retenir l'aimant », pour l'empêcher de rejoindre l'horizontale. Imaginons maintenant que la spire tourne dans le sens trigonométrique (fig 1.13b). L'aimant va conserver un écart de ξ , si l'on continue de retenir l'aimant comme ça l'était en statique : c'est le **couple de charge** ou **couple résistant, Γ_r**. Cela traduit l'effort constamment exercé sur l'aimant dans le sens opposé au mouvement. Maintenant imaginons que la spire en rotation le soit grâce à une manivelle que nous entraînons à la force du poignet. Il est clair que l'effort que nous produisons sera d'autant plus fort que le couple de charge sera important. Ce couple, exercé par le poignet, est le **couple moteur Γ_M** ou simplement **Γ**. Notons que même si l'effort est « humain », il est tout de même nécessaire d'injecter une courant **continu** dans la spire, noté $3\hat{I}/2$ (le coefficient 3/2 va être expliqué...). La puissance électrique pourrait être nulle si la résistance de la spire était nulle.

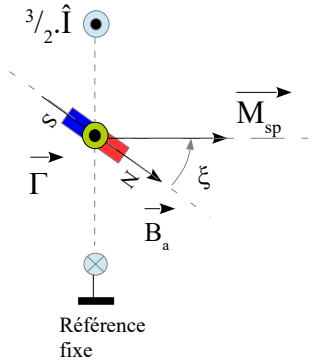


***Fig 1.13a**: interation spire – rotor, spire immobile*

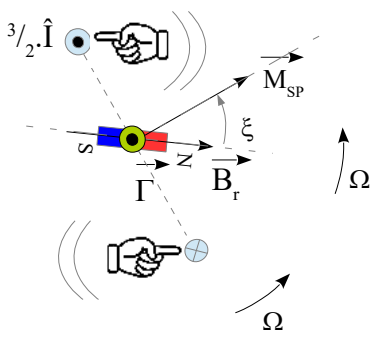


***Fig 1.13b**: la spire est entraînée en rotation "à la main"*

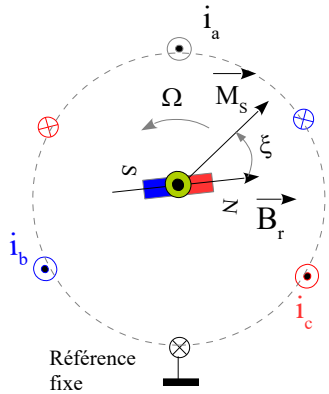


Fig 1.13c**: 3 spires disposées à 120° parcourues par un courant **sinusoïdal

Comme on le verra au chapitre 2.2, les enroulements a, b et c constitués de n spires, de surface S, disposés telles que la figure 1.13c et parcourus respectivement par les courants sinusoïdaux :

$$i_a = \hat{I}\cdot\cos(\omega\cdot t) \quad , \quad i_b = \hat{I}\cdot\cos(\omega\cdot t - \frac{2\pi}{3}) \quad \text{et} \quad i_c = \hat{I}\cdot\cos(\omega\cdot t - \frac{4\pi}{3}) = \hat{I}\cdot\cos(\omega\cdot t + \frac{2\pi}{3}) \quad .$$

créent un moment magnétique tournant statorique: $\vec{M}_s = \frac{3}{2}\cdot n\cdot S\cdot\hat{I}\cdot(\cos(\omega\cdot t)\,\vec{u}_\alpha + \sin(\omega\cdot t)\,\vec{u}_\beta)$

avec $\vec{u}_\alpha = \vec{u}_a = \frac{\vec{S}_a}{S}$ et $\vec{u}_\beta = j\,\vec{u}_a$

Dans la figure 1.13b, le module du moment magnétique $\vec{M}_{sp}$ de la spire mobile composée de n spires et parcourue par le courant $\frac{3}{2}\hat{I}$ est $\frac{3}{2}\hat{I}\cdot nS$. Dans la figure 1.13c, le module de $\vec{M}_s$ est également $\frac{3}{2}\cdot nS\,\hat{I}$.

Ainsi les deux schémas sont strictement équivalents. Le rotor tourne à la pulsation du réseau triphasé électrique ω qui définit donc sa vitesse de rotation. Le courant maximum, Î, fixe quant à lui le couple moteur.

La relation 1.1 devient donc :

$\vec{\Gamma} = \vec{B}_r \wedge \vec{M}_s$ soit un module égal à $\Gamma = \hat{B}_r \hat{M}_s \sin(\xi) = \frac{3}{2} \cdot \hat{I} \cdot n \hat{BS} \sin(\xi)$

Dans le cas général, les machines synchrones possèdent plus de deux pôles au rotor (aimants qui d'ailleurs se trouvent souvent en partie externe du moteur, on parle de machine *brushless Outrunner*). Le nombre de paires de pôles est noté p.

Il faut donc imaginer de multiples interactions aimant – moment magnétique statorique. Ce qui augmente d'autant le couple. Le couple s'écrit alors :

$$\Gamma = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \hat{I} \cdot n \hat{BS} \sin(\xi) \quad (1.2)$$

Enfin, on remarque dans l'expression 1.2 le facteur $n \hat{BS}$ qui n'est autre que l'expression du flux maximum de la machine (alignement de l'aimant avec la phase a), que l'on note $\hat{\Phi} = n \hat{BS}$.

On parvient alors à l'expression définitive du couple moteur de la machine synchrone :

$$\boxed{\Gamma = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \hat{\Phi} \hat{I} \cdot \sin(\xi)} \quad (1.3)$$

Quelques remarques :

Cette expression fait évoluer le concept d'interaction entre les deux vecteurs champ et moment magnétiques vers une relation entre flux et courant qui sont des grandeurs scalaires et non plus vectorielles. On va donc pouvoir retrouver cette relation dans le diagramme de Fresnel.

Si l'on observe la figure 1.13b (ou 1.13c), on voit que pour un courant donné Î, on va pouvoir « tirer » sur le rotor, cad lui exercer un couple résistant à concurrence d'un angle ξ qui atteint son maximum de π/2. L'expression 1.3 confirme cela.

La commande vectorielle qui va être décrite par la suite n'a d'autres objectifs que de « caler » le moment statorique en avance de π/2 sur l'aimant rotorique. Le but va donc être de positionner $\underline{i_a}$ (le phaseur associé au courant de la phase a) , π/2 en avance sur $\underline{\Phi_a}$ (le flux rotorique de cette même phase en convention récepteur ou moteur).

1.4. Natures des grandeurs utilisées

On peut distinguer deux types de grandeurs :

- les grandeurs **scalaires** : ce sont des grandeurs algébriques.
- Les grandeurs **vectorielles** : ce sont les grandeurs qui se représentent directement par un vecteur.

Synthèse des grandeurs utilisées :

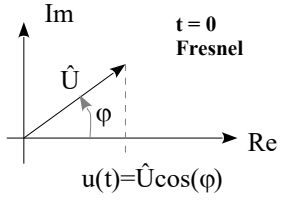
grandeur	***symbole***	***nature***	***unité***	***commentaires***
Tension	v, u	scalaire	[V]	
Courant	i, j	scalaire	[A]	
Puissance apparente	S	scalaire	[VA]	$U_{eff} \cdot I_{eff}$
Puissance active	P	scalaire	[W]	$\frac{1}{T}\int_T u(t)\cdot i(t)\,dt$
Puissance réactive	Q	scalaire	[VAR]	$S^2 = P^2 + Q^2$ en régime sinusoïdal pur
Champs magnétique	$\vec{B}$	vectoriel	[T]	
Surface orientée	$\vec{S}$	vectoriel	[m^2]	Vecteur orthogonal à la surface d'une spire dont l'orientation dépend du sens de I circulant dans la spire (règle du tire-bouchon). L'intensité est égale à la surface de la spire.
Flux magnétique	Φ	scalaire	[Wb]	$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S}$
Moment magnétique	$\vec{M}$	vectoriel		$\vec{M} = I\cdot\vec{S}$ pour une spire, $\vec{S}$ étant son vecteur surface.

Par nature, les grandeurs vectorielles présentées dans le tableau sont des grandeurs « spatiales », c'est à dire que leur coordonnées sont x, y, z dans un repère cartésien.

Les grandeurs scalaires peuvent avoir une représentation complexe en régime sinusoïdal. La représentation de ***Fresnel*** permet d'illustrer une tension ou un courant sous la forme de vecteur, dit « tournants ». Dans [1], l'auteur parle de ***vecteur temporel*** On parle aussi de ***phaseur***.

scalaire u **représentation complexe <u>u</u>** **représentation vectorielle de <u>u</u>**

$u(t) = \hat{U}\cos(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{u} = \hat{U}\,e^{j\,\omega t + \varphi} \rightarrow$



Pour passer à la représentation complexe, on ajoute $j\,\hat{U}\sin(\omega t + \varphi)$.

Inversement, on passe de la représentation complexe à l'expression algébrique en prenant la partie réelle du nombre complexe.

La **grandeur scalaire** est donc la **projection du vecteur temporel sur l'axe des abscisses**.

Attention :

- la représentation de *Fresnel* est une « photo » à l'instant t = 0 du ***vecteur temporel***,
- le lecteur peut imaginer la situation à un instant autre : le *vecteur temporel* se déplace alors dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω,
- en même temps, la ***grandeur scalaire*** (la vraie, la seule!) est lisible sur l'***axe des abscisses***,
- le diagramme aide à construire des sommes de tensions ou de courants instantanées, c'est son principal intérêt. C'est une loi des mailles représentée sous une forme vectorielle.
- le repère abscisses et ordonnées du diagramme de ***Fresnel*** **n'est pas un repère d'espace**. L'axe des 'x' est la partie réelle du *vecteur temporel*, l'axe 'y' la partie imaginaire.
- un courant, une tension ne tourne pas dans l'espace x, y z, de la machine, ni même un flux dès lors que sa surface associée est fixe (le cas des bobines du moteur).

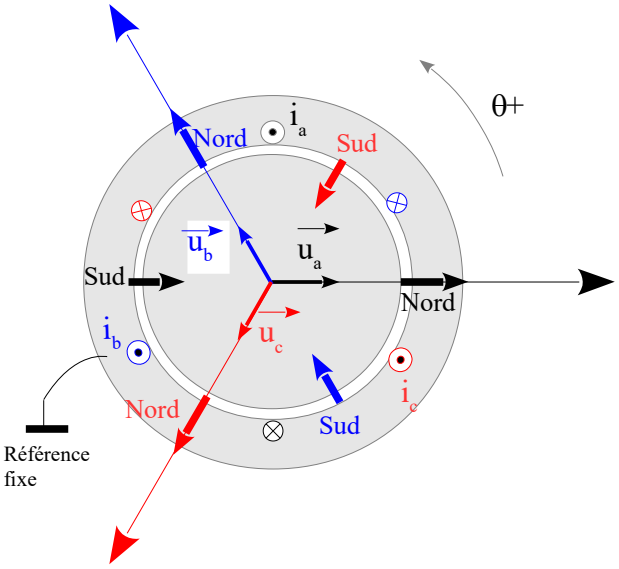
Cette représentation vectorielle, le ***diagramme de Fresnel***, qui exploite des *vecteurs temporels*, ne doit pas être confondue avec un tracé de vraies grandeurs vectorielles, comme le champs magnétique, le moment magnétique en particulier.

2. Etude du moment magnétique statorique

Dans cette partie, nous allons étudier la machine synchrone à pôles lisses, mais en occultant complètement le rotor aimanté. Ce dernier sera simplement là pour fermer les lignes de champs. Il est passif (non aimanté). Le moment magnétique sera étudié en considérant un stator triphasé (comportant 3 bobines) et en considérant aussi un stator diphasé (comportant 2 bobines). Puis une correspondance entre les deux dispositions sera étudiée (transformation de ***Clark***). Enfin on abordera la transformée de ***Park***.

2.1. Cas général du stator triphasé

Le schéma d'étude est le suivant :



Hypothèses, cadre :

On distingue ici 3 bobines, a, b et c. Chacune d'elles est constituée de n spires (bien qu'une seule soit représentée sur le schéma).

On suppose que l'attaque des spires se fait en courant.

Les vecteurs $\vec{u}_x$ sont les vecteurs unitaires de chacun des axes.

NB : $\vec{u}_x$ n'est pas une tension !!! c'est le vecteur Unitaire de l'axe spatial x.

Le vecteur $\vec{u}_b$ s'obtient à partir du vecteur $\vec{u}_a$ par une rotation de +2π/3.

Fig 2.1 : *bobinage triphasé simple avec le cicuit magnétique (stator + rotor)*

Lorsqu'un courant continu parcourt une bobine, il crée un champ magnétique à répartition sinusoïdale (cf fig 2.2).

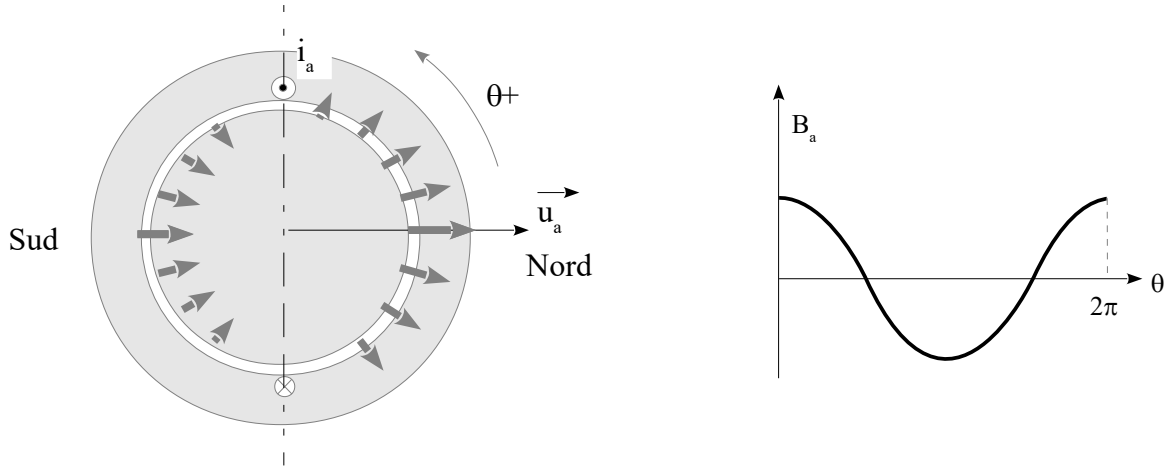


Fig 2.2 *Répartition sinusoïdale du champ dans l'entrefer dû au courant* ***continu*** i_a.

Chaque bobine crée un moment magnétique de valeur $\vec{M}_x = i_x \cdot n \cdot \vec{S}_x = n \cdot i_x \cdot S_x \cdot \vec{u}_x$, S_x étant la surface de chaque spire composant la bobine.

Le moment résultant des 3 bobines est la somme de chacun des moments. On obtient alors :

$\vec{M} = n \cdot S \left(i_a \cdot \vec{u}_a + i_b \cdot \vec{u}_b + i_c \cdot \vec{u}_c \right)$ étant entendu que la surface S est la même pour les 3 bobinages.

Faisons une construction vectorielle en considérant i_a = I, i_b = i_c = -I/2. Pour cela nous allons préciser le repère de construction. Il se fait selon les 3 axes a, b et c. Il est fixe. L'angle trigonométrique correspond à l'angle mécanique θ (cf fig 2.1 et 2.2).

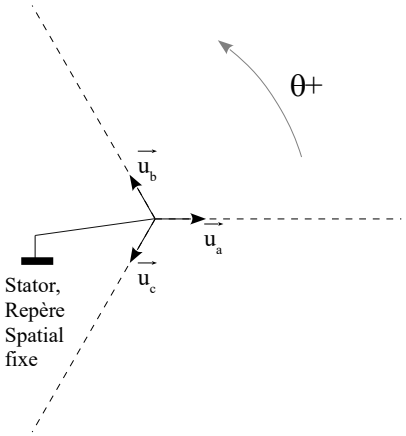


Fig 2.3 a : *Repère spatial lié au stator à 3 vecteurs, les vecteurs unitaires des surfaces orientées de chacune des 3 bobines.*

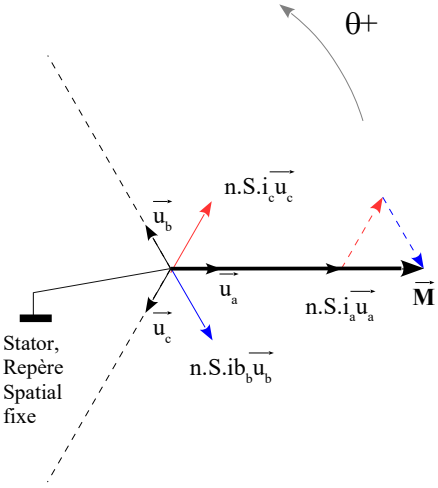


Fig 2.3 b : *Tracé dans le repère spatial lié au stator des 3 moments magnétiques et du moment résultant pour 3 valeurs de courant.*

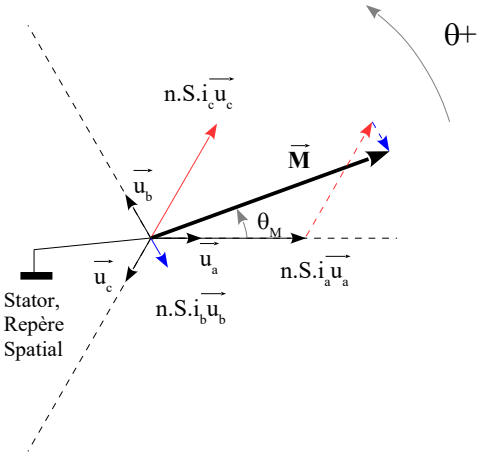


Fig 2.3 c : moment magnétique pour un autre triplet $\{i_a, i_b, i_c\}$

Il n'est pas habituel de manipuler une base vectorielle à 3 vecteurs ($\vec{u}_a$, $\vec{u}_b$, $\vec{u}_c$) dans un plan à deux dimensions. Il y a redondance.

En effet, le vecteur $\vec{M} \begin{pmatrix} n \cdot S \cdot i_a \\ n \cdot S \cdot i_b \\ n \cdot S \cdot i_c \end{pmatrix} = n \cdot S \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}$ peut avoir une infinité de valeurs pour les coordonnées $\{i_a, i_b, i_c\}$.

Ces coordonnées sont rendues uniques par le fait qu'à chaque instant :

$i_a + i_b + i_c = 0$, imposé par construction des enroulements qui sont reliés en étoile. La loi de *Kirchhoff* impose cette égalité.

2.2. Stator triphasé alimenté par des courants triphasés

Nous savons maintenant, qu'en appliquant un jeu de courant tel que $i_a + i_b + i_c = 0$, nous obtenons dans le stator un moment magnétique résultant $\vec{M}$ dont on peut parfaitement connaître l'intensité et l'angle par rapport à l'axe de la bobine a, que nous appellerons θ_M (cf fig 2.3.c). Il s'agit d'un angle **mécanique**.

Nous allons chercher à définir le vecteur $\vec{M}$ dans la base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$, c'est à dire trouver les coordonnées $\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix}$ de $\vec{M}$, sur la base d'un système de courant triphasé :

$i_a = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t)$, $i_b = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3})$ et $i_c = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}) = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3})$.

Remarquons que le moment magnétique de chacune des bobines est ***pulsant*** sur chacun des axes.

Avant de procéder au calcul, précisons les coordonnées de chaque vecteur $\vec{u}_i$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$:

$$\vec{u}_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{u}_b = \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{u}_c = \begin{pmatrix} \cos(\frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad .$$

$$\vec{M} = n \cdot S (i_a \cdot \vec{u}_a + i_b \cdot \vec{u}_b + i_c \cdot \vec{u}_c) = M_x \cdot \vec{i} + M_y \cdot \vec{j}$$

$$\vec{M}_a = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{M}_b = n \cdot S \cdot \hat{I} [\cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) \cdot \vec{i} + \cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \cdot \vec{j}]$$

$$\vec{M}_c = n \cdot S \cdot \hat{I} [\cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) \cdot \vec{i} - \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \cdot \vec{j}]$$

Pour la composante M_x :

$$M_x = n \cdot S \cdot \hat{I} [\cos(\omega \cdot t) + \cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}) \cdot \cos(\frac{2\pi}{3})]$$

$$M_x = n \cdot S \cdot \hat{I} [\cos(\omega \cdot t) + \cos(\frac{2\pi}{3}) (\cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}))]$$

$$M_x = n \cdot S \cdot \hat{I} [\cos(\omega \cdot t) + 2 \cdot \cos^2(\frac{2\pi}{3}) \cos(\omega \cdot t)] = n \cdot S \cdot \hat{I} [\cos(\omega \cdot t) + 2 \cdot \frac{1}{4} \cos(\omega \cdot t)]$$ d'où

$$\boxed{M_x = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t)}$$

Pour la composante M_y :

$$M_y = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$M_y = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \left[\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$M_y = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \sin(\omega \cdot t) = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot 2 \sin^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\boxed{M_y = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

Ainsi, en coordonnées orthonormée, le vecteur moment magnétique résultant s'écrit :

$$\boxed{\vec{M} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix}} \quad (2.1)$$

On reconnaît là un vecteur dont le module est $\boxed{|M| = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I}}$ (2.2)

et l'angle $\boxed{\theta_M(t) = \omega \cdot t}$.

Le **moment magnétique résultant tourne à la vitesse mécanique** $\Omega = \omega$. La **vitesse de rotation mécanique** du moment magnétique est donc égale à la **pulsation électrique** du réseau de courants triphasés. On redémontre là le théorème de *Ferraris* (précisons ici que le nombre de paire de pôles est p=1, voir plus loin le cas ou p est différent de 1, future version du doc...).

2.3. Stator diphasé, transformation de Clark

Nous savons maintenant, qu'en appliquant un jeu de courant tel que $i_a + i_b + i_c = 0$, nous obtenons dans le stator un moment magnétique résultant $\vec{M}$ dont on peut parfaitement connaître l'intensité et l'angle par rapport à l'axe de la bobine a, l'angle θ_M (cf fig 2.3.c).

Ce sont précisément ces deux grandeurs que l'on veut contrôler. Il aurait été bien plus simple d'avoir une base orthonormale. Pour cela, il aurait fallu disposer dans le stator deux bobinages. L'un **repérée α concordante avec la bobine a**, l'autre β. Il s'agit de la base orthonormée utilisée dans le paragraphe précédent.

Le but ici, va être de reproduire exactement le même moment magnétique à partir de deux bobines logées suivants les axes α et β, puis d'établir la correspondance entre les deux repères.

Les deux configurations équivalentes sont représentées ci-dessous. Les bobinages α et β comportent un nombre de spires égal à **n'** , pas forcément égal au nombre de spires **n** des bobinages triphasés a,b et c. La surface de bobinage S est la même.

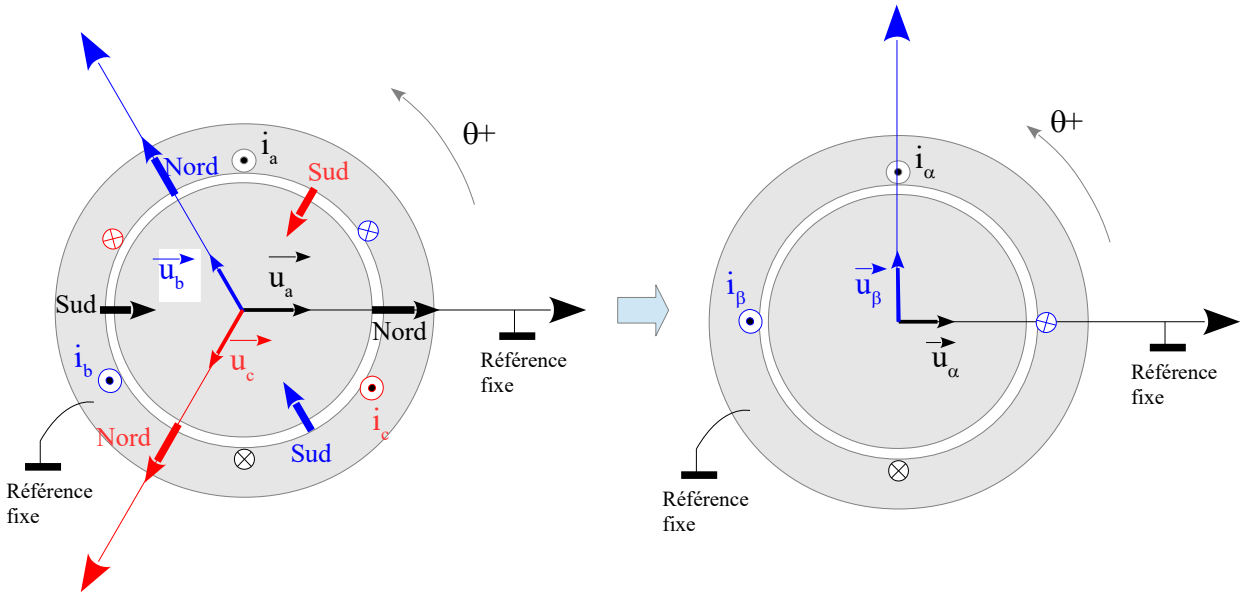


Fig 2.4 *: bobinages statoriques triphasés et diphasés.*

Si des courants i_α et i_β traversent respectivement les enroulements α et β, alors ces derniers produisent un moment magnétique $\vec{M}$ tel que (éq. 2.2):

$$\vec{M}\begin{pmatrix} n'\cdot S\cdot i_\alpha \\ n'\cdot S\cdot i_\beta \end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad \vec{M}=n'\cdot S\cdot\left(i_\alpha\cdot\vec{u}_\alpha+i_\beta\cdot\vec{u}_\beta\right) \quad (2.3)$$

Dans le repère abc, $\vec{M}\begin{pmatrix} n\cdot S\cdot i_a \\ n\cdot S\cdot i_b \\ n\cdot S\cdot i_c \end{pmatrix}$ soit $\vec{M}=n\cdot S\left(i_a\cdot\vec{u}_a+i_b\cdot\vec{u}_b+i_c\cdot\vec{u}_c\right)$ (2.4)

En écrivant les coordonnées des vecteurs $\vec{u}_i$ dans le repère αβ, on obtient :

$$\vec{u}_a=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{u}_b=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\\ \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\end{pmatrix} \quad , \quad \vec{u}_c=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\\ \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\\ -\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\end{pmatrix} \quad , \text{ soit}$$

l'équation 2.4 donne alors

$$\vec{M}=n\cdot S\left(i_a\cdot\vec{u}_\alpha-\frac{1}{2}i_b\vec{u}_\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}i_b\vec{u}_\beta-\frac{1}{2}i_c\vec{u}_\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}i_c\vec{u}_\beta\right) \quad (2.5).$$

Par identification des expressions (éq 2.3 et 2.5) :

$$n' \cdot S \cdot i_\alpha = n \cdot S \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right) \quad ,$$

$$n' \cdot S \cdot i_\beta = n \cdot S \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \right) \quad ,$$

Soit :

$$i_\alpha = \frac{n}{n'} \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right)$$

$$i_\beta = \frac{n}{n'} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \right)$$

On introduit une troisième équation afin d'obtenir un système matriciel inversible :

$\frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) = i_h = 0$, i_h étant la composante homopolaire.

Sous forme matricielle nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{n}{n'} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

L'introduction de la composante homopolaire est mathématiquement obligatoire pour pouvoir inverser la matrice, et physiquement, on voit bien que si on impose uniquement α et β, il est impossible de produire les 3 courants a, b, et c car il y a une inconnue de trop.

En pratique on fixera toujours $i_h = 0$.

Reste ce facteur n/n'. Il s'agit du ratio entre les nombres de spires dans les deux repères. Selon la valeur que l'on va choisir, les ratios de courants ne seront pas les mêmes.

Conservation des amplitudes tensions, courants, flux

Supposons que le moment magnétique **soit horizontal** (aligné sur l'axe a, et α). Le courant i_β ne peut être que nul. Dans cette configuration, i_a est maximum, il vaut $i_a = \hat{I}$ tandis que $i_b = i_c = \frac{-\hat{I}}{2}$ (cf fig 2.3b)

Le moment crée en triphasé a pour module $M = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I}$ (cf éq. 2.2)

Le moment crée en diphasé a pour module $M = n' \cdot S \cdot \hat{I}_\alpha$. Le moment produit est bien entendu le même (c'est le but du changement de repère). Si l'on souhaite avoir égalité des courants maximum dans deux repères, alors nous obtenons :

$M = n' \cdot S \cdot \hat{I}_\alpha = n' \cdot S \cdot \hat{I}$ ce qui impose $M = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} = n' \cdot S \cdot \hat{I}$

On en déduit : $\boxed{\frac{n}{n'} = \frac{2}{3}}$

Ce choix de ratio dans le nombre de spires, donne l'**égalité des courants** lors du passage d'un repère à l'autre.

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Cette transformation est appelée transformée de ***Clark.***

La composante homopolaire reste inchangée.

La transformation qui a été présentée et qui permet de changer de repère (abc triphasé vers αβ diphasé) permet d'obtenir le même moment magnétique dans les deux machines (l'une réelle, l'autre qui pourrait l'être aussi, mais qui est souvent une vue de l'esprit puisque les machines sont quasiment toutes triphasées).

Cette transformation s'applique à toutes les autres grandeurs scalaires, en particulier aux tensions et aux flux.

La transformation de ***Clark***, permet le passage d'un **repère triphasé à un repère diphasé** en **conservant les amplitudes des grandeurs courant, tension et flux**. Le ratio de spires n/n' = 2/3 permet ce réglage [2].

Exemple d'utilisation :

On dispose d'une machine triphasée. On souhaite créer un moment magnétique statorique de module M et orienté d'un angle $\theta_M = 30°$ dans la machine. On ne sait pas trop quel courant i_a, i_b et i_c imposer (difficile à calculer).

On imagine que la machine est diphasée. Et on impose un jeu de courant i_α et i_β que l'on voudrait voir circuler dans les enroulements diphasée (fictifs). Ces courants doivent donner le moment magnétique voulu.

Quels sont ils ?

$i_\alpha = \hat{I} \cdot \cos(\theta_M) = \frac{\hat{I} \cdot \sqrt{3}}{2}$ Et $i_\beta = \hat{I} \cdot \sin(\theta_M) = \frac{\hat{I}}{2}$. La valeur de Î ne peut être connue que si l'on connaît n et S. Prenons 10A pour l'exemple, $\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.66 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

On inverse la matrice de *Clark* (calcul non détaillé) :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} \quad \text{ce qui donne} \quad \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.66 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

soit $\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.66 \\ 0 \\ -8.66 \end{bmatrix}$,

c'est presque le cas de la figure 2.3.c, l'angle dans la figure est légèrement inférieur à 30°.

On voit bien ici l'intérêt de la matrice de *Clark* inverse : il est difficile (pas impossible!) de déterminer les courants triphasés directement à partir de la donnée d'un angle du moment magnétique. Par contre c'est immédiat en coordonnées cartésiennes donc dans le repère αβ. La matrice inverse permet d'obtenir en suivant les 3 valeurs de courants i_a, i_b, i_c dans le système triphasé.

2.4. Repère tournant rotorique dq, transformée de Park

La matrice de *Clark* inverse nous permet donc

- de **positionner le vecteur moment magnétique** à l'intérieur du stator par **rapport à une référence statorique fixe** qui est le vecteur unitaire de surface de la bobine a, $\vec{u}_a$,
- de le faire de manière simple grâce aux deux **grandeurs scalaires i_α et i_β,**

Rappelons notre objectif de départ : asservir le moment magnétique statorique de manière à ce qu'il soit calé à π/2 par rapport au rotor (cf 1.1.2).

En régime permanent, le rotor de la machine est donc une rotation uniforme, à la vitesse angulaire Ω avec un couple conséquent dû à une charge. Pour y parvenir, il est clair qu'un système de courants sinusoïdaux triphasés doit attaquer le stator (cf 2.2) dont la pulsation est ω = Ω. Les grandeurs de contrôle **scalaires** (i_a, i_b et i_c, ou plutôt i_α et i_β) **sont donc sinusoïdales en régime permanent**.

Si le couple demandé par la charge augmente, la vitesse de rotation tend à diminuer. La pulsation doit donc augmenter ainsi que les amplitudes du réseau de courants. C'est difficile à réaliser. Autant un régime permanent peut être mis en place assez facilement, autant le transitoire entre deux régimes permanents est difficile à concevoir puisqu'une régulation devra suivre des consignes sinusoïdales.

D'où l'idée de trouver un troisième repère, encore plus fictif que le diphasé statique : un repère diphasé tournant. Il s'agit en fait d'imaginer un **stator qui tourne en phase avec le rotor**. Ce dernier tourne à la vitesse Ω qui correspond à un régime permanent. Le rotor aimanté tournant à la même vitesse. **L'axe d correspond à l'axe du moment magnétique du rotor**. L'angle ξ entre le champ magnétique du rotor et le moment magnétique est alors constant. L'asservissement de l'angle ξ se fait en agissant sur des grandeurs continues et non plus sinusoïdales.

Sur la figure ci-dessous, on représente le stator tournant à **Ω**. Le rotor est encore non représenté. On définit l'angle $\theta = \widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{u}_d}$. Il représente la rotation angulaire du **stator fictif tournant *dq* par rapport au stator diphasé statique αβ**, c'est à dire l'**angle entre le rotor et le stator diphasé statique αβ**.

L'ensemble est une photo prise à l'instant t tel que θ = Ωt.

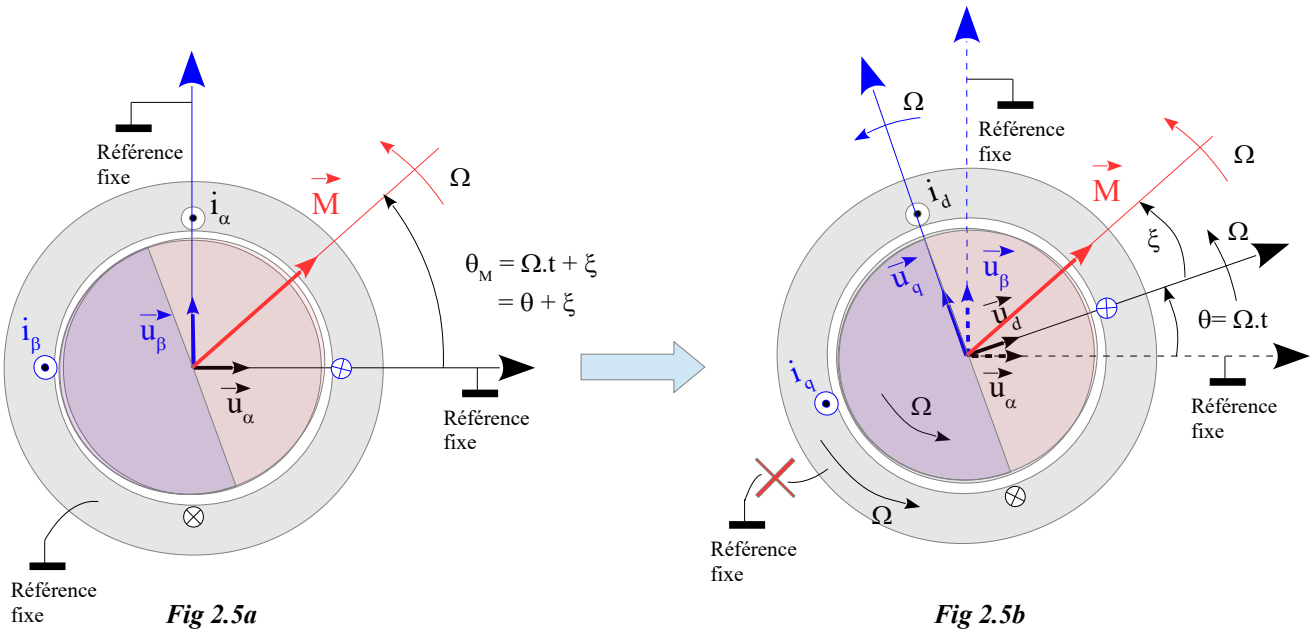


Fig 2.5a *Fig 2.5b*

***Fig 2.5a et b** : Modification de repère. Equivalence entre un repère diphasé à stator fixe, et un repère diphasé à stator tournant à Ω.*

Le rotor tourne maintenant avec le stator tournant dq (figure 2.5b). L'angle de repérage du moment magnétique $\vec{M}$ dans le repère dq est maintenant l'angle ξ , l'angle entre $\vec{u}_d$ (vecteur unitaire de la surface de bobinage d) ou encore $\vec{B}_r$ (vecteur champ magnétique rotorique) et le moment magnétique statorique $\vec{M}$.

Remarquons qu'à t = 0, les vecteurs unitaires de surface des bobines a, α, et d sont alignés.

Comme pour le changement triphasé – diphasé de la partie 2.3, il faut écrire l'égalité des deux vecteurs $\vec{M}$ dans les deux référentiels pour en déduire la matrice de transformation. Les bobinages ont le même nombre de spires, n', et la même surface S.

$$\vec{M}\begin{pmatrix} n'\cdot S\cdot i_\alpha \\ n'\cdot S\cdot i_\beta \end{pmatrix}_{\alpha\beta} \text{ soit } \vec{M} = n'\cdot S\cdot\left(i_\alpha\cdot\vec{u}_\alpha + i_\beta\cdot\vec{u}_\beta\right) \text{ et } \vec{M}\begin{pmatrix} n'\cdot S\cdot i_d \\ n'\cdot S\cdot i_q \end{pmatrix}_{dq} \text{ soit } \vec{M} = n'\cdot S\cdot\left(i_d\cdot\vec{u}_d + i_q\cdot\vec{u}_q\right)$$

exprimons les vecteurs $\vec{u}_d$ et $\vec{u}_q$ dans la base αβ :

$$\vec{u}_d\begin{pmatrix}\cos(\Omega t)\\ \sin(\Omega t)\end{pmatrix}_{\alpha\beta} \quad \text{et} \quad \vec{u}_q\begin{pmatrix}-\sin(\Omega t)\\ \cos(\Omega t)\end{pmatrix}_{\alpha\beta}$$

donc

$$\vec{M}=n'\cdot S\cdot(i_d\cdot\vec{u}_d+ i_q\cdot\vec{u}_q)=n'\cdot S\cdot[i_d\cdot(\cos(\Omega t)\vec{u}_\alpha+ i_d\cdot\sin(\Omega t)\vec{u}_\beta)+(-i_q\cdot\sin(\Omega t)\vec{u}_\alpha+ i_q\cdot\cos(\Omega t))\cdot\vec{u}_\beta]$$

on en déduit dans la base αβ : :

$$\vec{M}=n'\cdot S\begin{pmatrix}i_d\cos(\Omega t)-i_q\sin(\Omega t)\\ i_d\sin(\Omega t)+ i_q\cos(\Omega t)\end{pmatrix} \quad \text{à identifier à} \quad \vec{M}\begin{pmatrix}n'\cdot S\cdot i_\alpha\\ n'\cdot S\cdot i_\beta\end{pmatrix}$$

Mis sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix}i_\alpha\\ i_\beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t)\\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\end{bmatrix} \quad \text{la transformée inverse est} \quad \begin{bmatrix}i_d\\ i_q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos(\Omega t) & \sin(\Omega t)\\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_\alpha\\ i_\beta\end{bmatrix}$$

Rappelons la transformée de *Clark* :

$$\begin{bmatrix}i_\alpha\\ i_\beta\\ i_h\end{bmatrix}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_a\\ i_b\\ i_c\end{bmatrix}$$

Dans l'esprit d'obtenir i_d, i_q en fonction de i_a, i_b et i_c, on peut supprimer la composante homopolaire :

$$\begin{bmatrix}i_\alpha\\ i_\beta\end{bmatrix}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_a\\ i_b\\ i_c\end{bmatrix} \quad \text{on obtient donc}$$

$$\begin{bmatrix}i_d\\ i_q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos(\Omega t) & \sin(\Omega t)\\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_\alpha\\ i_\beta\end{bmatrix}=\frac{2}{3}\cdot\begin{bmatrix}\cos(\Omega t) & \sin(\Omega t)\\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t)\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_a\\ i_b\\ i_c\end{bmatrix} \quad \text{soit,}$$

En multipliant les matrices :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\frac{1}{2}\cos(\Omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\Omega t) & -\frac{1}{2}\cos(\Omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \frac{1}{2}\sin(\Omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\Omega t) & \frac{1}{2}\sin(\Omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Si l'on se rappelle que les coefficients $-\frac{1}{2}$ et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ proviennent des cosinus et sinus de l'angle $\frac{2\pi}{3}$, et si on note $\theta = \Omega.t$ (cf figure 2.5), la matrice gagne à être écrite sous la forme :

Transformée de *Park* (conservant les amplitudes) [2],[3]

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Transformée inverse de *Park* (conservant les amplitudes)

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

Dans ces notations, la composante homopolaire a disparu. Cette forme est adaptée pour construire rapidement les grandeurs diphasées tournantes à partir du triphasé et inversement.

3. Principes de commande des machines, overview

Dans cette partie, nous balayons rapidement les grands principes de commandes. Dans un premier temps nous rappelons comment se crée le couple dans la machine synchrone, puis nous faisons un point sur les sources d'énergie (commande en courant). Ensuite les divers grands principes de commandes sont présentés sans entrer dans le détail théorique. On comprend comment les transformées sont utilisées, notamment la transformée de *Park*.

3.1. Généralités

3.1.1. Création du couple moteur

La figure 1.10 montre de manière simple le principe de la machine synchrone : entraîner un rotor aimanté (aimant ou rotor ferromagnétique bobiné) grâce à un champ qui va l'attirer en permanence.

Ce champ sera crée par un système de **courant triphasés i_a, i_b i_c.** On ne parlera pas de champ magnétique, mais de **moment magnétique** statorique, plus adapté aux bobines parcourues par des courants. Par ailleurs, si l'on connaît le champ magnétique produit par le rotor, le couple s'écrit directement par le moment magnétique :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{B}_r \wedge \vec{M} = B_r \cdot M \cdot \sin(\xi)\, \vec{e}_z}$$ comme cela a été vu au chapitre 1.2, (éq. 1.1).

et $$\boxed{\Gamma = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \hat{\Phi}\, \hat{I} \cdot \sin(\xi)}$$ si l'on considère le module et si nous tenons compte du nombre de paires de pôles et changeons les grandeurs en jeu. (éq 1.3)

L'objectif de la commande vectorielle est de maintenir le plus directement possible l'angle ξ à $\pi/2$ et de contrôler l'intensité du moment magnétique statorique M.

3.1.2. Les sources d'énergie

Pour produire les courants triphasés nous supposons que nous avons à disposition 3 sources de courant I_a, I_b et I_c contrôlées par 3 scalaires i_a, i_b et i_c (synthétisables par un micro-contrôleur par exemple).

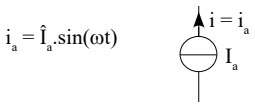


Fig 3.1 : *source de courant contrôlée*

NB : dans la réalité la commande se fait par des ***sources de tensions***. Pour renverser le type de source et passer en courant, on construit un asservissement en courant (une boucle de courant). L'architecture classique est la suivante :

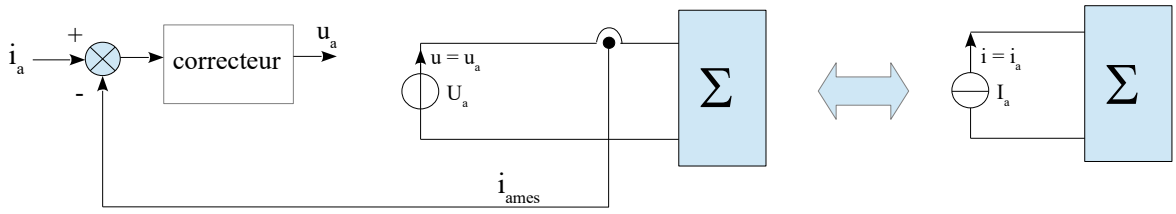


Fig 3.2 : *boucle de courant ⇔ source de courant contrôlée*

L'équivalence n'est vraie que si la régulation de courant est capable d'obtenir $i_a = i_{ames}$ à tout instant.

Dans ce chapitre 3, pour simplifier, on notera les sources d'énergie comme étant des sources de courant idéales (figure 3.1).

3.1.3. Commande en courant triphasée directe

La commande la plus simple est alors une commande en courant depuis un réseau triphasé :

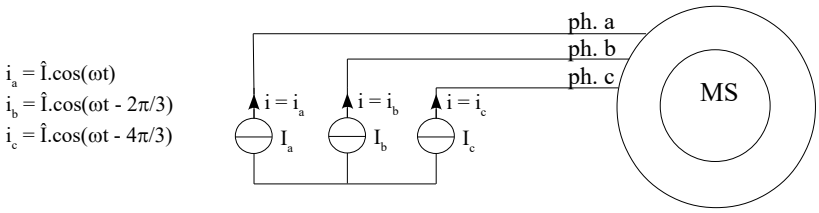


Fig 3.3 : *alimentation en courant triphasée directe, commandes triphasées*

Commentaires :

Le double cercle identifie la machine synchrone (MS) dont les seuls accès pour l'instant sont les 3 lignes de phases a, b et c.

Deux gros inconvénients dans ce type de commande. D'une part, il faut 3 asservissements (en fait deux suffisent, car le troisième courant s'obtient à partir des deux autres) qui vont peiner à asservir une consigne sinusoïdales de courant. D'autre part, l'angle ξ n'est pas contrôlé. C'est une commande en boucle ouverte. La machine peut donc décrocher.

3.2. Les commandes en boucle fermée

Pour régler le problème du décrochage, il est possible de récupérer l'information position du rotor. Techniquement, on peut réaliser cette opération avec un codeur incrémental fixé sur l'axe de rotation du moteur.



Fig 3.4 *: un codeur incrémental*

Le disque contient une série d'alternances transparentes et opaques. Deux ensembles de LED et photo-diodes sont légèrement décalées et sont en regard sur ces alternances. Lorsque le disque tourne, des signaux carrés A et B sont produits en déphasage de 90°. Ainsi le sens peut être discriminé. Egalement, il existe une raie spéciale et unique, l'index qui rend la mesure d'angle absolue. Ce dernier doit absolument être aligné avec le vecteur surface $\vec{S}_a$. Ce codeur, associé à une logique de décodage est capable de produire un nombre de 0 à 359 signé. Il est donc à tout instant possible de connaître l'angle $\theta = \widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{u}_d}$ (fig 2.5b). Cet élément est essentiel et commun à tous les procédés de commande de la machine synchrone.

3.2.1. La commande scalaire abc [5]

Très bien décrite dans [5], on peut en extraire le principe général en considérant 3 sources de courants idéales. La figure 3.5 illustre le principe.

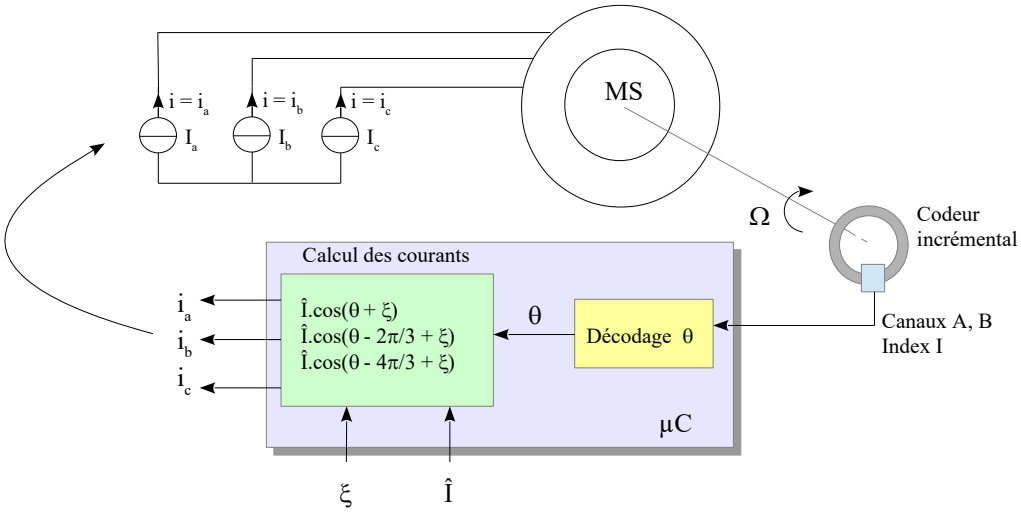


Fig 3.5 : *commande scalaire abc*

L'obtention de l'angle θ (angle du rotor par rapport à la surface orientée a) se fait par un périphérique spécialisé d'un micro-contrôleur (en jaune). Ensuite le calcul des 3 courants est fait logiciellement. Pour une plus grande vitesse d'exécution, les calculs sont déjà fait dans une table en cosinus logée en ROM. Les 3 consignes de courants sont alors établies via la donnée de l'angle ξ (que l'on choisira logiquement égal à +π/2) et l'amplitude maximum des sinusoïdes, Î.

Ci-contre, on observe la représentation vectorielle associée à ce mode de fonctionnement ξ (l'angle n'est pas du tout optimal sur la figure).

Le jeu de courants triphasés appliqué est ici déphasé en avance par rapport au rotor. On rappelle que l'angle du moment magnétique $\vec{M}$,

$\theta_M = \omega t + \xi$, est égal à la phase du courant de référence i_a, $i_a = \hat{I} \cdot \cos(\theta_M) = \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \xi)$.

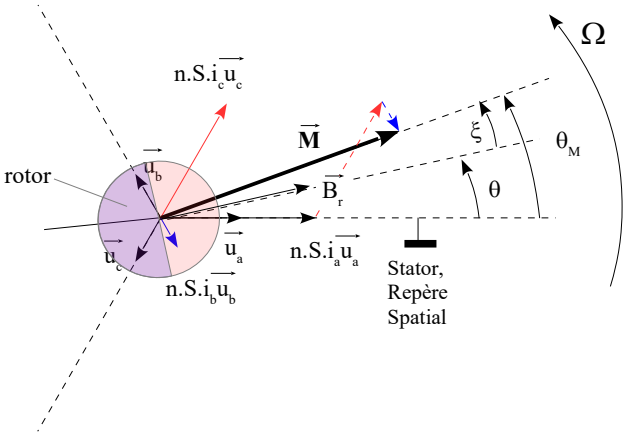


Fig 3.6 : représentation vectorielle dans la commande abc

Le problème du décrochage est donc résolu. Par contre, il reste un problème qui n'apparaît pas sur la figure 3.5 : chaque source de courant (ou au moins deux) doit être un asservissement. La figure suivante est un synoptique plus complet de la commande abc :

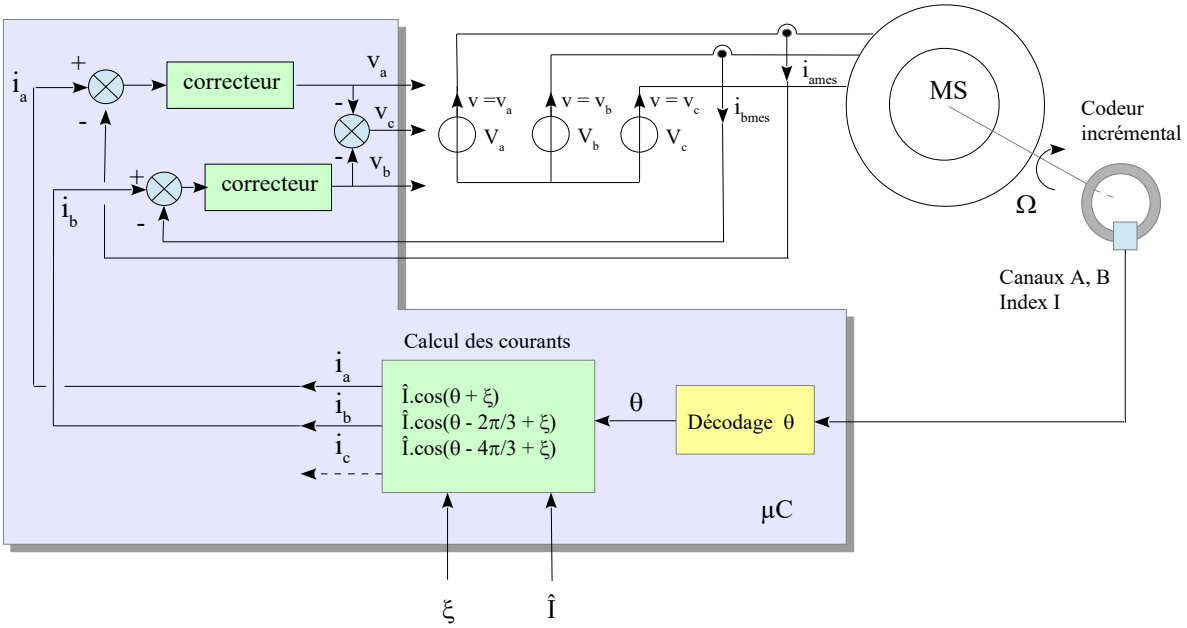


Fig 3.7 : *commande scalaire abc, attaque du moteur en tension*

Explication :

On suppose que $\xi = \pi/2$. Le moteur étant à l'arrêt, un angle θ ($\widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{u}_d}$) est obtenu. Si Î vaut 0, les consignes i_a, i_b, i_c sont nulles. Les deux correcteurs génèrent donc les tensions v_a, v_b et v_c de manière à garantir des courants effectifs i_{ames}, i_{bmes}, i_{cmes} nuls. Le couple est donc nul. Le moteur est libre.

Lorsqu'une valeur de courant non nul Î est appliqué, un jeu de trois valeurs de courants (devenant des consignes pour les asservissements) est produit, qui doivent positionner $\vec{M}$ tel que $\theta_M = \widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{M}} = \theta + \frac{\pi}{2}$. Les deux asservissements doivent permettre d'obtenir effectivement les courants voulus.

Ce faisant, un couple est appliqué, le rotor tourne, θ évolue, un nouveau triplet de consigne de courant est élaboré (visant une nouvelle position pour $\vec{M}$. Le système va donc accélérer jusqu'à trouver une vitesse d'équilibre (couple résistant compensant le couple moteur).

Nous voyons bien le point faible de cette commande : les correcteurs doivent réagir vite et bien sur des consignes qui sont des sinusoïdes dont la fréquence va croître linéairement (accélération constante) ressemblant à une rampe FM. La conception des correcteurs est difficile.

3.2.2. *La commande vectorielle [6]*

Avec la commande vectorielle, on utilise comme consigne non plus Î et ξ, mais i_d et i_q. Le repère dq tourne à Ω par rapport à αβ. Le moment magnétique statorique aussi. Il est alors tout naturel de fixer le repère dq (donc le rotor) et de raisonner dans ce repère que l'on considère maintenant fixe : **les divers vecteurs** $\vec{u}_d, \vec{u}_q, \vec{M}, \vec{B}_r$ sont maintenant FIXES. Il n'y a plus de notion de vitesse Ω.

Voyons maintenant comment cela se passe au niveau des boucles de courants. Le grand changement réside dans le courant de retour des asservissements. Ce ne sont plus i_{ames}, i_{bmes} et i_{cmes} qui vont être contre-réactionnés mais i_{dmes} et i_{qmes}. Ces deux informations de retours ne sont bien sûr pas mesurées directement. On passe par la transformée de *Park* pour les reconstruire à partir de i_{ames}, i_{bmes} et i_{cmes}.

NB : le courant i_c n'est pas mesuré, il se déduit de i_a et i_b (calcul que l'on suppose inclus dans le bloc de calcul de la transformée de *Park* de la figure ci-dessous).

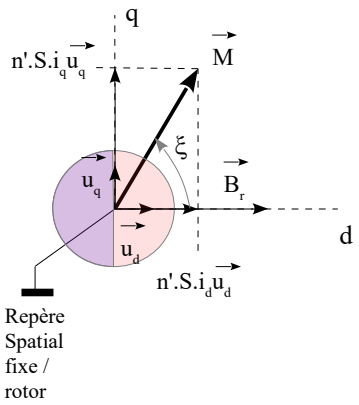


Fig 3.8 : représentation vectorielle dans le repère dq lié au rotor

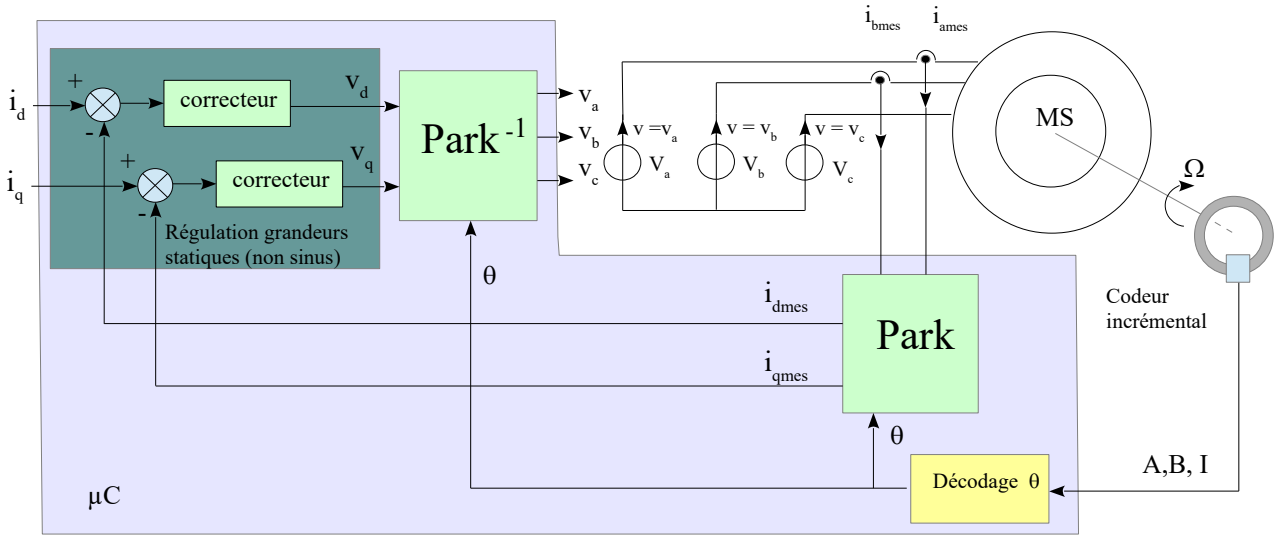


Fig 3.9 : *commande vectorielle, attaque du moteur en tension, présence des asservissements dq*

Explications :

Logiquement, la consigne en courant direct doit être nulle, ce qui garantira un angle ξ optimal de $\pi/2$. La transformée de *Park* sur les courants mesurés permet d'obtenir les deux grandeurs i_{dmes} et i_{qmes}, quelque soit l'angle θ du rotor par rapport au stator. Ces grandeurs sont comparées aux deux consignes statiques (i_d, i_q). Les deux correcteurs élaborent les grandeurs statiques (v_d, v_q). La transformée de *Park* inverse (qui se généralise à toutes les grandeurs scalaires, tension, flux, courant) donne les 3 tensions triphasées.

L'intérêt du contrôle vectoriel, réside dans la simplification des correcteurs d et q, qui travaillent sur des régimes permanents statiques et non plus sinusoïdaux. Ainsi, un simple PI garantit une erreur nulle dans la régulation des deux grandeurs i_d et i_q permettant ainsi un contrôle bien plus efficace du moment magnétique statorique vis à vis du champ rotorique. Par ailleurs les transitoires sont également plus simple à maîtriser.

Le chapitre suivant porte sur la modélisation de la machine, en particulier, comment établir le modèle entre tension et courant dans la commande abc, mais surtout dans la commande dq.

Remarque : *Comme souvent, on observe des similitudes de concepts entre électrotechnique et télécommunication. On peut voir la transformée de Park comme un détection synchrone, c'est à dire ramener un système pulsant à la fréquence nulle. Pas de PLL ici, la porteuse est la position qui défile récupérable par capteur. Id et Iq sont les enveloppes complexes des courants...*

4. Modélisation courant tension de la machine synchrone

Le principe général de la commande scalaire abc et vectorielle et maintenant compris. Il nous reste une étape qui consiste à opérer les régulations de courant. Dans ce chapitre, nous allons donc étudier la relation qui existe entre tension et courant au niveau des divers enroulements.

De manière très générale, une bobine x (ensemble de spires) parcourue par un courant dans une machine synchrone voit sa tension dépendre de plusieurs paramètres :

- la résistance r de la bobine,
- la variation de flux qui lui même peut se décomposer en 3 parties :
  - le flux propre : $\Phi_p = L \cdot i_x$, i_x étant le courant de la bobine étudiée x.
  - le flux causé par les mutuelles $\Phi_M = \Sigma M_{xy} \cdot i_y$, y identifiant les autres bobines dans l'environnement magnétique du moteur (par exemple y= b et c pour un stator triphasé),
  - le flux causé par la rotation de l'amant du rotor, $\Phi_{rx} = \vec{B}_r \cdot \vec{S}_x$, $\vec{S}_x$ étant la surface orientée de la bobine étudiée.

On peut donc écrire, quelque soit le système étudié que la relation entre le courant i_x dans la bobine x et la tension v_x à ses bornes est (convention récepteur) :

$$v_x = r \cdot i_x + L \frac{di_x}{dt} + \Sigma M_{xy} \frac{di_y}{dt} + \frac{d\Phi_{rx}}{dt} \quad (4.1)$$

Dans ce qui suit, nous nous limitons toujours à une machine synchrone à aimant permanent, bipolaire, pôles lisses.

4.1. Modélisation en triphasées

Nous la présentons car très classique et présentant un intérêt pédagogique fort. Mais cette modélisation ne sert directement que dans la commande scalaire que nous avons présentée précédemment.

Reprenons la figure 2.3c et ajoutons la bobine étudiée, la bobine a, (figure 4.1 ci-contre). Insistons sur le fait qu'il s'agit d'une construction spatiale. Il est donc tout à fait possible de faire apparaître les éléments physiques du moteur, dont le rotor avec son champ magnétique. Le moment magnétique statorique est représenté avec un faible contraste puisqu'il n'intervient pas directement dans la relation v / i.

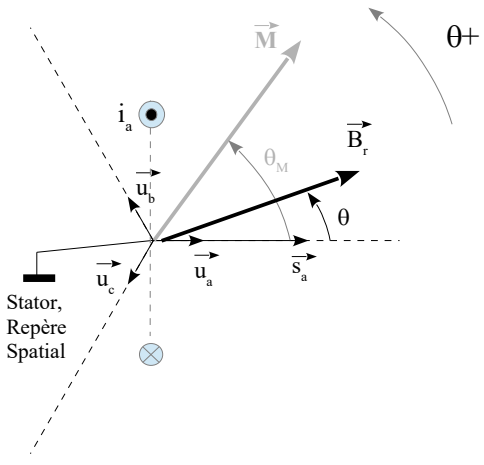


Fig 4.1 : représentation des éléments de l'espace qui influent sur la modélisation i/u de la bobine a

La part de flux dans la bobine a provenant du rotor est donc : $\Phi_{ra} = B_r \cdot n \cdot S \cdot \cos(\theta)$ (4.2) , où θ repère l'angle du rotor par rapport à phase a, comme d'habitude.

La figure 4.2 montre les champs $\vec{B}_b$ et $\vec{B}_c$ dont le sens est normalisé vis à vis des sens respectifs des courant i_b et i_c. Chacun d'eux produit donc un flux dans la bobine a :

$\Phi_{ab} = \vec{B}_b \cdot \vec{S}_a$ et $\Phi_{ac} = \vec{B}_c \cdot \vec{S}_a$ que l'on peut sommer et écrire :

$$\Phi_{ab} + \Phi_{ac} = n \cdot B_b \cdot S \cdot \cos(\alpha) + n \cdot B_c \cdot S \cdot \cos(\alpha) \quad \text{soit}$$

$$\Phi_{ab} + \Phi_{ac} = n \cdot S \cdot \cos(\alpha)(B_b + B_c)$$

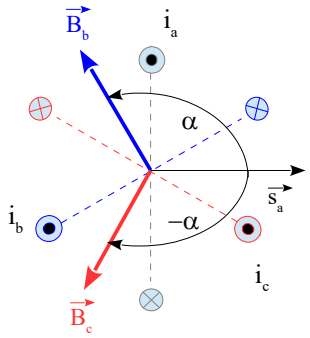


Fig 4.2*: bobinage triphasé et inductances mutuelles*

Les modules des champs B_b et B_c sont proportionnels aux courant i_b et i_c. Appelons K le coefficient de proportionnalité, on obtient

$$\Phi_{ab} + \Phi_{ac} = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha)(i_b + i_c) \quad , \quad \Phi_{ab} = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) i_b$$

$$\Phi_{ac} = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) i_c$$

Chacune des mutuelles est identique, et vaut

$M = \frac{\Phi_{ab}}{i_b} = \frac{\Phi_{ac}}{i_c} = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \cdot n \cdot K \cdot S$. Le coefficient de mutuelle est négatif.

En remarquant que le système de courant est forcément équilibré, $i_a = -(i_b + i_c)$ on en déduit donc

$\Phi_{ab} + \Phi_{ac} = -M \cdot i_a$ (4.3)

La relation (4.1) devient donc :

$$v_a = r \cdot i_a + (L - M)\frac{di_a}{dt} + \frac{d\Phi_{ra}}{dt} \quad (4.4)$$

où v_a est la tension aux bornes de la bobine a,

i_a le courant qui la traverse.

et $\Phi_r = B_r \cdot n \cdot S \cdot \cos(\theta)$

NB : $L = n \cdot K \cdot S$, $M = -\frac{1}{2} \cdot n \cdot K \cdot S$ donc $L_{cy} = (L - M) = \frac{3}{2} L$, **L_{cy} est l'inductance cyclique**

4.1.1. Relation courant tension sur toutes les phases

Pour exprimer la relation courant tension au niveau de la phase b, on redessine le schéma de la figure 4.1 mais en se focalisant sur la bobine b, ce qui donne la figure ci-contre.

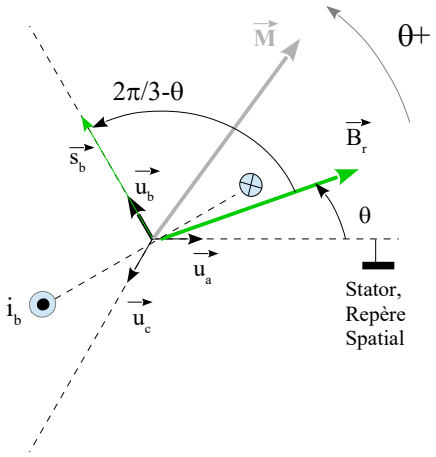


Fig 4.3 : représentation des éléments de l'espace qui influent sur la modélisatio i/u de la bobine b

La symétrie de l'ensemble amène sans calcul à dire que le flux propre et les flux mutuels pour la bobine b ont exactement la même expression que pour la bobine a.

La seule chose qui est modifée (à position de rotor inchangée bien évidemment par rapport à la figure 4.1), c'est le flux rotorique vu par la phase b, Φ_{rb} .

$\Phi_{rb}=B_r\cdot n\cdot S\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\theta\right)$ que nous écrirons plus volontiers :

$$\Phi_{rb}=B_r\cdot n\cdot S\cdot\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)$$

En notant $\hat{\Phi}_r=B_r\cdot n\cdot S$, on peut écrire les équations complètes de la machine synchrone en triphasé :

Lois régissant les tension et courant des 3 phases a,b et c en **régime quelconque** :

$$\begin{aligned}
v_a&=r\cdot i_a+(L-M)\frac{di_a}{dt}+\frac{d\Phi_{ra}}{dt}\quad,\quad \Phi_{ra}=\hat{\Phi}_r\cdot\cos(\theta)\quad,\\
v_b&=r\cdot i_b+(L-M)\frac{di_b}{dt}+\frac{d\Phi_{rb}}{dt}\quad,\quad \Phi_{rb}=\hat{\Phi}_r\cdot\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)\quad,\\
v_c&=r\cdot i_c+(L-M)\frac{di_c}{dt}+\frac{d\Phi_{rc}}{dt}\quad,\quad \Phi_{rc}=\hat{\Phi}_r\cdot\cos\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)\quad.
\end{aligned}\qquad (4.5)$$

Avec $\hat{\Phi}_r=B_r\cdot n\cdot S$, Br étant le module du champ magnétique rotorique,

S la surface de chaque spire du bobinage,

n le nombre de spires de chaque bobinage,

en considérant uniquement une machine à **pôles lisses**, **bipolaire,**

en considrant $\theta=\widehat{\vec{S}_a,\vec{B}_r}$, angle répérant le rotor par rapport à l'axe de la bobine a (comme toujours depuis le début du document).

4.1.2. Régime sinusoïdal, diagramme de Fresnel (Ben Eschemburg)

Cette partie n'est pas fondamentale pour la compréhension de la commande vectorielle, mais tellement utilisée historiquement qu'il convient d'en parler.

Il s'agit d'un fonctionnement en régime purement sinusoïdal. Ce cas d'étude est tout à fait adapté si l'on considère une machine (moteur ou alternateur) qui tourne à une fréquence fixe. Typiquement, les applications de production d'électricité sont concernées, où les alternateurs (production) et moteurs (pompage d'eau pour la remonter vers un barrage) tournent à fréquence fixe, 50Hz.

Le chapitre 2.2 nous a appris que lorsque la machine est attaquée en triphasée (machine bipolaire), alors la vitesse de rotation mécanique Ω est égale à la pulsation électrique ω.

Attention ! : dans cette partie, nous allons manipuler **uniquement des grandeurs scalaires**, et non plus des vecteurs. Ces grandeurs sont i_x, u_x, Φ_x. La notion de référence spatiale ($\vec{S}_a$) n'a plus de sens. Par convention classique, nous prenons le courant i_a pour référence des grandeurs scalaires. Nous pouvons écrire :

$$i_a = \hat{I} \cdot \cos(\omega t)$$

Le flux de la bobine a s'écrit $\Phi_{ra} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\theta)$. Nous savons que $\frac{d\theta}{dt} = \Omega = \omega$. Nous en déduisons $\theta = \omega \cdot t + \gamma$, soit $\Phi_{ra} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma)$, γ étant pour l'instant une constante d'intégration.

Si par ailleurs nous écrivons $v_a = \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ nous avons tous les éléments qui régissent le fonctionnement électrique de la machine :

$$i_a = \hat{I} \cdot \cos(\omega t) \qquad v_a = \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \qquad \Phi_{ra} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma)$$

$$i_b = \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \qquad v_b = \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \qquad \Phi_{rb} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_c = \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \qquad v_c = \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3} + \varphi) \qquad \Phi_{rc} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma - \frac{4\pi}{3})$$

On se rend bien compte que chacune des phases met en jeu les mêmes grandeurs déphasées de $2\pi/3$.

Il est donc inutile de travailler sur les 3 phases, l'étude de la phase a suffit.

La représentation de *Fresnel* (cf 1.3) consiste à manipuler des vecteurs que nous appellerons **vecteurs temporels** [1] pour éviter toute confusion avec un vecteur de l'espace ($\vec{M}$ ou $\vec{B}_r$). Pour cela nous passons à la représentation complexe de chaque élément :

$$i_a = \hat{I} \cdot \cos(\omega t) \quad \rightarrow \quad \underline{i_a} = \hat{I} \cdot e^{(\omega t)}$$

$$v_a = \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad \rightarrow \quad \underline{v_a} = \hat{V}\, e^{(\omega t + \varphi)}$$

$$\Phi_{ra} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma) \quad \rightarrow \quad \underline{\Phi_{ra}} = \hat{\Phi}_r\, e^{(\omega \cdot t + \gamma)}$$

Le diagramme de *Fresnel* consiste à tracer ces vecteurs temporels à t = 0.

On notera par ailleurs, que la dérivation dans le domaine temporel consiste à ajouter +π/2 à l'argument du vecteur temporel et à multiplier par ω son module. Cela revient aussi à multiplier le nombre complexe par jω.

NB : la représentation de *Fresnel* n'est valable qu'en régime sinusoïdal.

La relation 4.5 donne $v_a = r \cdot i_a + (L - M)\frac{di_a}{dt} + \frac{d\Phi_{ra}}{dt}$ soit $v_a = r \cdot i_a + (L - M)\frac{di_a}{dt} + e_a$ avec **e_a la force contre-électromotrice** causée par l'induction du rotor : $e_a = \frac{d\Phi_{ra}}{dt}$. Cette grandeur directement issue du flux à travers la bobine est la quatrième grandeur scalaire importante.

Dans le domaine temporel : $e_a = -\hat{\Phi}_r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma)$

Traçons les divers vecteurs temporels dans le diagramme de *Fresnel* (Re, Im), figure 4.4:

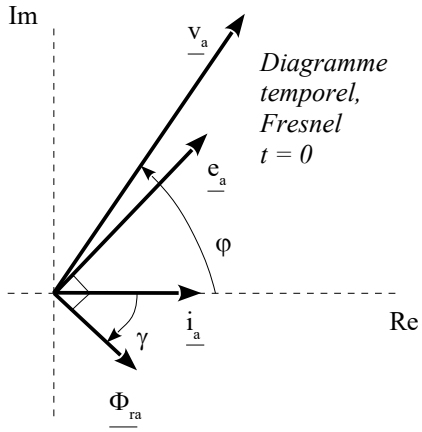


Fig 4.4 : représentation des 4 grandeurs scalaires dans le plan complexe de Fresnel

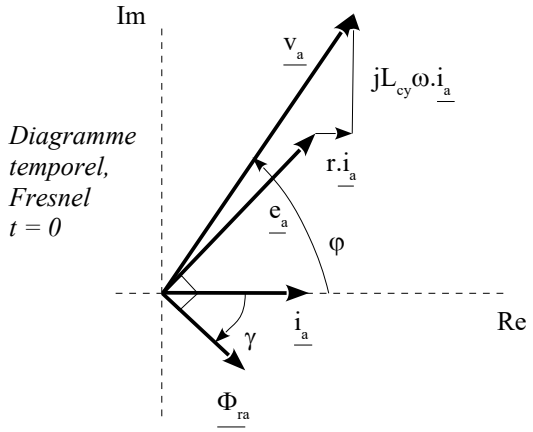


Fig 4.5 : *diagramme de Ben Eschemburg*

Sur la figure 4.5 on montre le diagramme de ***Ben Eschemburg***. Il s'agit de la **loi des mailles** exprimée par l'équation (4.5) de manière complexe.

Interprétation du diagramme de Ben Eschembug.

Le rôle du diagramme est de voir immédiatement et de manière graphique l'**amplitude** et le **déphasage par rapport à une référence** (ici le courant i_a). Le temps a disparu. Il faut imaginer que l'ensemble des vecteurs **tourne dans le plan complexe**, à la vitesse angulaire ω. Insistons bien sur « tourne dans le plan complexe » : rien dans ce diagramme ne tourne dans l'espace.

Toutes les grandeurs scalaires i, u, e, ϕ, doivent être lues sur l'axe réel : les grandeurs scalaires sont les parties réelles des nombres complexes représentés sous forme vectorielle.

4.2. Modélisation dans le repère dq

Dans cette partie, nous allons chercher à relier v_d et v_q à i_d et i_q (courant dans les bobines fictives L_d et L_q) de la même manière qu'en triphasé (eq 4.5). Pour cela nous allons utiliser les transformations de *Park* (directe et inverse). Une fois le modèle obtenu, on va pouvoir concevoir les régulateurs PI de la commande vectorielle (fig 3.10).

4.2.1. Transformée de Park 3x3

Il va nous falloir ici considérer la composante homopolaire (même si elle est nulle) pour pouvoir disposer d'une matrice 3x3 pour pouvoir obtenir le modèle souhaité.

Transformée de *Park* (conservant les amplitudes) avec composante homopolaire [8]

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Transformée inverse de *Park* (conservant les amplitudes)

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} = [P]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix}$$

4.2.2. Loi des mailles dans le repère dq [7]

Reprenons les équations 4.5 et mettons les sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = r \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$

Pour simplifier les calculs, nous avons tout intérêt ici à cumuler les flux, à savoir regrouper les flux d'auto-

induction, de mutuelle induction, et le flux rotorique, nous obtenons alors (voir [7]) :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = r \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \Phi_a = \Phi_{ra} + L \cdot i_a + M \cdot i_b + M \cdot i_c$$

que nous pouvons écrire comme ceci en utilisant la transformation de *Park* :

$$[P]^{-1}\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = r \cdot [P]^{-1}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\left([P]^{-1}\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix}\right)$$, en multipliant tout par [P] :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = r\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + [P]\cdot\left[\frac{d}{dt}\left([P]^{-1}\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix}\right)\right] = r\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + [P]\cdot\frac{d}{dt}[P]^{-1}\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix}$$

Il est aisé de démontrer que $[P]\cdot\frac{d}{dt}[P]^{-1} = \frac{d\theta}{dt}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (cf annexe)

on obtient donc :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = r\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + \frac{d\theta}{dt}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Donc finalement, on obtient pour v_d et v_q :

$$v_d = r \cdot i_d - \frac{d\theta}{dt}\Phi_q + \frac{d\Phi_d}{dt} \quad (4.7) \text{ et}$$

$$v_q = r \cdot i_q + \frac{d\theta}{dt}\Phi_d + \frac{d\Phi_q}{dt} \quad (4.8) \text{ , avec } \quad \Phi_d = L_d \cdot i_d + \hat{\Phi}_r \text{ puisque le bobinage d est dans le sens du rotor aimanté, et } \quad \Phi_q = L_q \cdot i_q$$

Par ailleurs, on montre [7] que $\mathbf{L_d = L_q = L\text{-}M = L_{cy}}$ (inductance cyclique de la machine synchrone, rotor à pôles lisses).

En posant $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ les expressions 4.7 et 4.8 peuvent se mettre sous la forme :

$$v_d = r \cdot i_d - \omega L_q i_q + L_d \frac{di_d}{dt} \quad (4.8) \text{ et}$$

$$v_q = r \cdot i_q + \omega L_d i_d + \omega \hat{\Phi}_r + L_q \frac{di_q}{dt} \quad (4.9)$$

Interprétation :

Ces deux expressions contiennent chacune un terme qui les rendent interdépendantes. Il s'agit du terme $-\omega L_q i_q$ pour la tension v_d , et $+\omega L_d i_d$ pour la tension v_q . Le terme $\omega \hat{\Phi}_r$ rappelle complètement la fem d'une machine à courant continu (E = $K_\Phi.\Omega$). Ces 3 termes ne sont pas évidents à comprendre du point de vue physique puisque dans le repère dq, il n'y a pas de rotation (figure 4.6 et 4.7). Il faut juste noter que ces termes proviennent du calcul $[P]\cdot\frac{d}{dt}[P]^{-1}$.

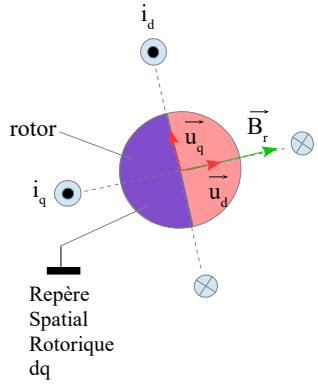


Fig 4.6 : *représentation spatiale dans le repère dq*

On rencontre souvent le schéma suivant pour illustrer les inductances dq, qui allège l'écriture :

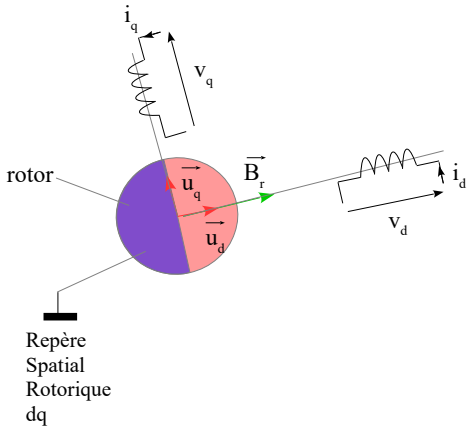


Fig 4.7 : *représentation plus classique du repère dq*

Calculons la puissance instantanée :

$$p(t)=v_d\cdot i_d+ v_q\cdot i_q$$

$$p(t)=(r\cdot i_d-\omega L_q i_q+ L_d\frac{d\,i_d}{dt})i_d+(r\cdot i_q+\omega L_d i_d+\omega\hat{\Phi}_r+ L_q\frac{d\,i_q}{dt})i_q$$

On en déduit :

$$p(t)=\underbrace{r\cdot(i_d^2+ i_q^2)}_{(1)}+\underbrace{\omega\, i_d i_q(L_d-L_q)}_{(2)}+\underbrace{\omega\hat{\Phi}_r i_q}_{(3)}+\underbrace{L_d\frac{d\,i_d}{dt}i_d+ L_q\frac{d\,i_q}{dt}i_q}_{(4)}$$

(1) : pertes joules,

(2) : terme qui est nul dans le cas d'un machine synchrone à pôles lisses ($L_d = L_q$),

(3) : puissance active, puissance électromagnétique tout à fait comparable avec une machine à courant continu.

(4) : partie selfique, puissance réactive

4.2.3. Modèle du moteur dans le repère dq pour une régulation

Afin de rendre les équations 4.8 et 4.9 **indépendantes**, nous allons introduire deux grandeurs, e_d et e_q telles que [3] :

$e_d = -\omega L_q i_q$ et $e_q = \omega L_d i_d + \omega \hat{\Phi}_r$ soit encore :

$e_d = -\omega \Phi_q$ et $e_q = \omega \Phi_d$.

Les équations 4.8 et 4.9 s'écrivent alors :

$$v_d = r \cdot i_d + L_d \frac{d\, i_d}{dt} + e_d \quad (4.10)$$

$$v_q = r \cdot i_q + L_q \frac{d\, i_q}{dt} + e_q \quad (4.11)$$

L'objectif maintenant est d'exprimer $i_d(p)$ et $i_q(p)$ en fonction de $v_d(p)$ et $v_q(p)$ en vue d'une régulation des deux courants dont les points d'entrées sont les tensions.

En appliquant les transformées de Laplace aux équations précédentes, on obtient :

$$v_d(p) = r \cdot i_d(p) + L_d\, p \cdot i_d(p) + e_d(p) \quad \text{et} \quad v_q(p) = r \cdot i_q(p) + L_q p \cdot i_q(p) + e_q(p)$$

D'où l'on tire les courants :

$$i_d(p) = [v_d(p) - e_d(p)] \cdot \frac{r^{-1}}{\left(1 + \frac{L_d}{r} \cdot p\right)} \quad \text{et} \quad i_q(p) = [v_q(p) - e_q(p)] \cdot \frac{r^{-1}}{\left(1 + \frac{L_q}{r} \cdot p\right)}$$

en introduisant les deux fonctions de transfert suivantes :

$$F_d(p) = \frac{r^{-1}}{\left(1 + \frac{L_d}{r} \cdot p\right)} \quad \text{et} \quad F_q(p) = \frac{r^{-1}}{\left(1 + \frac{L_q}{r} \cdot p\right)}$$ nous obtenons le schéma bloc ci-après :

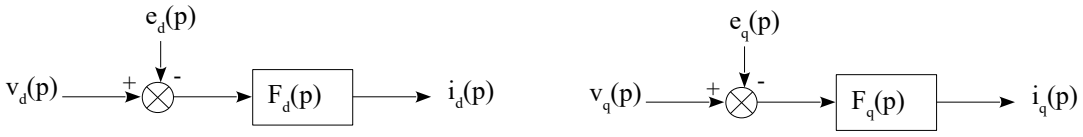


Fig 4.8*: modèlisation de Laplace donnant les courants i_d et i_q.*

4.3. Ben-Eschemburg vs Park

A **vitesse constante**, le diagramme de Fresnel de la phase a, et le tracé vectoriel dans le repère dq sont équivalents. Les composantes fonction de $\frac{d\,\omega}{dt}$ sont nulles, et les courant i_d et i_q sont constants. On obtient donc les formes simplifiées :

$$v_d = r \cdot i_d - \omega\, L_q\, i_q + L_d \frac{d\, i_d}{dt} \quad \text{donne} \quad v_d = r \cdot i_d - \omega\, L_q\, i_q$$

$$v_q = r \cdot i_q + \omega\, L_d\, i_d + \omega\, \hat{\Phi}_r + L_q \frac{d\, i_q}{dt} \quad \text{donne} \quad v_q = r \cdot i_q + \omega\, L_d\, i_d + \omega\, \hat{\Phi}_r$$

Dans le repère abc, la loi des mailles donne $v_a = r \cdot i_a + (L - M)\frac{di_a}{dt} + e_a$. On rappelle également que notre cas d'étude est $L_d = L_q = L\text{-}M = L_{cy}$. Pour plus de légèreté dans l'écriture, on écrira L pour l'inductance cyclique, ce qui donne les 3 équations :

$$v_d = r \cdot i_d - \omega\, L\, i_q \quad ,$$

$$v_q = r \cdot i_q + \omega\, L\, i_d + \omega\, \hat{\Phi}_r \quad ,$$

$$\underline{v_a} = r \cdot \underline{i_a} + jL\,\omega\, \underline{i_a} + \underline{e_a}$$

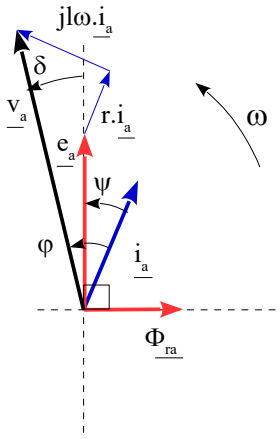


Fig 4.9a : Diagramme dans le repère abc (fixe), les phaseurs tournent. On est ici à t = 0.

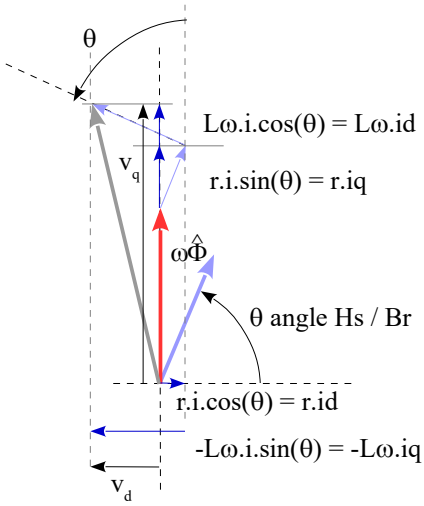


Fig 4.9b : Diagramme dans le repère dq (tournant), les vecteurs sont fixes.

Sur la figure 4.9b, nous faisons simplement la projection du diagramme de Fresnel dans le repère abc sur les axes réel et imaginaire. On retrouve alors les équations dans le repère dq trouvées à partir de la transformation de Park mais **en régime permanent**.

Qu'apporte la commande vectorielle ?

Tout l'intérêt de cette commande réside dans la partie d/dt, c'est à dire le transitoire, la variation de courant. Observons en effet les deux équations complètes dans dq :

$$v_d = r \cdot i_d - \omega L_q i_q + L_d \frac{d i_d}{dt} \quad \text{et} \quad v_q = r \cdot i_q + \omega L_d i_d + \omega \hat{\Phi}_r + L_q \frac{d i_q}{dt} \quad ,$$

on y voit en plus les termes $L_d \frac{d i_d}{dt}$ et $L_q \frac{d i_q}{dt}$. Ce sont les termes qui rappellent ceux du moteur à courant continu. Pour aller plus loin, si l'on s'arrange pour maintenir i_d à 0, alors :

- on a le courant $\underline{i_a}$ qui est bien perpendiculaire au phaseur du flux, cas en phase avec $\underline{e_a}$,
- $v_d = -\omega L_q i_q$ et $v_q = r \cdot i_q + \omega \hat{\Phi}_r + L_q \frac{d i_q}{dt}$

La seconde équation est exactement celle de la machine à courant continu. Elle met en équation la variation du courant i_q, c'est à dire la variation de l'enveloppe du courant AC dans le moteur (rappelons qu'ici $i=i_q$ puisque $i_d=0$).

La première indique qu'il doit nécessairement exister une composante négative au niveau de v_d, à savoir que la tension $\underline{v}$, cad, $\underline{va}$, est forcément en avance sur $\underline{ea}$, cad sur $\underline{ia}$ dans ce cas. C'est normal puisque l'inductance L provoque nécessairement un retard de phase du courant par rapport à la tension, charge inductive. Les figures 4.10 a et b illustrent les diagrammes de Fresnel dans le cas particulier $i_d = 0$.

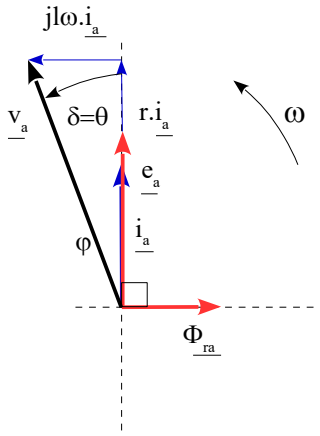


Fig 4.10a : Diagramme dans le repère abc, ia en avance de π/2 sur le flux.

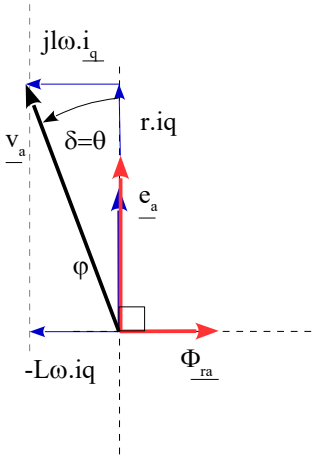


Fig 4.10b : Diagramme dans le repèredq, ia en avance de π/2 sur le flux.

Les équations donnant vd et vq permettent donc de contrôler les transitoires de l'enveloppe des courants statoriques, y compris dans des temps bien plus court que la fréquence de rotation !

La figure 4.11 montre le courant de phase (phase a) mesuré à la pince ampèremétrique. Il s'agit là d'un excitation en échelon de la tension v_q (v_d = 0) en boucle ouverte. Donc à priori i_d n'est pas forcément nul. Mais clairement i_q sera prépondérant.

NB: l'essai est fait avec un µC qui récupère la position et qui donc auto-pilote v sur Φ. Les transformées de Park directe et inverse fonctionnent également. C'est un essai en boucle ouverte, attaque en tension.

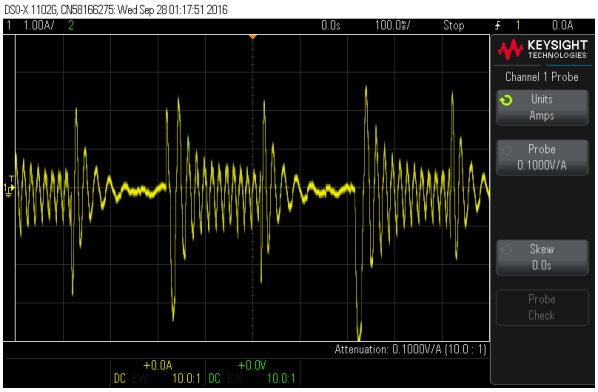


Fig 4.11 : forme du courant dans la phase 1, mesurée à la pince ampèremétrique. Echelon de tension boucle ouverte

On distingue bien les deux zones. Au niveau des fortes amplitudes, on observe aussi une fréquence (de rotation) élevée, c'est normal puisque dans cette zone l'amplitude v_q est plus élevée. La durée de cette zone est d'environ 200ms.

Lors d'une demande de tension plus faible, on observe un pic de courant, C'est normal puisque cela implique un transitoire de courant important. Le régime permanent sur cette zone montre un amplitude logiquement plus faible et une fréquence de rotation plus faible également.

Précisons que le moteur est à vide (il entraîne l'induit d'une MCC non chargée). Donc les courants répondent uniquement au frottement visqueux.

Les figures 4.12 a et b montrent le courant i_q obtenu grâce au DAC intégré du µC. **NB** : Le courant ici est inversé sur les tracé d'oscilloscope (c'est une erreur).

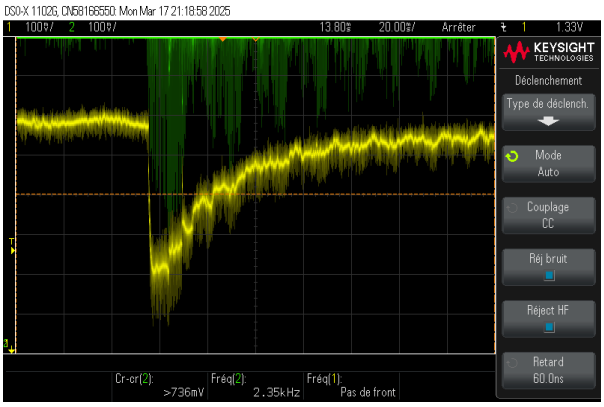


Fig 4.12a : courant iq observé sur environ 200ms

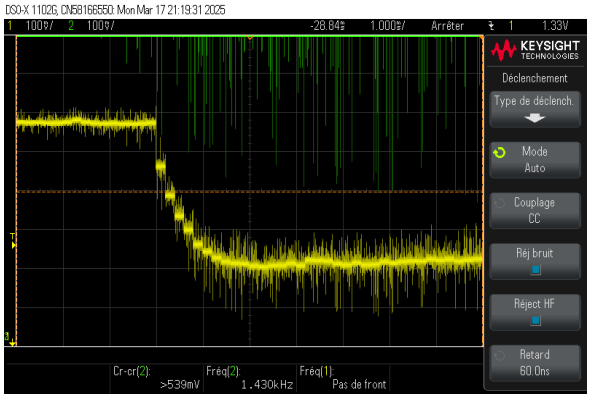


Fig 4.12b : zoom courant iq observé sur 10ms

Le CNA voit en entrée un courant i_q exprimé en cA. Le CNA a une portée de 4096 points pour 3,3V. La variation du signal observé est de 380mV. Cela correspond donc à une variation de courant :

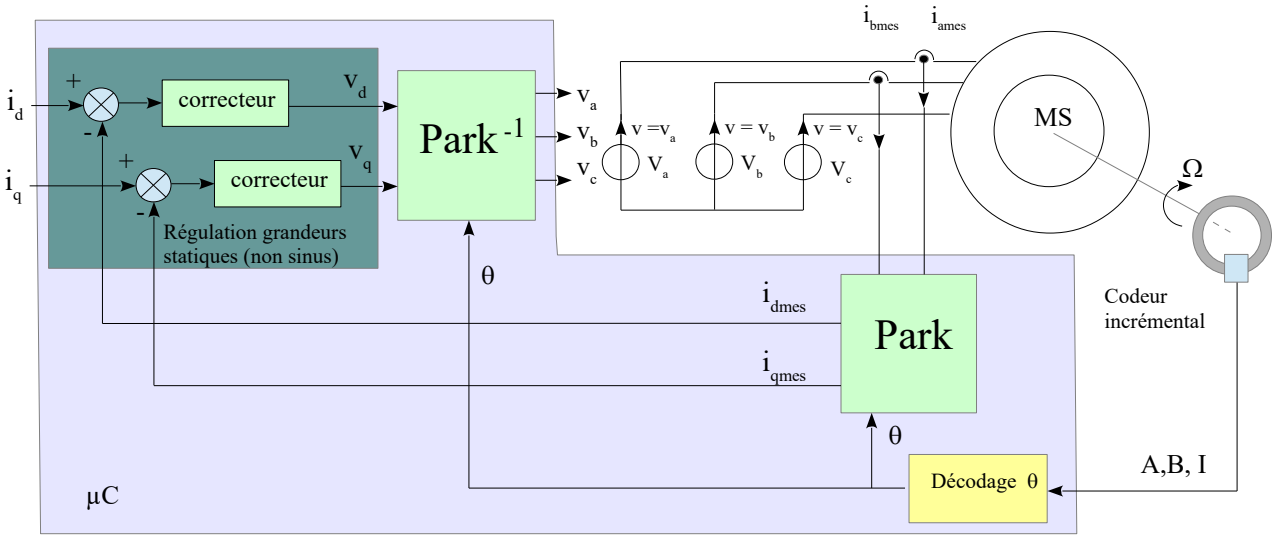
$$\Delta I = \frac{380 \cdot 4096}{3300} = 471\text{cA}\ soit\ 4{,}71\ A$$ ce qui est un peu fort mais qui peut correspondre à l'un des transitoires observé sur la figure 4.11.

Sur la figure 4.12b, on observe un zoom sur 10ms. On voit très bien l'évolution exponentielle du courant régit par : $v_q = r \cdot i_q + 0 + 0 + L_q \frac{d\, i_q}{dt}$, les '0' exprimant les terme proportionnels à ω, qui ne bougent pas lors du transitoire court (figure 4.12b). Par contre sur la figure 4.12a nous voyons le courant décroître fortement à cause des contre-réaction de la « fcem » $\omega \hat{\Phi}_r$ et de la réactance Lω en régime permanent.

5. Régulation dans le repère dq

Maintenant que nous avons obtenu les modèles de la machine à pôles lisses, on peut mettre en place une régulation des deux courants i_d et i_q.

Rappelons le contexte donné par la figure 3.7 reproduite ci-dessous :



commande vectorielle, attaque du moteur en tension, présence des asservissements dq

Il s'agit donc de réaliser les correcteurs qui élaborent v_d et v_q (région verte foncée de la figure ci-dessus).

5.1. Proposition de correction, introduction

La figure suivante montre les boucles de régulation :

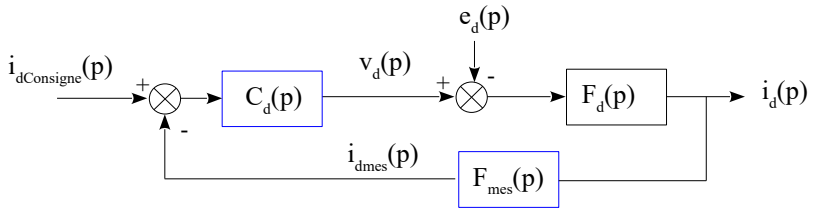


***Fig 5.1**: boucle de régulation du courant i_d (de même pour i_q)*

La fonction de transfert $F_{mes}(p)$ représente l'ensemble de la mesure du courant. Il faut rappeler que celle-ci n'est pas triviale. En effet le filtrage se fait à deux niveaux. L'un est matériel (anti-repliement, réduction du bruit). Il se fait dans le repère triphasé abc. L'autre, optionnel, est numérique en sortie de la transformée de *Park* pour réduire encore le bruit.

On suppose ici, comme pour la machine à courant continu, que la tension e_d (resp e_q) est une perturbation lente vis à vis de la dynamique de boucle. C'est une approximation grandement simplificatrice.

La stratégie est alors assez classique : on élabore une correction du type proportionnel intégral pour obtenir une erreur nulle en régime permanent. Le pôle dominant de la boucle ($p = -r/L_d$) est compensé par le zéro du PI.

5.2. Mise en œuvre

La mise en œuvre est détaillée dans [10], [11], [12] et [13]. La mesure de courant se fait avec un filtre très large bande qui n'a aucune action de filtrage anti-repliement (fc = 17kHz, ordre 1)....

Le logiciel mis en place (voir git associé) sous Cube IDE, travaille avec des entiers exprimés en cA et cV ce qui donne un bon compromis étendu/résolution en format 16 bits signé [13].

Dans cette manière de faire, le correcteur prend en entrée, des cA (l'erreur est directement exprimée en cA), et la sortie est en cV (l'onduleur et pris en considération dans l'élaboration PWM (qui n'est pas un SVPWM mais un onduleur triphasé très classique à découpage entrelacé).

Ainsi le schéma bloc des correcteurs id et iq (en négligeant les effets de ω) se résument à :

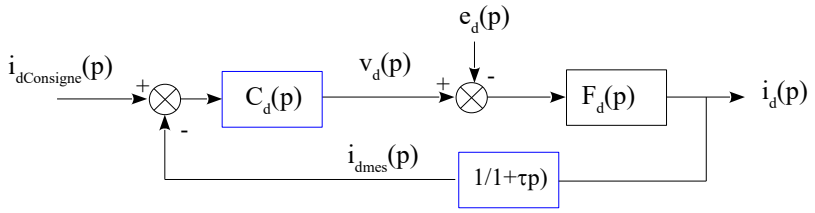
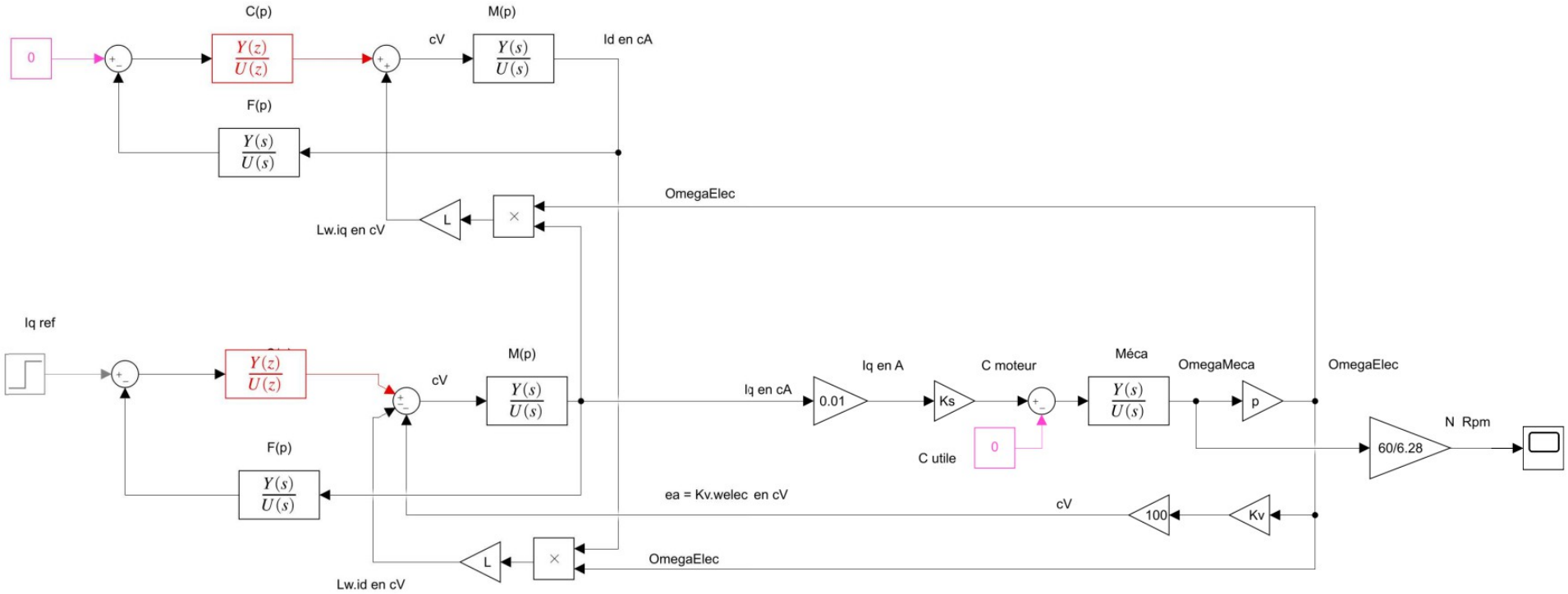


***Fig 5.2**: boucle de régulation du courant i_d (de même pour i_q)*

Par contre, sous Simulink, on vient prendre en compte la vitesse de rotation et les effets croisés des deux boucles. Le document [10] fait le point complet sur la modélisation tant électrique que mécanique du moteur Maxon EC-flat 90W.

Le schéma suivant donne le schéma bloc Simulink testé sur la base des correcteurs calculés sans les effets de la vitesse de rotation, par compensation du pôle dominant et en fixant FT à 300Hz.


C(p)
M(p)
0
cV
Id en cA
F(p)
OmegaElec
Lw.iq en cV
L
Iq ref
M(p)
cV
Iq en cA
Iq en A
C moteur
Méca
OmegaMeca
OmegaElec
0.01
Ks
C utile
0
p
N Rpm
60/6.28
F(p)
ea = Kv.welec en cV
cV
100
Kv
L
OmegaElec
Lw.id en cV

ANNEXE

$$[P]^{-1}=\begin{bmatrix}\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1\\ \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta-\frac{2\pi}{3}) & 1\\ \cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta+\frac{2\pi}{3}) & 1\end{bmatrix}\quad,\quad \frac{d}{dt}[P]^{-1}=\frac{d\theta}{dt}\begin{bmatrix}-\sin(\theta) & -\cos(\theta) & 0\\ -\sin(\theta-\frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & 0\\ -\sin(\theta+\frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta+\frac{2\pi}{3}) & 0\end{bmatrix}$$

et

$$[P]=\frac{2}{3}\cdot\begin{bmatrix}\cos(\theta) & \cos(\theta-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$$

la somme des cosinus ou sinus déphasés de 2π/3 donne 0. Donc le résultat du produit donne forcément :

$$[P].\frac{d}{dt}[P]^{-1}=\frac{2}{3}\frac{d\theta}{dt}\begin{bmatrix}x & y & 0\\ z & t & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$x=-[\cos(\theta)\sin(\theta)+\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\sin(\theta-\frac{2\pi}{3})+\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})]$$

$$x=-[\frac{1}{2}\sin(2\theta)+\frac{1}{2}\sin(2\theta-\frac{4\pi}{3})+\frac{1}{2}\sin(2\theta+\frac{4\pi}{3})]=0$$

$$y=-[\cos(\theta)\cos(\theta)+\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})+\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})]$$

$$y=-[\frac{1}{2}\cos(2\theta)+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2\theta-\frac{4\pi}{3})+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos(2\theta+\frac{4\pi}{3})+\frac{1}{2}]=\frac{-3}{2}$$

$$z=[\sin(\theta)\sin(\theta)+\sin(\theta-\frac{2\pi}{3})\sin(\theta-\frac{2\pi}{3})+\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})]$$

$$z=[\frac{-1}{2}\cos(2\theta)+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2\theta-\frac{4\pi}{3})+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2\theta+\frac{4\pi}{3})+\frac{1}{2}]=\frac{3}{2}$$

$$t=+[\cos(\theta)\sin(\theta)+\cos(\theta-\frac{2\pi}{3})\sin(\theta-\frac{2\pi}{3})+\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})]=-x=0 \quad \text{donc}$$

$$[P].\frac{d}{dt}[P]^{-1}=\frac{d\theta}{dt}\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

6. Bibliographie

[1] M. MARTY, D.DIXNEUF, D.GARCIA GILABERT, « *Principes d'électrotechnique* », DUNOD

[2] M. LEOPOLD SEPULCHRE, « *Pour l'optimisation de la commande des machines synchrones à aimants permanents en régime de haute vitesse pour véhicule électrique* », pdf, Thèse université de Toulouse Mars 2018

[3] JM RETIF « *Commande vectorielle des machine asynchrone et synchrones* », pdf, INSA Lyon 2008

[4] M. AIME « *Moteurs et commandes pour le véhicule électrique* », pdf, INSA Toulouse

[5] N.BERNARD « Machine synchrone : de la boucle ouverte à l'autopilotage », pdf, ENS Cachan

[6] formation NXP :https://community.nxp.com/thread/464336

[7] Valentin GIES « *Electronique de puissance-mécatronique 3. Actionneurs : commande des machines triphasées*» , pdf, SEATECH-Parcours SYSMER

[8] https://fr.wikipedia.org/wiki/Transform%C3%A9e_de_Park

[9] T. LUBIN « *Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable : prise en compte de la saturation magnétique* », pdf, Thèse HAL, Mai 2015

[10] T.Rocacher , *ModelisationMoteurBrushless_v4.pdf* , « Modélisation d'une machine brushless » , 2025

[11] T.Rocacher, *ImplementationOutilsMath.pdf*, « Implémentation des outils mathématiques nécessaires à la commande vectorielle sur STM32F476 » , 2025

[12] T.Rocacher, *PostionHallSensors* , *« Autopilotage Maxon EC-Flat, Réglage du retour de position par capteurs hall* , 2025

[13] T.Rocacher, *PWM_CurrentSense*, « PWM & Acquisition de courant » , 2025