

Le contrôle vectoriel sur une machine synchrone

But du cours :

- Comprendre le principe du contrôle vectoriel (FOC Field Oriented Flux) en partant de zéro,
- Aborder les éléments techniques nécessaires pour la commande.

En particulier :

- Comment est générer le couple dans une machine synchrone à pôles lisses ?
- Qu'est ce qu'un moment magnétique ?
- Comment peut on créer un champ tournant en triphasé, en diphasé ?
- Qu'est ce que la transformée de *Clark*, de *Park* ?
- Comment les démontre-t-on, à quoi servent-elles ?
- Qu'est ce qu'une commande scalaire, une commande vectorielle ? Quelle architecture pour quelle commande ?
- Quelle est la relation courant / tension dans une machine synchrone en triphasé, dans le repère tournant dq ?
- Quel est le modèle de la machine dans le repère tournant dq ?
- Quel correcteur simple peut on mettre en place ?

**Thierry Rocacher,
GEI
INSA Toulouse**

1. Généralité

1.1. Moment magnétique, couple

Une spire parcourue par un courant et un aimant peuvent être équivalents, c'est à dire produire le même effet magnétique. La grandeur qui permet de comparer les deux est appelé le **moment magnétique**. C'est une grandeur **vectorielle** notée \vec{M} .

Ce dernier s'aligne dans le sens du champ magnétique pour un aimant, et dans le sens de la surface orientée pour une spire alimentée en courant :

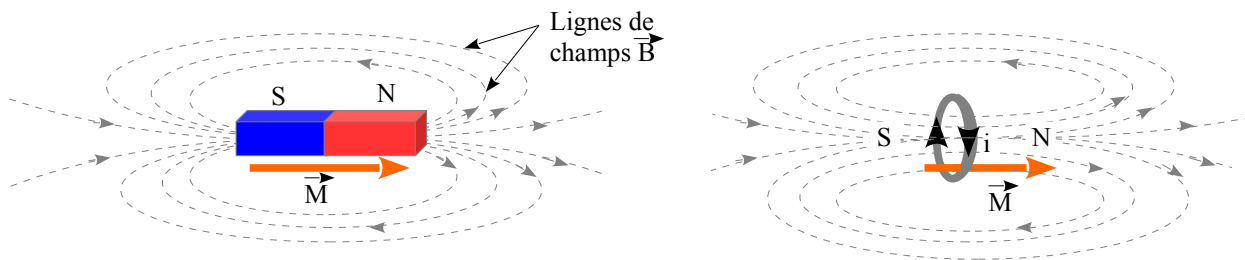


Fig 1.1 : moment magnétique pour un aimant et une spire alimentée en courant

Pour une spire alimentée en courant (orienté), alors on peut définir son vecteur surface \vec{S} .

- sa norme vaut la surface de la spire,
- sa direction est perpendiculaire à la surface de la spire,
- son sens est donné par la règle du tire bouchon.

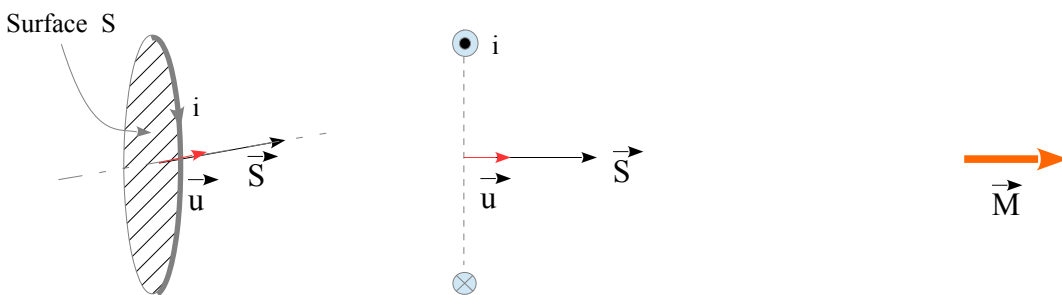


Fig 1.2a : spire orientée en perspective Fig 1.2b : spire orientée en coupe Fig 1.2c : moment magnétique équivalent

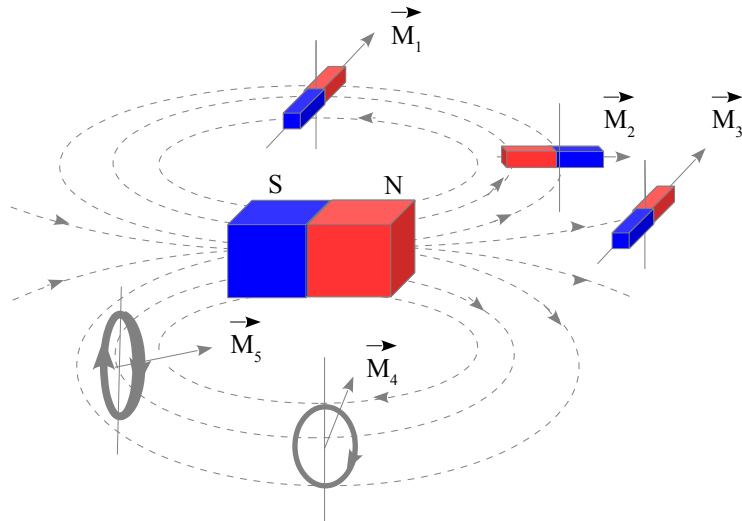
Le vecteur \vec{u} est le vecteur unitaire surface. On peut écrire $\vec{S} = S \cdot \vec{u}$.

Le moment magnétique s'écrit $\vec{M} = i \cdot \vec{S} = i \cdot S \cdot \vec{u}$

1.1.1. Expérience : petits aimants, spires alimentées en présence d'un champs B

Supposons un champ magnétique crée par une gros aimant ou une spire parcourue par un courant continu, peu importe. Considérons aussi, plusieurs éléments mobiles suivant un axe vertical, petits aimants, ou petites spires alimentée.

La figure 1.3 nécessite des explications au niveau des lignes de champ. Elles sont uniquement engendrées par l'aimant central. Tous les autres éléments devraient influencer ces lignes. Autrement dit, pour lire cette figure, il faut considérer que les lignes de champ sont correctes en l'absence de tous les éléments ajoutés.



Observation :

Tous les éléments vont se mettre à tourner de telle sorte que chaque moment s'aligne avec les lignes de champ principales.

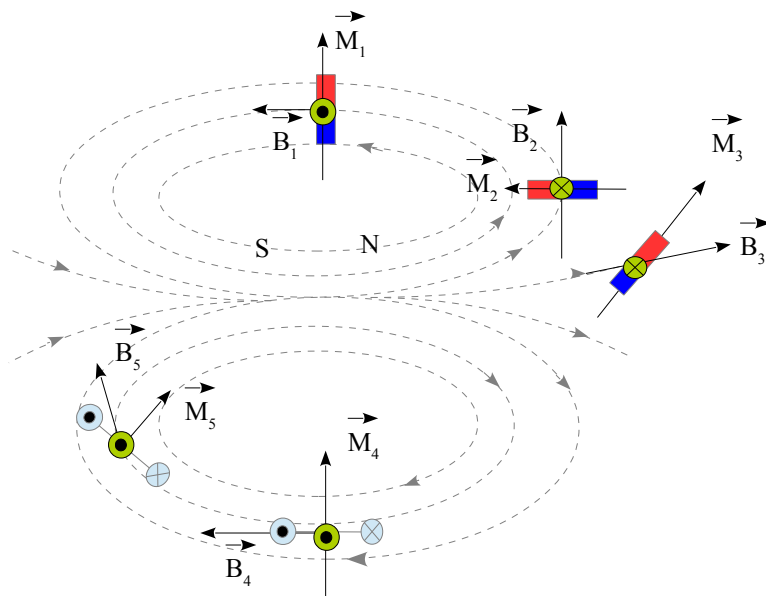
On peut aussi dire que chaque élément cherche **le flux maximum**.

Ainsi, les éléments sont soumis à un couple tel que :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$$

Fig 1.3 : éléments magnétiques mobiles plongés dans un champ magnétique

La figure 1.4 montre la même scène mais en vue de dessus afin de bien observer les couples exercés (vecteurs représentés en vert) :



Cette représentation des lignes de champ, qui ne montre pas le champ résultant (uniquement le champ principal) permet de bien identifier les vecteurs \vec{M} et \vec{B} pour déterminer le couple.

Si on souhaite observer le champ résultant, voici ce que l'on obtiendrait (c'est une approximation grossière...) pour l'aimant 1, voir figure 1.5 :

Fig 1.4 : couple exercés sur les éléments

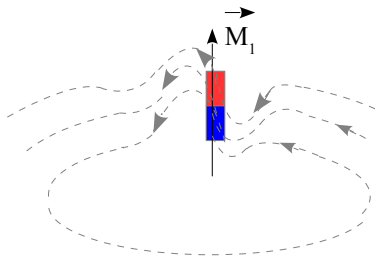


Fig 1.5 : déformation des lignes de champ au voisinage de l'aimant 1

L'aimant dévie les lignes de champ existantes pour donner un champ résultant déformé. Ces lignes de champs viennent traverser l'aimant du sud vers le nord.

Le couple imposé, $\vec{\Gamma}_1 = \vec{M}_1 \wedge \vec{B}_1$ tend à faire tourner l'aimant. C'est cohérent avec une vue plus empiriste consistant à imaginer que les lignes de champ cherchent à reprendre leur place. On peut voir aussi ces lignes comme des élastiques tendus qui contribuent à ramener l'aimant dans l'axe par leurs tensions. Le flux est alors maximum.

La figure 1.5 montre donc une « tension », une instabilité, un aimant qui cherche à retrouver son point de repos.

La figure 1.6 correspond à la situation de la figure 1.4 mais à l'instant où tous les moments magnétiques se sont alignés (comme l'aiguille d'une boussole le fait en visant le pôle nord terrestre, qui est en fait un pôle SUD du point de vue magnétique).

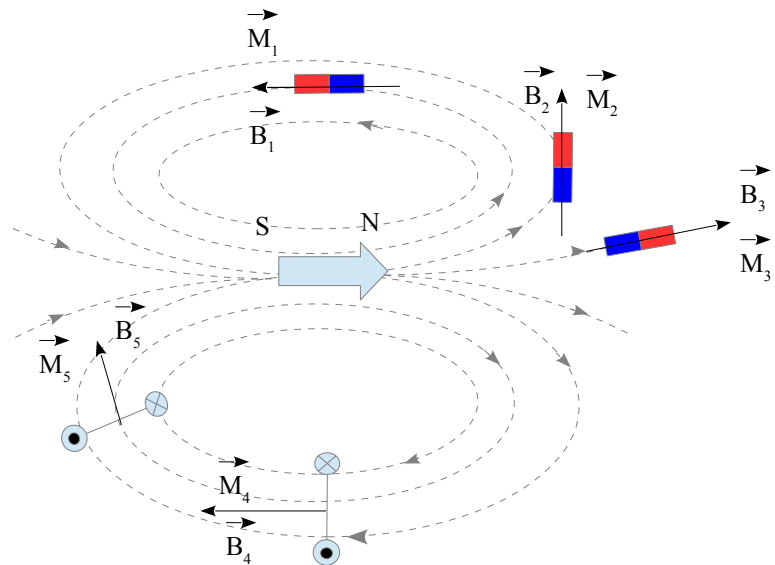


Fig 1.6 : situation stable des l'ensemble des éléments magnétiques

1.1.2. Expérience : Spire alimentée et aimant mobile

Cette expérience glisse doucement vers la physique de la machine synchrone. La figure ci-dessous illustre cette manipulation :

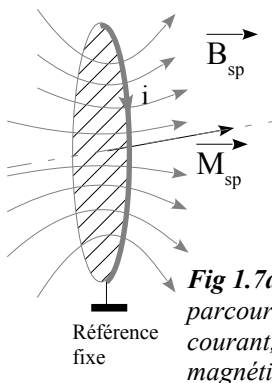


Fig 1.7a : spire parcourue par un courant, champ magnétique créée

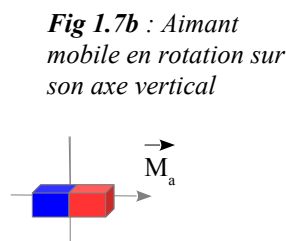


Fig 1.7b : Aimant mobile en rotation sur son axe vertical

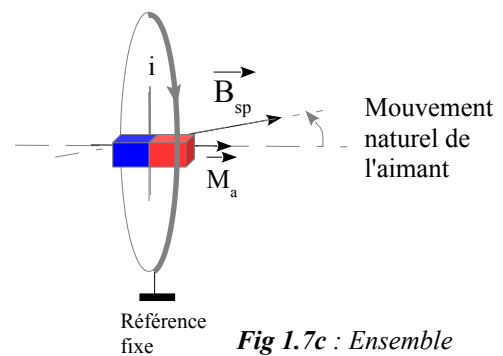


Fig 1.7c : Ensemble en interaction

Fig 1.7 : interaction entre une spire et un aimant mobile

Afin de bien voir l'interaction, observons la figure 1.7c de dessus :

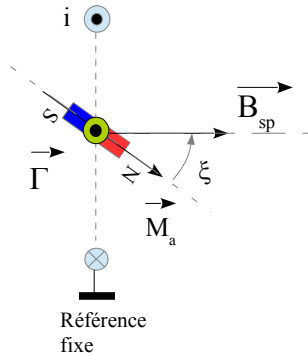


Fig 1.8 : interaction spire / petit aimant en vue de dessus

La spire attire en permanence l'aimant. Les lignes de champs sont en permanence déformées, et sont d'autant plus que le couple est important, donc que l'angle ξ est important.

On note également que cet angle **ne peut pas dépasser $\pi/2$** puisque la relation de couple est $\vec{\Gamma} = M_a \cdot B_{sp} \cdot \sin(\xi) \vec{e}_z$. Si le couple atteint la limite maximale du couple, $\vec{\Gamma} = M_a \cdot B_{sp} \vec{e}_z$, alors le rotor est lâché, on dit que le **moteur a décroché**.

Sur cette figure, en vert, $\vec{\Gamma} = \vec{M}_a \wedge \vec{B}_{sp} = M_a \cdot B_{sp} \cdot \sin(\xi) \vec{e}_z$

Si la spire est entraînée mécaniquement en rotation (fig 1.9), le champ magnétique \vec{B}_{sp} va tourner également, entraînant avec lui l'aimant dans la rotation avec un angle de décalage, dépendant du couple exercé sur l'aimant. **C'est le principe de la machine synchrone.**

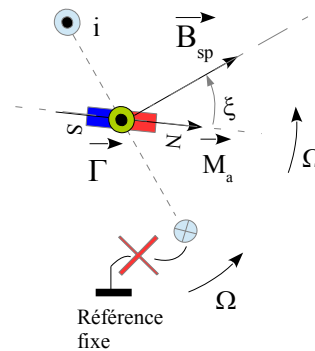


Fig 1.9 : la spire en rotation entraîne avec elle le rotor

Le principe de l'**auto-pilotage** est de **contrôler en permanence cet angle ξ** . L'idéal, étant de le garder à sa valeur maximale, $\pi/2$, de manière à minimiser le courant i dans la spire pour un couple donné.

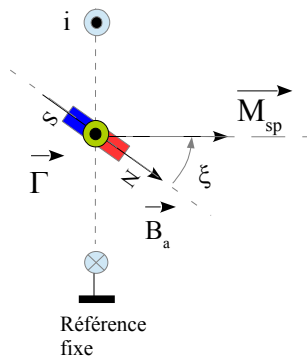


Fig 1.10: interaction spire / petit aimant en utilisant le moment magnétique de la spire

On note enfin que pour la spire, il est plus direct d'utiliser le moment magnétique que le champ. Nous avons vu que si la spire est mobile, alors elle est attirée vers l'aimant avec un couple $\vec{M}_{sp} \wedge \vec{B}_a$. Ici, c'est l'inverse, c'est l'aimant qui est attiré par la spire, le couple est donc inversé : $\vec{\Gamma} = -\vec{M}_{sp} \wedge \vec{B}_a$, ce que l'on peut écrire :

$$\vec{\Gamma} = \vec{B}_a \wedge \vec{M}_{sp} \quad (1.1)$$

Cette écriture est plus adaptée pour exprimer le couple moteur dans une machine synchrone à aimant permanent.

1.2. Constitution de la machine synchrone à aimant permanent (PMSM)

La PMSM (*Permanent Magnet Synchronous Machine*) contient un rotor à aimant permanent bipolaire, c'est à dire un pôle Nord et un pôle Sud. Il existe des machines multipolaires (plusieurs pôles nord et sud) nous en parlerons à la fin du document.

Le dispositif de la figure 1.10 n'est qu'une petite manipulation pour faire tourner un petit aimant sans espoir d'appliquer un couple sérieux. L'aimant qui se trouve au rotor doit être pris dans un circuit magnétique pour produire le maximum d'induction :

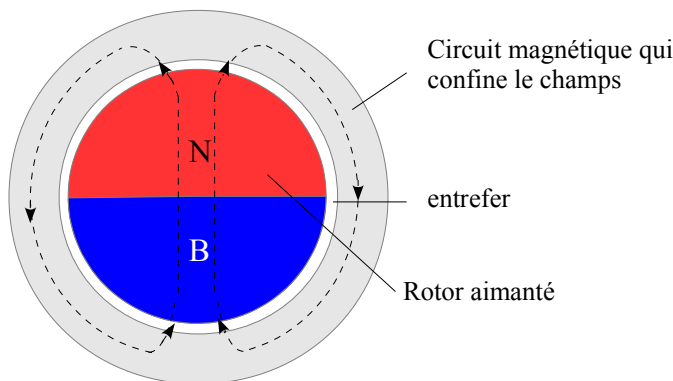


Fig 1.11 : structure magnétique d'une machine PMSM à pôles lisses : circuit magnétique rotorique

La figure 1.11 illustre la structure magnétique de la machine, qui est ici une machine synchrone à pôles lisses (nous nous limiterons à ce type de machine, il existe aussi des machines à pôles saillants).

Il s'agit du circuit magnétique du rotor, c'est à dire que la partie externe ne sert pour l'instant qu'à refermer les lignes de champs générées par l'aimant. Cette architecture permet d'obtenir un champ magnétique \vec{B}_a de forte intensité dans tout le circuit,

notamment dans l'entrefer. Ce dernier est minimisé pour optimiser ce champ. Bien évidemment, il doit exister sinon le rotor ne peut pas tourner ...

Le stator doit inclure un ensemble de spires, structurées en bobines, composant 3 phases [4]. Le chapitre 2 est entièrement consacré au champ tournant dans le stator. Nous y verrons en détail que **3 bobinages spatialement répartis à 120°** les uns des autres, et parcourus par des **courants sinusoïdaux triphasés**, permettent d'obtenir le moment magnétique \vec{M}_{sp} **tournant** que nous appellerons plus simplement \vec{M} . Ce principe est connu sous le nom du **Théorème de Ferraris**.

On observe sur la figure 1.12 que l'aimant au rotor a disparu. En effet, ce que nous cherchons à faire sur cette figure, c'est montrer uniquement le moment magnétique tournant au stator, \vec{M} .

Le rotor, en tant que structure magnétique doit rester présent pour refermer le champ magnétique statorique.

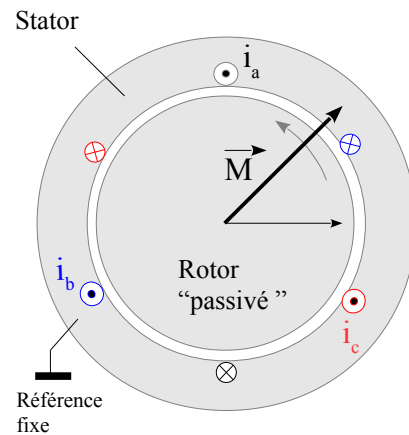


Fig 1.12 : structure magnétique d'une machine PMSM à pôles lisses : circuit magnétique statorique

Ainsi, même si l'architecture est plus complexe que sur la figure 1.10, le même principe s'applique :

pour PMSM, $\vec{\Gamma} = \vec{B}_r \wedge \vec{M} = B_r \cdot M \cdot \sin(\xi) \vec{e}_z$, avec \vec{B}_r champ magnétique du rotor et $\xi = \widehat{\vec{B}_r, \vec{M}}$.

1.3. Natures des grandeurs utilisées

On peut distinguer deux types de grandeurs :

- les grandeurs **scalaires** : ce sont des grandeurs algébriques.
- Les grandeurs **vectérielles** : ce sont les grandeurs qui se représentent directement par un vecteur.

Synthèse des grandeurs utilisées :

grandeur	symbole	nature	unité	commentaires
Tension	v, u	scalaire	[V]	
Courant	i, j	scalaire	[A]	
Puissance apparente	S	scalaire	[VA]	$U_{eff} \cdot I_{eff}$
Puissance active	P	scalaire	[W]	$\frac{1}{T} \int_T u(t) \cdot i(t) dt$
Puissance réactive	Q	scalaire	[VAR]	$S^2 = P^2 + Q^2$ en régime sinusoïdal pur
Champs magnétique	\vec{B}	vectériel	[T]	
Surface orientée	\vec{S}	vectériel	[m ²]	Vecteur orthogonal à la surface d'une spire dont l'orientation dépend du sens de I circulant dans la spire (règle du tire-bouchon). L'intensité est égale à la surface de la spire.
Flux magnétique	Φ	scalaire	[Wb]	$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$
Moment magnétique	\vec{M}	vectériel		$\vec{M} = I \cdot \vec{S}$ pour une spire, \vec{S} étant son vecteur surface.

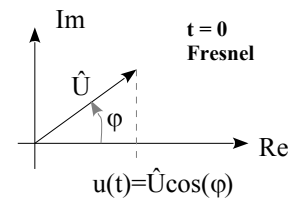
Par nature, les grandeurs vectérielles présentées dans le tableau sont des grandeurs « spatiales », c'est à dire que leur coordonnées sont x, y, z dans un repère cartésien.

Les grandeurs scalaires peuvent avoir une représentation complexe en régime sinusoïdal. La représentation de **Fresnel** permet d'illustrer une tension ou un courant sous la forme de vecteur, dit « tournants ». Dans [1], l'auteur parle de **vecteur temporel**.

scalaire u	représentation complexe \underline{u}	représentation vectorielle de \underline{u}
$u(t) = \hat{U} \cos(\omega t + \varphi)$	$\rightarrow \underline{u} = \hat{U} e^{j\omega t + \varphi} \rightarrow$	

Pour passer à la représentation complexe, on ajoute $j \hat{U} \sin(\omega t + \varphi)$.

Inversement, on passe de la représentation complexe à l'expression algébrique en prenant la partie réelle du nombre complexe.



La **grandeur scalaire** est donc la **projection du vecteur temporel sur l'axe des abscisses**.

Attention :

- la représentation de *Fresnel* est une « photo » à l'instant $t = 0$ du **vecteur temporel**,
- le lecteur peut imaginer la situation à un instant autre : le *vecteur temporel* se déplace alors dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω ,
- en même temps, la **grandeur scalaire** (la vraie, la seule!) est lisible sur l'**axe des abscisses**,
- le diagramme aide à construire des sommes de tensions ou de courants instantanées, c'est son principal intérêt. C'est une loi des mailles représentée sous une forme vectorielle.
- le repère abscisses et ordonnées du diagramme de **Fresnel n'est pas un repère d'espace**. L'axe des 'x' est la partie réelle du *vecteur temporel*, l'axe 'y' la partie imaginaire.
- un courant, une tension ne tourne pas dans l'espace x, y z, de la machine, ni même un flux !!

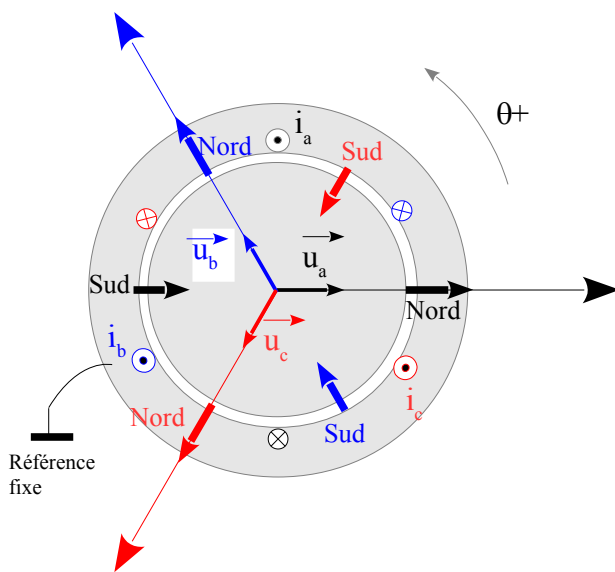
Cette représentation vectorielle, le **diagramme de Fresnel**, qui exploite des *vecteurs temporels*, ne doit pas être confondue avec un tracé de vraies grandeurs vectorielles, comme le champs magnétique, le moment magnétique en particulier.

2. Etude du moment magnétique statorique

Dans cette partie, nous allons étudier la machine synchrone à pôles lisses, mais en occultant complètement le rotor aimanté. Ce dernier sera simplement là pour fermer les lignes de champs. Il est passif (non aimanté). Le moment magnétique sera étudié en considérant un stator triphasé (comportant 3 bobines) et en considérant aussi un stator diphasé (comportant 2 bobines). Puis une correspondance entre les deux dispositions sera étudiée (transformation de **Clark**). Enfin on abordera la transformée de **Park**.

2.1. Cas général du stator triphasé

Le schéma d'étude est le suivant :



Hypothèses, cadre :

On distingue ici 3 bobines, a, b et c. Chacune d'elles est constituée de n spires (bien qu'une seule soit représentée sur le schéma).

On suppose que l'attaque des spires se fait en courant.

Les vecteurs \vec{u}_x sont les vecteurs unitaires de chacun des axes.

NB : \vec{u}_x n'est pas une tension !!! c'est le vecteur **Unitaire de l'axe spatial x.**

Le vecteur \vec{u}_b s'obtient à partir du vecteur \vec{u}_a par une rotation de $+2\pi/3$.

Fig 2.1 : bobinage triphasé simple avec le circuit magnétique (stator + rotor)

Lorsqu'un courant continu parcourt une bobine, il crée un champ magnétique à répartition sinusoïdale (cf fig 2.2).

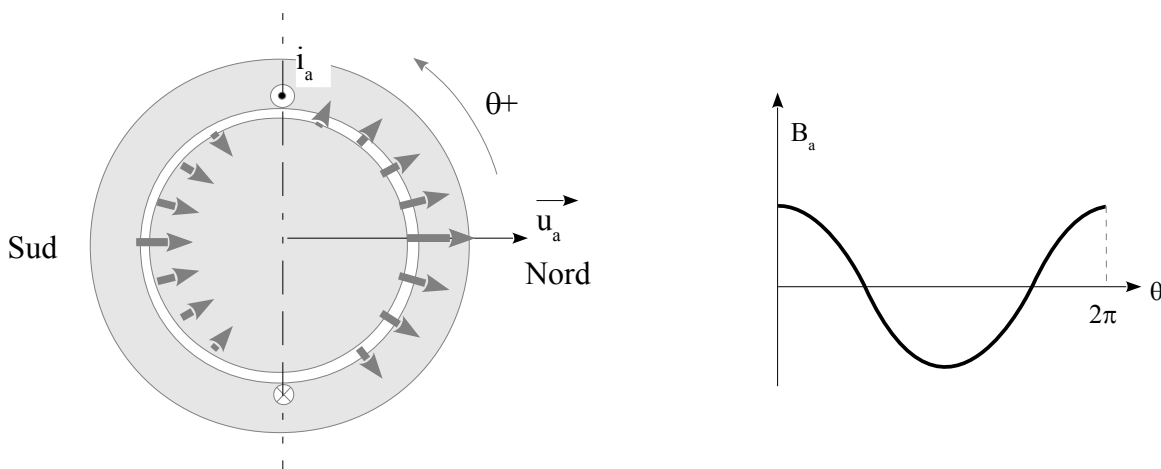


Fig 2.2 Répartition sinusoïdale du champ dans l'entrefer dû au courant **continu** i_a .

Chaque bobine crée un moment magnétique de valeur $\vec{M}_x = i_x \cdot n \cdot \vec{S}_x = n \cdot i_x \cdot S_x \cdot \vec{u}_x$, S_x étant la surface de chaque spire composant la bobine.

Le moment résultant des 3 bobines est la somme de chacun des moments. On obtient alors :

$\vec{M} = n \cdot S \cdot (i_a \cdot \vec{u}_a + i_b \cdot \vec{u}_b + i_c \cdot \vec{u}_c)$ étant entendu que la surface S est la même pour les 3 bobinages.

Faisons une construction vectorielle en considérant $i_a = 1, i_b = i_c = -1/2$. Pour cela nous allons préciser le repère de construction. Il se fait selon les 3 axes a, b et c. Il est fixe. L'angle trigonométrique correspond à l'angle mécanique θ (cf fig 2.1 et 2.2).

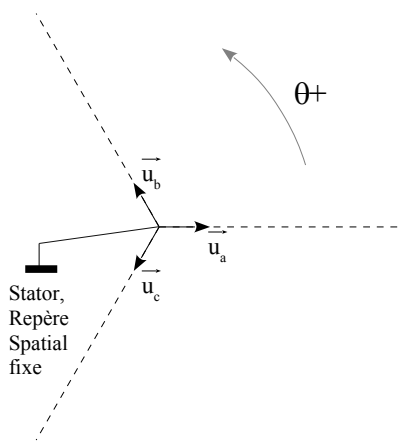


Fig 2.3 a : Repère spatial lié au stator à 3 vecteurs, les vecteurs unitaires des surfaces orientées de chacune des 3 bobines.

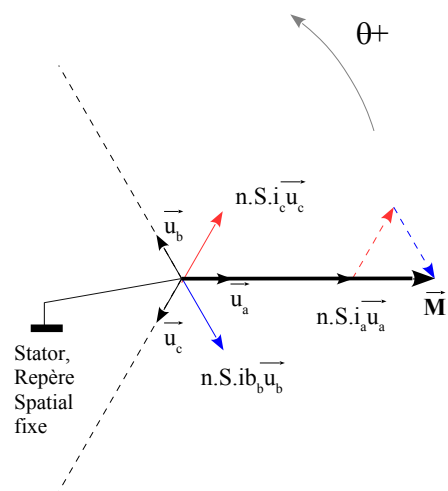


Fig 2.3 b : Tracé dans le repère spatial lié au stator des 3 moments magnétiques et du moment résultant pour 3 valeurs de courant.

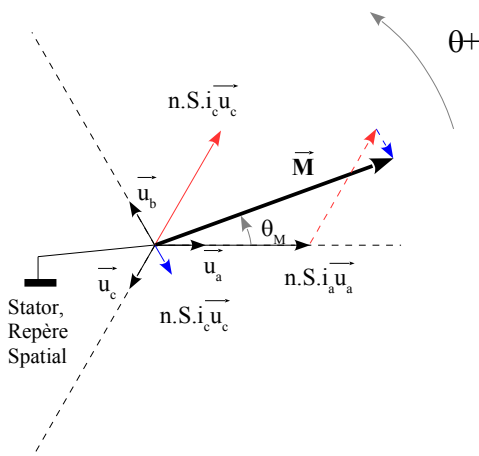


Fig 2.3 c : moment magnétique pour un autre triplet $\{i_a, i_b, i_c\}$

Il n'est pas habituel de manipuler une base vectorielle à 3 vecteurs ($\vec{u}_a, \vec{u}_b, \vec{u}_c$) dans un plan à deux dimensions. Il y a redondance.

En effet, le vecteur $\vec{M} \begin{pmatrix} n \cdot S \cdot i_a \\ n \cdot S \cdot i_b \\ n \cdot S \cdot i_c \end{pmatrix} = n \cdot S \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix}$ peut

avoir une infinité de valeurs pour les coordonnées $\{i_a, i_b, i_c\}$.

Ces coordonnées sont rendues uniques par le fait qu'à chaque instant :

$i_a + i_b + i_c = 0$, imposé par construction des enroulements qui sont reliés en étoile. La loi de Kirchhoff impose cette égalité.

2.2. Stator triphasé alimenté par des courants triphasés

Nous savons maintenant, qu'en appliquant un jeu de courant tel que $i_a + i_b + i_c = 0$, nous obtenons dans le stator un moment magnétique résultant \vec{M} dont on peut parfaitement connaître l'intensité et l'angle par rapport à l'axe de la bobine a, que nous appellerons θ_M (cf fig 2.3.c). Il s'agit d'un angle **mécanique**.

Nous allons chercher à définir le vecteur \vec{M} dans la base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}) , c'est à dire trouver les coordonnées $\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \end{pmatrix}$ de \vec{M} , sur la base d'un système de courant triphasé :

$$i_a = \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad , \quad i_b = \hat{I} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad i_c = \hat{I} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}\right) = \hat{I} \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad .$$

Remarquons que le moment magnétique de chacune des bobines est **pulsant** sur chacun des axes.

Avant de procéder au calcul, précisons les coordonnées de chaque vecteur \vec{u}_i dans la base (\vec{i}, \vec{j}) :

$$\vec{u}_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{u}_b = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \quad , \quad \vec{u}_c = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \end{pmatrix} \quad .$$

$$\vec{M} = n \cdot S (i_a \cdot \vec{u}_a + i_b \cdot \vec{u}_b + i_c \cdot \vec{u}_c) = M_x \cdot \vec{i} + M_y \cdot \vec{j}$$

$$\vec{M}_a = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{M}_b = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \vec{i} + \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \vec{j} \right]$$

$$\vec{M}_c = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \vec{i} - \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \vec{j} \right]$$

Pour la composante M_x :

$$M_x = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos(\omega \cdot t) + \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$M_x = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos(\omega \cdot t) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \left(\cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right]$$

$$M_x = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos(\omega \cdot t) + 2 \cdot \cos^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega \cdot t) \right] = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos(\omega \cdot t) + 2 \cdot \frac{1}{4} \cos(\omega \cdot t) \right] \quad \text{d'où}$$

$$M_x = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Pour la composante M_y :

$$M_y = n \cdot S \cdot \hat{I} \left[\cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) - \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \right]$$

$$M_y = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \left[\cos(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}) \right]$$

$$M_y = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \cdot 2 \cdot \sin(\frac{2\pi}{3}) \sin(\omega \cdot t) = n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot 2 \sin^2(\frac{2\pi}{3}) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$M_y = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Ainsi, en coordonnées orthonormée, le vecteur moment magnétique résultant s'écrit :

$$\vec{M} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega \cdot t) \\ \sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

On reconnaît là un vecteur dont le module est $|M| = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I}$ (2.2)

et l'angle $\theta_M(t) = \omega \cdot t$.

Le moment magnétique résultant tourne à la vitesse mécanique $\Omega = \omega$. La vitesse de rotation mécanique du moment magnétique est donc égale à la pulsation électrique du réseau de courants triphasés. On redémontre là le théorème de Ferraris (précisons ici que le nombre de paire de pôles est $p=1$, voir plus loin le cas où p est différent de 1).

2.3. Stator diphasé, transformation de Clark

Nous savons maintenant, qu'en appliquant un jeu de courant tel que $i_a + i_b + i_c = 0$, nous obtenons dans le stator un moment magnétique résultant \vec{M} dont on peut parfaitement connaître l'intensité et l'angle par rapport à l'axe de la bobine a, l'angle θ_M (cf fig 2.3.c).

Ce sont précisément ces deux grandeurs que l'on veut contrôler. Il aurait été bien plus simple d'avoir une base orthonormale. Pour cela, il aurait fallu disposer dans le stator deux bobinages. L'un repérée α concordante avec la bobine a, l'autre β . Il s'agit de la base orthonormée utilisée dans le paragraphe précédent.

Le but ici, va d'être de reproduire exactement le même moment magnétique à partir de deux bobines logées suivant les axes α et β , puis d'établir la correspondance entre les deux repères.

Les deux configurations équivalentes sont représentées ci-dessous. Les bobinages α et β comportent un nombre de spires égal à n' , pas forcément égal au nombre de spires n des bobinages triphasés a,b et c. La surface de bobinage S est la même.

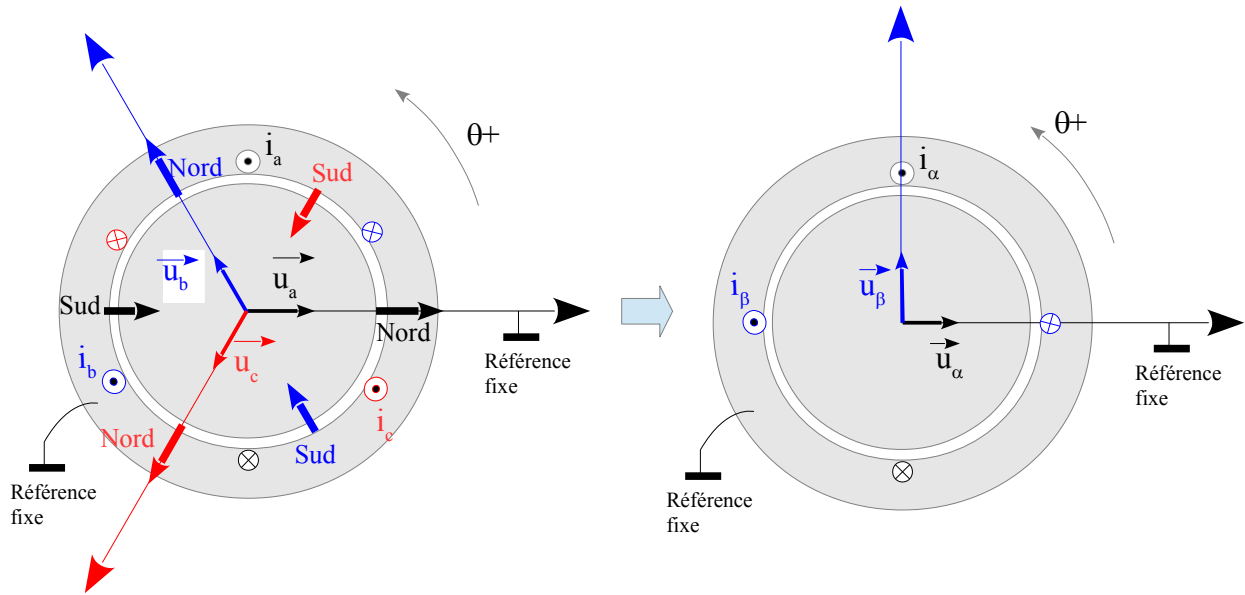


Fig 2.4 : bobinages statoriques triphasés et diphasés.

Si des courants i_α et i_β traversent respectivement les enroulements α et β , alors ces derniers produisent un moment magnétique \vec{M} tel que (éq. 2.2):

$$\vec{M} \begin{pmatrix} n' \cdot S \cdot i_\alpha \\ n' \cdot S \cdot i_\beta \end{pmatrix} \text{ soit } \vec{M} = n' \cdot S \cdot (i_\alpha \cdot \vec{u}_\alpha + i_\beta \cdot \vec{u}_\beta) \quad (2.3)$$

Dans le repère abc, $\vec{M} \begin{pmatrix} n \cdot S \cdot i_a \\ n \cdot S \cdot i_b \\ n \cdot S \cdot i_c \end{pmatrix}$ soit $\vec{M} = n \cdot S \cdot (i_a \cdot \vec{u}_a + i_b \cdot \vec{u}_b + i_c \cdot \vec{u}_c)$ (2.4)

En écrivant les coordonnées des vecteurs \vec{u}_i dans le repère $\alpha\beta$, on obtient :

$$\vec{u}_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_b = \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix}, \quad \vec{u}_c = \begin{pmatrix} \cos(\frac{4\pi}{3}) \\ \sin(\frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix}, \text{ soit}$$

l'équation 2.4 donne alors

$$\vec{M} = n \cdot S \cdot (i_a \cdot \vec{u}_\alpha - \frac{1}{2} i_b \vec{u}_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} i_b \vec{u}_\beta - \frac{1}{2} i_c \vec{u}_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \vec{u}_\beta) \quad (2.5).$$

Par identification des expressions (éq 2.3 et 2.5) :

$$n' \cdot S \cdot i_\alpha = n \cdot S \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right) ,$$

$$n' \cdot S \cdot i_\beta = n \cdot S \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \right) ,$$

Soit :

$$i_\alpha = \frac{n}{n'} \left(i_a - \frac{1}{2} i_b - \frac{1}{2} i_c \right)$$

$$i_\beta = \frac{n}{n'} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i_c \right)$$

On introduit une troisième équation afin d'obtenir un système matriciel inversible :

$$\frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c) = i_h = 0 , \quad i_h \text{ étant la composante homopolaire.}$$

Sous forme matricielle nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{n}{n'} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad \text{L'introduction de la composante homopolaire est mathématiquement}$$

obligatoire pour pouvoir inverser la matrice, et physiquement, on voit bien que si on impose uniquement α et β , il est impossible de produire les 3 courants a, b, et c car il y a une inconnue de trop.

En pratique on fixera toujours $i_h = 0$.

Reste ce facteur n/n' . Il s'agit du ratio entre les nombres de spires dans les deux repères. Selon la valeur que l'on va choisir, les ratios de courants ne seront pas les mêmes.

Conservation des amplitudes tensions, courants, flux

Supposons que le moment magnétique **soit horizontal** (aligné sur l'axe a, et α). Le courant i_β ne peut être que nul. Dans cette configuration, i_a est maximum, il vaut $i_a = \hat{I}$ tandis que $i_b = i_c = \frac{-\hat{I}}{2}$ (cf fig 2.3b)

Le moment crée en triphasé a pour module $M = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I}$ (cf éq. 2.2)

Le moment crée en diphasé a pour module $M = n' \cdot S \cdot \hat{I}_\alpha$. Le moment produit est bien entendu le même (c'est le but du changement de repère). Si l'on souhaite avoir égalité des courants maximum dans deux repères, alors nous obtenons :

$$M = n' \cdot S \cdot \hat{I}_\alpha = n' \cdot S \cdot \hat{I} \quad \text{ce qui impose} \quad M = \frac{3}{2} \cdot n \cdot S \cdot \hat{I} = n' \cdot S \cdot \hat{I}$$

On en déduit : $\boxed{\frac{n}{n'} = \frac{2}{3}}$

Ce choix de ratio dans le nombre de spires, donne l'égalité des courants lors du passage d'un repère à l'autre.

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Cette transformation est appelée transformée de **Clark**.

La composante homopolaire reste inchangée.

La transformation qui a été présentée et qui permet de changer de repère (abc triphasé vers αβ diphasé) permet d'obtenir le même moment magnétique dans les deux machines (l'une réelle, l'autre qui pourrait l'être aussi, mais qui est souvent une vue de l'esprit puisque les machines sont quasiment toutes triphasées).

Cette transformation s'applique à toutes les autres grandeurs scalaires, en particulier aux tensions et aux flux.

La transformation de **Clark**, permet le passage d'un repère triphasé à un repère diphasé en conservant les amplitudes des grandeurs courant, tension et flux. Le ratio de spires $n/n' = 2/3$ permet ce réglage [2].

Exemple d'utilisation :

On dispose d'une machine triphasée. On souhaite créer un moment magnétique statorique de module M et orienté d'un angle $\theta_M = 30^\circ$ dans la machine. On ne sait pas trop quel courant i_a , i_b et i_c imposer (difficile à calculer).

On imagine que la machine est diphasée. Et on impose un jeu de courant i_α et i_β que l'on voudrait voir circuler dans les enroulements diphasée (fictifs). Ces courants doivent donner le moment magnétique voulu.

Quels sont ils ?

$$i_\alpha = \hat{I} \cdot \cos(\theta_M) = \frac{\hat{I} \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \text{Et} \quad i_\beta = \hat{I} \cdot \sin(\theta_M) = \frac{\hat{I}}{2}$$

La valeur de \hat{I} ne peut être connue que si l'on connaît

n et S. Prenons 10A pour l'exemple,

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.66 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

On inverse la matrice de *Clark* (calcul non détaillé) :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} \quad \text{ce qui donne} \quad \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.66 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

soit $\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.66 \\ 0 \\ -8.66 \end{bmatrix}$,

c'est presque le cas de la figure 2.3.c, l'angle dans la figure est légèrement inférieur à 30°.

On voit bien ici l'intérêt de la matrice de *Clark* inverse : il est difficile (pas impossible!) de déterminer les courants triphasés directement à partir de la donnée d'un angle du moment magnétique. Par contre c'est immédiat en coordonnées cartésiennes donc dans le repère $\alpha\beta$. La matrice inverse permet d'obtenir en suivant les 3 valeurs de courants i_a , i_b , i_c dans le système triphasé.

2.4. Repère tournant rotorique dq, transformée de Park

La matrice de *Clark* inverse nous permet donc

- de **positionner le vecteur moment magnétique** à l'intérieur du stator par **rapport à une référence statorique fixe** qui est le vecteur unitaire de surface de la bobine a, \vec{u}_a ,
- de le faire de manière simple grâce aux deux **grandeurs scalaires i_α et i_β** ,

Rappelons notre objectif de départ : asservir le moment magnétique statorique de manière à ce qu'il soit calé à $\pi/2$ par rapport au rotor (cf 1.1.2).

En régime permanent, le rotor de la machine est donc une rotation uniforme, à la vitesse angulaire Ω avec un couple conséquent dû à une charge. Pour y parvenir, il est clair qu'un système de courants sinusoïdaux triphasés doit attaquer le stator (cf 2.2) dont la pulsation est $\omega = \Omega$. Les grandeurs de contrôle **scalaires** (i_a , i_b et i_c , ou plutôt i_α et i_β) **sont donc sinusoïdales en régime permanent**.

Si le couple demandé par la charge augmente, la vitesse de rotation va diminuer. La pulsation doit donc augmenter ainsi que les amplitudes du réseau de courants. C'est difficile à réaliser. Autant un régime permanent peut être mis en place assez facilement, autant le transitoire entre deux régimes permanents est difficile à concevoir puisqu'une régulation devra suivre des consignes sinusoïdales.

D'où l'idée de trouver un troisième repère, encore plus fictif que le diphasé statique : un **repère diphasé tournant**. Il s'agit en fait d'imaginer un **stator qui tourne en phase avec le rotor**. Ce dernier tourne à la vitesse Ω qui correspond à un régime permanent. Le rotor aimanté tournant à la même vitesse. **L'axe d correspond à l'axe du moment magnétique du rotor**. L'angle ξ entre le champ magnétique du rotor et le moment magnétique est alors constant. L'asservissement de l'angle ξ se fait en agissant sur des grandeurs continues et non plus sinusoïdales.

Sur la figure ci-dessous, on représente le stator tournant à Ω . Le rotor est encore non représenté. On définit l'angle $\theta = \widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{u}_d}$. Il représente la rotation angulaire du **stator fictif tournant dq par rapport au stator diphasé statique $\alpha\beta$** , c'est à dire l'angle entre le rotor et le stator diphasé statique $\alpha\beta$.

L'ensemble est une photo prise à l'instant t tel que $\theta = \Omega t$.

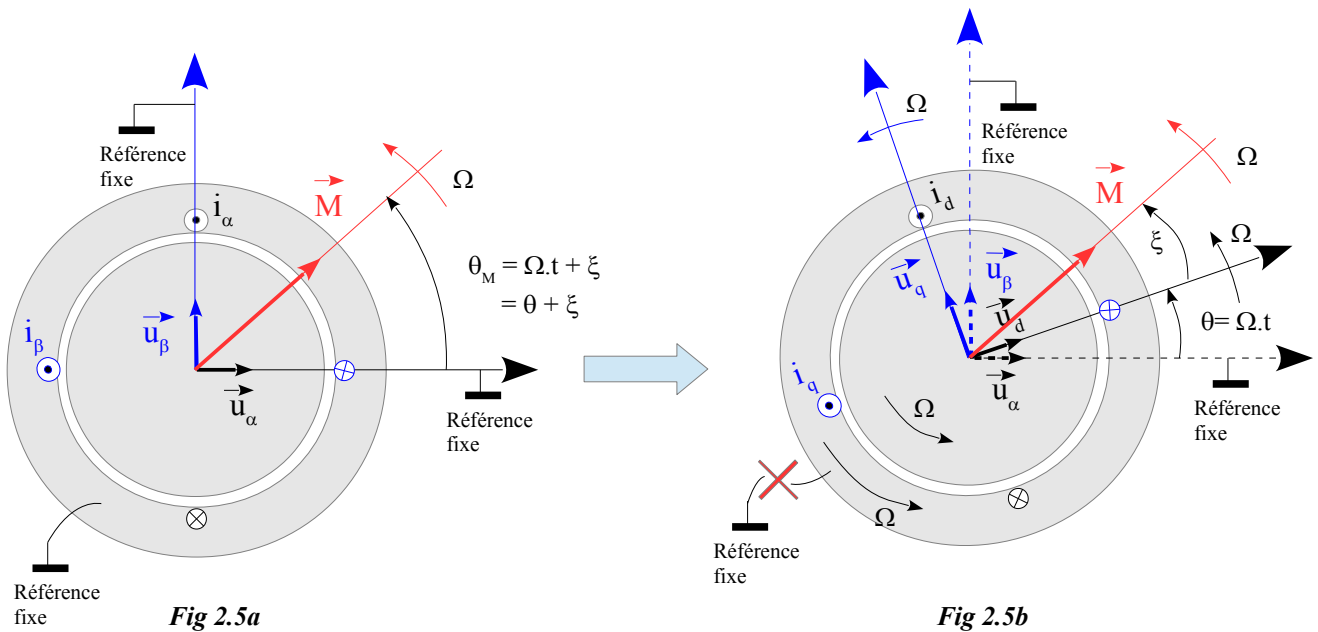


Fig 2.5a et b : Modification de repère. Equivalence entre un repère diphasé à stator fixe, et un repère diphasé à stator tournant à Ω .

Bien que pour l'instant, le rotor n'apparaisse pas explicitement, il est entendu qu'il tourne avec le stator tournant dq (figure 2.5b). L'angle de repérage du moment magnétique \vec{M} est maintenant l'angle $\theta_M = \Omega t + \xi$, où ξ est l'angle entre \vec{u}_d (vecteur unitaire de la surface de bobinage d) ou encore \vec{B}_r (vecteur champ magnétique rotorique) et le moment magnétique statorique \vec{M} . Cet angle est constant en régime permanent, c'est ce que l'on souhaite.

Remarquons qu'à $t = 0$, les vecteurs unitaires de surface des bobines a, α , et d sont alignés.

Comme pour le changement triphasé – diphasé de la partie 2.3, il faut écrire l'égalité des deux vecteurs \vec{M} dans les deux référentiels pour en déduire la matrice de transformation. Les bobinages ont le même nombre de spires, n' , et la même surface S.

$$\vec{M} \begin{pmatrix} n' \cdot S \cdot i_\alpha \\ n' \cdot S \cdot i_\beta \end{pmatrix}_{\alpha\beta} \text{ soit } \vec{M} = n' \cdot S \cdot (i_\alpha \cdot \vec{u}_\alpha + i_\beta \cdot \vec{u}_\beta) \text{ et } \vec{M} \begin{pmatrix} n' \cdot S \cdot i_d \\ n' \cdot S \cdot i_q \end{pmatrix}_{dq} \text{ soit } \vec{M} = n' \cdot S \cdot (i_d \cdot \vec{u}_d + i_q \cdot \vec{u}_q)$$

exprimons les vecteurs \vec{u}_d et \vec{u}_q dans la base $\alpha\beta$:

$$\vec{u}_d \begin{pmatrix} \cos(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) \end{pmatrix}_{\alpha\beta} \text{ et } \vec{u}_q \begin{pmatrix} -\sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{pmatrix}_{\alpha\beta}$$

donc

$$\vec{M} = n' \cdot S \cdot (i_d \cdot \vec{u}_d + i_q \cdot \vec{u}_q) = n' \cdot S \cdot [i_d \cdot (\cos(\Omega t) \vec{u}_\alpha + \sin(\Omega t) \vec{u}_\beta) + (-i_q \cdot \sin(\Omega t) \vec{u}_\alpha + i_q \cdot \cos(\Omega t) \vec{u}_\beta)]$$

on en déduit dans la base $\alpha\beta$:

$$\vec{M} = n' \cdot S \begin{pmatrix} i_d \cos(\Omega t) - i_q \sin(\Omega t) \\ i_d \sin(\Omega t) + i_q \cos(\Omega t) \end{pmatrix} \text{ à identifier à } \vec{M} \begin{pmatrix} n' \cdot S \cdot i_\alpha \\ n' \cdot S \cdot i_\beta \end{pmatrix}$$

Mis sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\sin(\Omega t) \\ \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \text{ la transformée inverse est } \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

Rappelons la transformée de Clark :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Dans l'esprit d'obtenir i_d, i_q en fonction de i_a, i_b et i_c , on peut supprimer la composante homopolaire :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \text{ on obtient donc}$$

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \text{ soit,}$$

En multipliant les matrices :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & -\frac{1}{2}\cos(\Omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\Omega t) & -\frac{1}{2}\cos(\Omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \frac{1}{2}\sin(\Omega t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\Omega t) & \frac{1}{2}\sin(\Omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\Omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Si l'on se rappelle que les coefficients $-\frac{1}{2}$ et $\frac{\sqrt{3}}{2}$ proviennent des cosinus et sinus de l'angle $\frac{2\pi}{3}$, et si on note $\theta = \Omega t$ (cf figure 2.5), la matrice gagne à être écrite sous la forme :

Transformée de *Park* (conservant les amplitudes) [2],[3]

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Transformée inverse de *Park* (conservant les amplitudes)

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

Dans ces notations, la composante homopolaire a disparu. Cette forme est adaptée pour construire rapidement les grandeurs diphasées tournantes à partir du triphasé et inversement.

3. Principes de commande des machines, overview

Dans cette partie, nous balayons rapidement les grands principes de commandes. Dans un premier temps nous rappelons comment se crée le couple dans la machine synchrone, puis nous faisons un point sur les sources d'énergie (commande en courant). Ensuite les divers grands principes de commandes sont présentés sans entrer dans le détail théorique. On comprend comment les transformées sont utilisées, notamment la transformée de *Park*.

3.1. Généralités

3.1.1. Création du couple moteur

La figure 1.10 montre de manière simple le principe de la machine synchrone : entraîner un rotor aimanté (aimant ou rotor ferromagnétique bobiné) grâce à un champ qui va l'attirer en permanence.

Ce champ sera créé par un système de **courant triphasés** i_a, i_b, i_c . On ne parlera pas de champ magnétique, mais de **moment magnétique** statorique, plus adapté aux bobines parcourues par des courants. Par ailleurs, si l'on connaît le champ magnétique produit par le rotor, le couple s'écrit directement par le moment magnétique :

$$\vec{\Gamma} = \vec{B}_r \wedge \vec{M} = B_r \cdot M \cdot \sin(\xi) \vec{e}_z \quad \text{comme cela a été vu au chapitre 1.2, (éq. 1.1).}$$

L'objectif de la commande vectorielle est de maintenir le plus directement possible l'angle ξ à $\pi/2$ et de contrôler l'intensité du moment magnétique statorique M .

3.1.2. Les sources d'énergie

Pour produire les courants triphasés nous supposons que nous avons à disposition 3 sources de courant I_a, I_b et I_c contrôlées par 3 scalaires i_a, i_b et i_c (synthétisables par un micro-contrôleur par exemple).

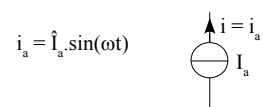


Fig 3.1 : source de courant contrôlée

NB : dans la réalité la commande se fait par des **sources de tensions**. Pour renverser le type de source et passer en courant, on construit un asservissement en courant (une boucle de courant). L'architecture classique est la suivante :

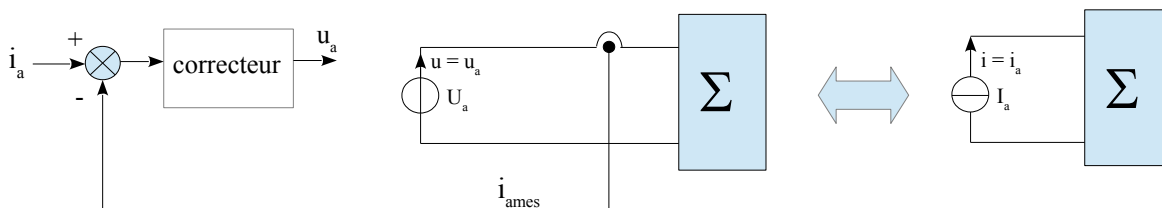


Fig 3.2 : boucle de courant ↔ source de courant contrôlée

L'équivalence n'est vraie que si la régulation de courant est capable d'obtenir $i_a = i_{ames}$ à tout instant.

Dans ce chapitre 3, pour simplifier, on notera les sources d'énergie comme étant des sources de courant idéales (figure 3.1).

3.1.3. Commande en courant triphasée directe

La commande la plus simple est alors une commande en courant depuis un réseau triphasé :

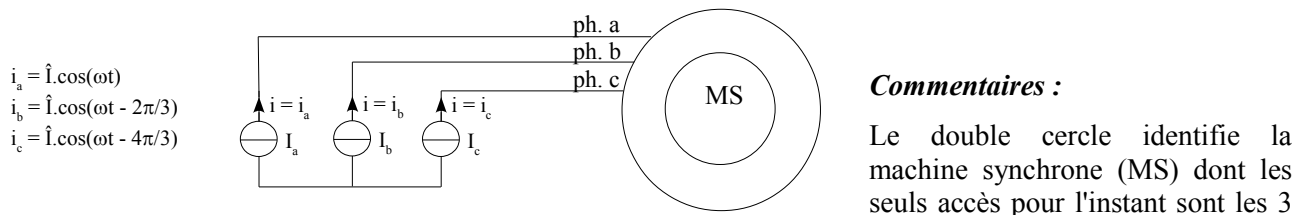


Fig 3.3 : alimentation en courant triphasée directe, commandes triphasées

Deux gros inconvénients dans ce type de commande. D'une part, il faut 3 asservissements (en fait deux suffisent, car le troisième courant s'obtient à partir des deux autres) qui vont peiner à asservir une consigne sinusoïdale de courant. D'autre part, l'angle ξ n'est pas contrôlé. C'est une commande en boucle ouverte. La machine peut donc décrocher.

3.2. Les commandes en boucle fermée

Pour régler le problème du décrochage, il est possible de récupérer l'information position du rotor. Techniquement, on peut réaliser cette opération avec un codeur incrémental fixé sur l'axe de rotation du moteur.



Fig 3.4 : un codeur incrémental

Le disque contient une série d'alternances transparentes et opaques. Deux ensembles de LED et photo-diodes sont légèrement décalées et sont en regard sur ces alternances. Lorsque le disque tourne, des signaux carrés A et B sont produits en déphasage de 90°. Ainsi le sens peut être discriminé. Egalement, il existe une raie spéciale et unique, l'index qui rend la mesure d'angle absolue. Ce dernier doit absolument être aligné avec le vecteur surface \vec{S}_a . Ce codeur, associé à une logique de décodage est capable de produire un nombre de 0 à 359 signé. Il est donc à tout instant possible de connaître l'angle $\theta = \widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{u}_d}$ (fig 2.5b). Cet élément est essentiel et

commun à tous les procédés de commande de la machine synchrone.

3.2.1. La commande scalaire abc [5]

Très bien décrite dans [5], on peut en extraire le principe général en considérant 3 sources de courants idéales. La figure 3.5 illustre le principe.

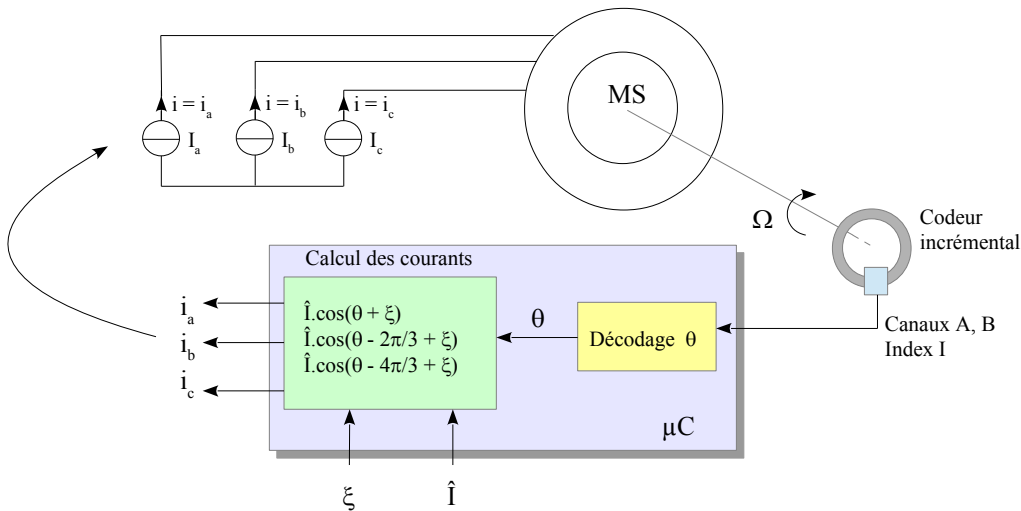


Fig 3.5 : commande scalaire abc

L'obtention de l'angle θ (angle du rotor par rapport à la surface orientée a) se fait par un périphérique spécialisé d'un micro-contrôleur (en jaune). Ensuite le calcul des 3 courants est fait logiciellement. Pour une plus grande vitesse d'exécution, les calculs sont déjà fait dans une table en cosinus logée en ROM. Les 3 consignes de courants sont alors établies via la donnée de l'angle ξ (que l'on choisira logiquement égal à $+\pi/2$) et l'amplitude maximum des sinusoïdes, \hat{I} .

Ci-contre, on observe la représentation vectorielle associée à ce mode de fonctionnement ξ (l'angle n'est pas du tout optimal sur la figure).

Le jeu de courant triphasé appliqué est par construction déphasé en avance par rapport à l'angle du rotor. Il faut bien se rappeler que l'angle du moment magnétique \vec{M} , $\theta_M = \omega t + \xi$, est égal à la phase du courant de référence i_a , $i_a = \hat{I} \cdot \cos(\theta_M) = \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \xi)$.

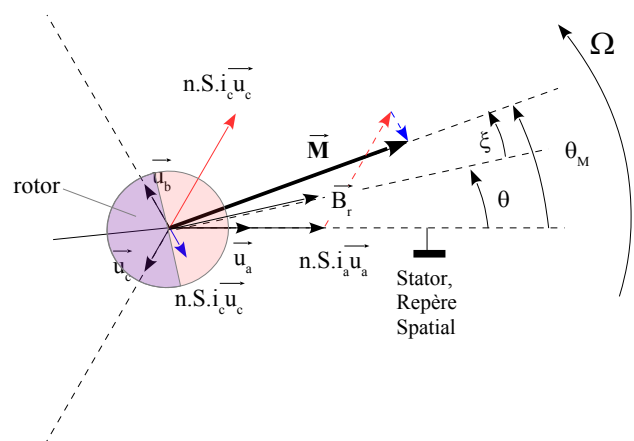


Fig 3.6 : représentation vectorielle dans la commande abc

Le problème du décrochage est donc résolu. Par contre, il reste un problème qui n'apparaît pas sur la figure

3.5 : chaque source de courant (ou au moins deux) doit être un asservissement. La figure suivante est un synoptique plus complet de la commande abc :

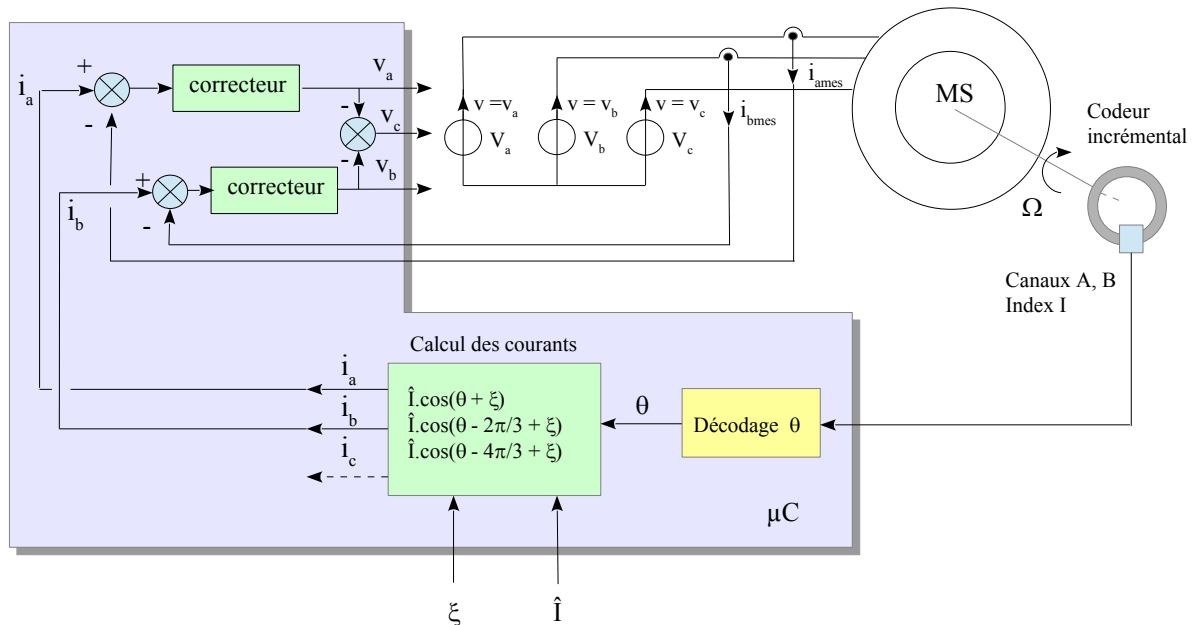


Fig 3.7 : commande scalaire abc, attaque du moteur en tension

Explication :

On suppose que $\xi = \pi/2$. Le moteur étant à l'arrêt, un angle θ ($\widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{u}_d}$) est obtenu. Si \hat{I} vaut 0, les consignes i_a, i_b, i_c sont nulles. Les deux correcteurs génèrent donc les tensions v_a, v_b et v_c de manière à garantir des courants effectifs $i_{ames}, i_{bmes}, i_{cmes}$ nuls. Le couple est donc nul. Le moteur est libre.

Lorsqu'une valeur de courant non nul \hat{I} est appliqué, un jeu de trois valeurs de courants (devenant des consignes pour les asservissements) est produit, qui doivent positionner \vec{M} tel que

$$\theta_M = \widehat{\vec{u}_\alpha, \vec{M}} = \theta + \frac{\pi}{2} .$$

Les deux asservissements doivent permettre d'obtenir effectivement les courants voulus.

Ce faisant, un couple est appliqué, le rotor tourne, θ évolue, un nouveau triplet de consigne de courant est élaboré (visant une nouvelle position pour \vec{M}). Le système va donc accélérer jusqu'à trouver une vitesse d'équilibre (couple résistant compensant le couple moteur).

Nous voyons bien le point faible de cette commande : les correcteurs doivent réagir vite et bien sur des consignes qui sont des sinusoïdes dont la fréquence va croître linéairement (accélération constante) ressemblant à une rampe FM. La conception des correcteurs est difficile.

3.2.2. La commande vectorielle [6]

Avec la commande vectorielle, on utilise comme consigne non plus \hat{I} et ξ , mais i_d et i_q . Le schéma avec une commande directe en courant est le suivant :

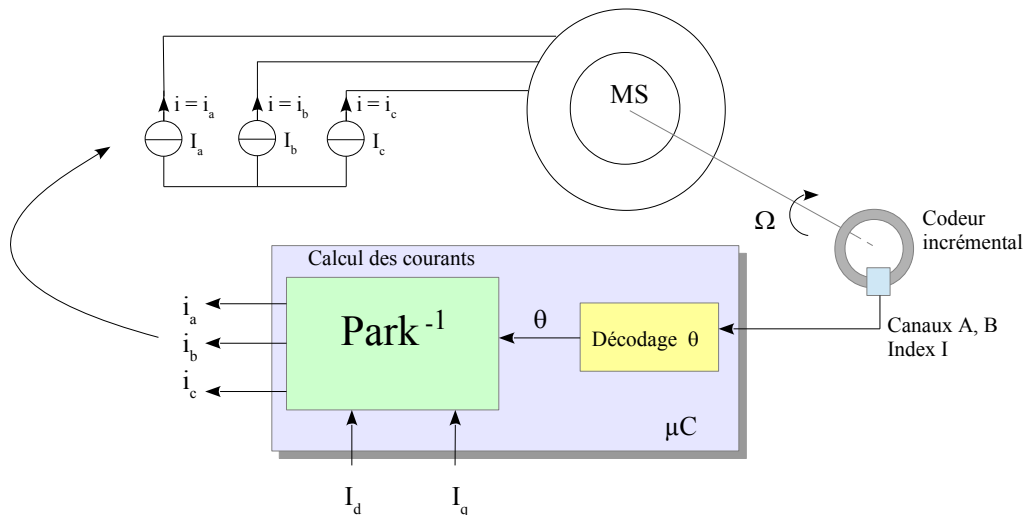


Fig 3.8 : commande vectorielle

Le repère dq tourne à Ω par rapport à $\alpha\beta$. Le moment magnétique statorique aussi. Il est alors tout naturel de fixer le repère dq (donc le rotor) et de raisonner dans ce repère que l'on considère maintenant fixe : **les divers vecteurs $\vec{u}_d, \vec{u}_q, \vec{M}, \vec{B}_r$ sont maintenant FIXES**. Il n'y a plus de notion de vitesse Ω .

La donnée de i_d et i_q fixe donc le moment magnétique \vec{M} avec des coordonnées cartésiennes et non plus polaire. La transformée de Park inverse, permet de retrouver les courant statoriques triphasés exactement comme dans la commande abc.

Notons que le calcul est un peu plus long :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

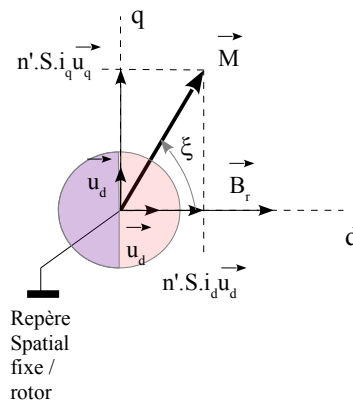


Fig 3.9 : représentation vectorielle dans le repère dq lié au rotor

Ce calcul demande :

- 3 lectures de tables,
- 6 multiplications,
- 3 additions.

NB : le coefficient 2/3 sera avantageusement intégré dans les tables cosinus et sinus.

Voyons maintenant comment cela se passe au niveau des boucles de courants. Le grand changement réside dans le courant de retour des asservissements. Ce ne sont plus i_{ames} , i_{bmes} et i_{cmes} qui vont être contre-réactionnés mais i_{dmes} et i_{qmes} . Ces deux informations de retours ne sont bien sûr pas mesurées directement. On passe par la transformée de *Park* pour les reconstruire à partir de i_{ames} , i_{bmes} et i_{cmes} .

NB : le courant i_c n'est pas mesuré, il se déduit de i_a et i_b (calcul que l'on suppose inclus dans le bloc de calcul de la transformée de *Park* de la figure ci-dessous).

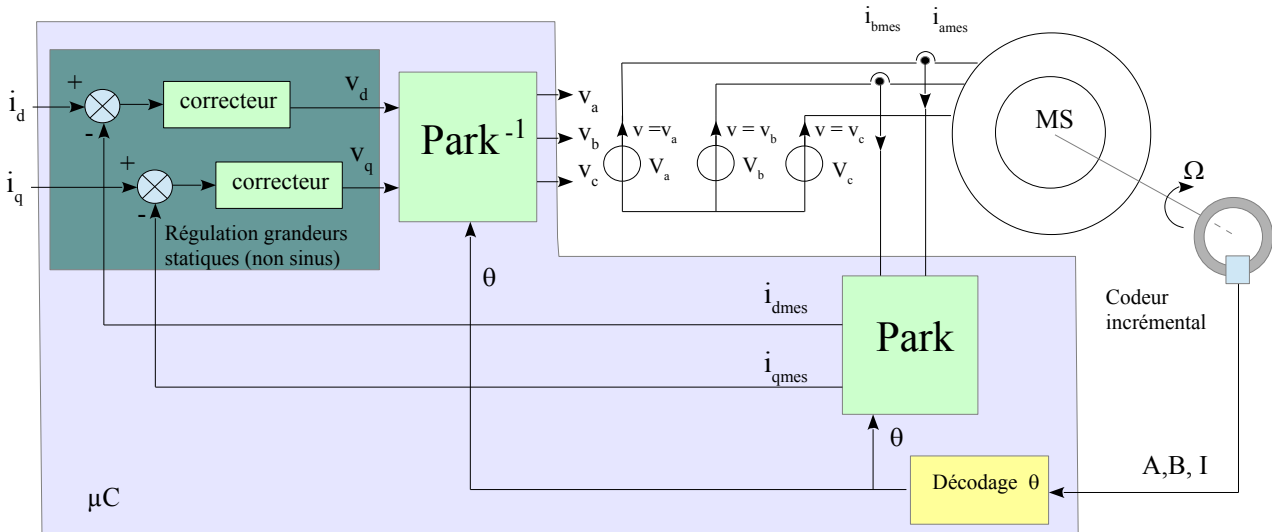


Fig 3.10 : commande vectorielle, attaque du moteur en tension, présence des asservissements dq

Explications :

Logiquement, la consigne en courant direct doit être nulle, ce qui garantira un angle ξ optimal de $\pi/2$. La transformée de *Park* sur les courants mesurés permet d'obtenir les deux grandeurs i_{dmes} et i_{qmes} , quelque soit l'angle θ du rotor par rapport au stator. Ces grandeurs sont comparées aux deux consignes statiques (i_d , i_q). Les deux correcteurs élaborent les grandeurs statiques (v_d , v_q). La transformée de *Park* inverse (qui se généralise à toutes les grandeurs scalaires, tension, flux, courant) donne les 3 tensions triphasées.

L'intérêt du contrôle vectoriel, réside dans la simplification des correcteurs d et q, qui travaillent sur des régimes permanents statiques et non plus sinusoïdaux. Ainsi, un simple PI garantit une erreur nulle dans la régulation des deux grandeurs i_d et i_q permettant ainsi un contrôle bien plus efficace du moment magnétique statorique vis à vis du champ rotorique. Par ailleurs les transitoires sont également plus simple à maîtriser.

Le chapitre suivant porte sur la modélisation de la machine, en particulier, comment établir le modèle entre tension et courant dans la commande abc, mais surtout dans la commande dq.

4. Modélisation courant tension de la machine synchrone

Le principe général de la commande scalaire abc et vectorielle est maintenant compris. Il nous reste une étape qui consiste à opérer les régulations de courant. Dans ce chapitre, nous allons donc étudier la relation qui existe entre tension et courant au niveau des divers enroulements.

De manière très générale, une bobine x (ensemble de spires) parcourue par un courant dans une machine synchrone voit sa tension dépendre de plusieurs paramètres :

- la résistance r de la bobine,
- la variation de flux qui lui-même peut se décomposer en 3 parties :
 - le flux propre : $\Phi_p = L \cdot i_x$, i_x étant le courant de la bobine étudiée x.
 - le flux causé par les mutuelles $\Phi_M = \sum M_{xy} \cdot i_y$, y identifiant les autres bobines dans l'environnement magnétique du moteur (par exemple y= b et c pour un stator triphasé),
 - le flux causé par la rotation de l'amant du rotor, $\Phi_{rx} = \vec{B}_r \cdot \vec{S}_x$, \vec{S}_x étant la surface orientée de la bobine étudiée.

On peut donc écrire, quelque soit le système étudié que la relation entre le courant i_x dans la bobine x et la tension v_x à ses bornes est (convention récepteur) :

$$v_x = r \cdot i_x + L \frac{di_x}{dt} + \sum M_{xy} \frac{di_y}{dt} + \frac{d\Phi_{rx}}{dt} \quad (4.1)$$

Dans ce qui suit, nous nous limitons toujours à une machine synchrone à aimant permanent, bipolaire, pôles lisses.

4.1. Modélisation en triphasées

Nous la présentons car très classique et présentant un intérêt pédagogique fort. Mais cette modélisation ne sert directement que dans la commande scalaire que nous avons présenté précédemment.

Reprenons la figure 2.3c et ajoutons la bobine étudiée, la bobine a, (figure 4.1 ci-contre). Insistons sur le fait qu'il s'agit d'une construction spatiale. Il est donc tout à fait possible de faire apparaître les éléments physiques du moteur, dont le rotor avec son champ magnétique. Le moment magnétique statorique est représenté avec un faible contraste puisqu'il n'intervient pas directement dans la relation v / i .

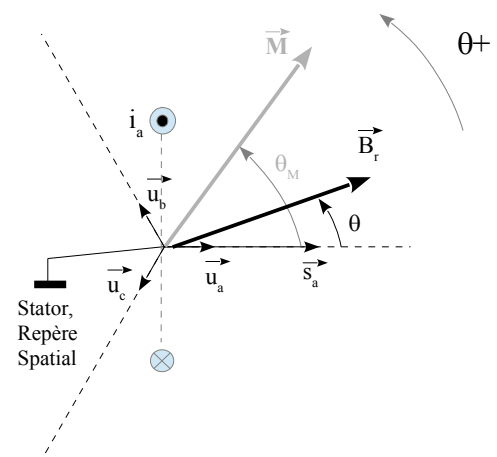


Fig 4.1 : représentation des éléments de l'espace qui influent sur la modélisation i/u de la bobine a

La part de flux dans la bobine a provenant du rotor est donc : $\Phi_{ra} = B_r \cdot n \cdot S \cdot \cos(\theta)$ (4.2) , où θ repère l'angle du rotor par rapport à phase a, comme d'habitude.

La figure 4.2 montre les champs \vec{B}_b et \vec{B}_c dont le sens est normalisé vis à vis des sens respectifs des courant i_b et i_c . Chacun d'eux produit donc un flux dans la bobine a :

$$\begin{aligned} \Phi_{ab} &= \vec{B}_b \cdot \vec{S}_a \quad \text{et} \quad \Phi_{ac} = \vec{B}_c \cdot \vec{S}_a \quad \text{que l'on peut sommer et écrire :} \\ \Phi_{ab} + \Phi_{ac} &= n \cdot B_b \cdot S \cdot \cos(\alpha) + n \cdot B_c \cdot S \cdot \cos(\alpha) \quad \text{soit} \\ \Phi_{ab} + \Phi_{ac} &= n \cdot S \cdot \cos(\alpha) (B_b + B_c) \end{aligned}$$

Les modules des champs B_b et B_c sont proportionnels aux courant i_b et i_c . Appelons K le coefficient de proportionnalité, on obtient

$$\begin{aligned} \Phi_{ab} + \Phi_{ac} &= n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) (i_b + i_c) \quad , \quad \Phi_{ab} = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) i_b \\ \Phi_{ac} &= n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) i_c \end{aligned}$$

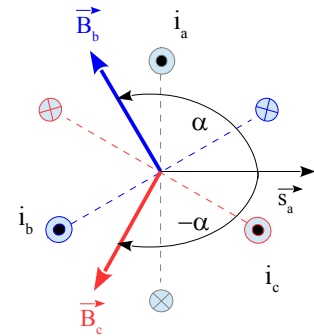


Fig 4.2: bobinage triphasé et inductances mutuelles

Chacune des mutuelles est identique, et vaut

$M = \frac{\Phi_{ab}}{i_b} = \frac{\Phi_{ac}}{i_c} = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\alpha) = n \cdot K \cdot S \cdot \cos(\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2} \cdot n \cdot K \cdot S$. Le coefficient de mutuelle est négatif.

En remarquant que le système de courant est forcément équilibré, $i_a = -(i_b + i_c)$ on en déduit donc

$$\Phi_{ab} + \Phi_{ac} = -M \cdot i_a \quad (4.3)$$

La relation (4.1) devient donc :

$$v_a = r \cdot i_a + (L - M) \frac{di_a}{dt} + \frac{d\Phi_{ra}}{dt} \quad (4.4)$$

où v_a est la tension aux bornes de la bobine a,
 i_a le courant qui la traverse.
 et $\Phi_r = B_r \cdot n \cdot S \cdot \cos(\theta)$

4.1.1. Relation courant tension sur toutes les phases

Pour exprimer la relation courant tension au niveau de la phase b, on redessine le schéma de la figure 4.1 mais en se focalisant sur la bobine b, ce qui donne la figure ci-contre.

La symétrie de l'ensemble amène sans calcul à dire que le flux propre et les flux mutuels pour la bobine b ont exactement la même expression que pour la bobine a.

La seule chose qui est modifiée (à position de rotor inchangée bien évidemment par rapport à la figure 4.1), c'est le flux rotorique vu par la phase b, Φ_{rb} .

$\Phi_{rb} = B_r \cdot n \cdot S \cdot \cos(\frac{2\pi}{3} - \theta)$ que nous écrirons plus volontiers :

$$\Phi_{rb} = B_r \cdot n \cdot S \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

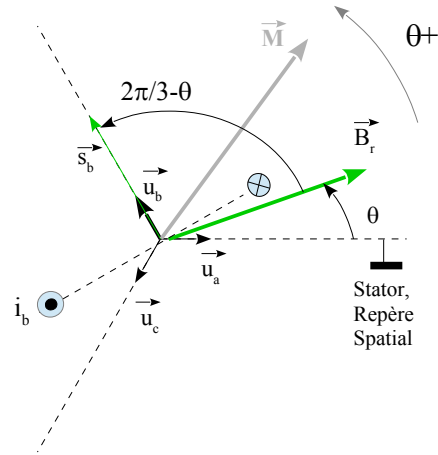


Fig 4.3 : représentation des éléments de l'espace qui influent sur la modélisation i/u de la bobine b

En notant $\hat{\Phi}_r = B_r \cdot n \cdot S$, on peut écrire les équations complètes de la machine synchrone en triphasé :

Lois régissant les tension et courant des 3 phases a,b et c en régime quelconque :

$$\begin{aligned} v_a &= r \cdot i_a + (L - M) \frac{di_a}{dt} + \frac{d\Phi_{ra}}{dt}, & \Phi_{ra} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\theta), \\ v_b &= r \cdot i_b + (L - M) \frac{di_b}{dt} + \frac{d\Phi_{rb}}{dt}, & \Phi_{rb} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}), \\ v_c &= r \cdot i_c + (L - M) \frac{di_c}{dt} + \frac{d\Phi_{rc}}{dt}, & \Phi_{rc} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Avec $\hat{\Phi}_r = B_r \cdot n \cdot S$, B_r étant le module du champ magnétique rotorique,

S la surface de chaque spire du bobinage,

n le nombre de spires de chaque bobinage,

en considérant uniquement une machine à **pôles lisses, bipolaire**,

en considérant $\theta = \widehat{\vec{S}_a, \vec{B}_r}$, angle réperant le rotor par rapport à l'axe de la bobine a (comme toujours depuis le début du document).

NB : L-M est appelée **l'inductance cyclique**, souvent notée $L_{cy} = L-M$

4.1.2. Régime sinusoïdal, diagramme de Fresnel (Ben Eschemburg)

Cette partie n'est pas fondamentale pour la compréhension de la commande vectorielle, mais tellement utilisée historiquement qu'il convient d'en parler.

Il s'agit d'un fonctionnement en régime purement sinusoïdal. Ce cas d'étude est tout à fait adapté si l'on considère une machine (moteur ou alternateur) qui tourne à une fréquence fixe. Typiquement, les applications de production d'électricité sont concernées, où les alternateurs (production) et moteurs (pompage d'eau pour la remonter vers un barrage) tournent à fréquence fixe, 50Hz.

Le chapitre 2.2 nous a appris que lorsque la machine est attaquée en triphasée (machine bipolaire), alors la vitesse de rotation mécanique Ω est égale à la pulsation électrique ω .

Attention ! : dans cette partie, nous allons manipuler **uniquement des grandeurs scalaires**, et non plus des vecteurs. Ces grandeurs sont i_x, u_x, Φ_x . La notion de référence spatiale (\vec{S}_a) n'a plus de sens. Par convention classique, nous prenons le courant i_a pour référence des grandeurs scalaires. Nous pouvons écrire :

$$i_a = \hat{I} \cdot \cos(\omega t)$$

Le flux de la bobine a s'écrit $\Phi_{ra} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\theta)$. Nous savons que $\frac{d\theta}{dt} = \Omega = \omega$. Nous en déduisons $\theta = \omega \cdot t + \gamma$, soit $\Phi_{ra} = \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma)$, γ étant pour l'instant une constante d'intégration.

Si par ailleurs nous écrivons $v_a = \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ nous avons tous les éléments qui régissent le fonctionnement électrique de la machine :

$$\begin{aligned} i_a &= \hat{I} \cdot \cos(\omega t) & v_a &= \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi) & \Phi_{ra} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma) \\ i_b &= \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & v_b &= \hat{V} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \Phi_{rb} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c &= \hat{I} \cdot \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) & v_c &= \hat{V} \cdot \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) & \Phi_{rc} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned}$$

On se rend bien compte que chacune des phases met en jeu les mêmes grandeurs déphasées de $2\pi/3$.

Il est donc inutile de travailler sur les 3 phases, l'étude de la phase a suffit.

La représentation de *Fresnel* (cf 1.3) consiste à manipuler des vecteurs que nous appellerons **vecteurs temporels** [1] pour éviter toute confusion avec un vecteur de l'espace (\vec{M} ou \vec{B}_r). Pour cela nous passons à la représentation complexe de chaque élément :

$$\begin{aligned} i_a &= \hat{I} \cdot \cos(\omega t) & \rightarrow & \underline{i_a} = \hat{I} \cdot \cos(\omega t) \\ v_a &= \hat{V} \cdot \cos(\omega t + \varphi) & \rightarrow & \underline{v_a} = \hat{V} e^{j(\omega t + \varphi)} \\ \Phi_{ra} &= \hat{\Phi}_r \cdot \cos(\omega \cdot t + \gamma) & \rightarrow & \underline{\Phi_{ra}} = \hat{\Phi}_r e^{j(\omega \cdot t + \gamma)} \end{aligned}$$

Le diagramme de *Fresnel* consiste à tracer ces vecteurs temporels à $t = 0$.

On notera par ailleurs, que la dérivation dans le domaine temporel consiste à ajouter $+\pi/2$ à l'argument du vecteur temporel et à multiplier par ω son module. Cela revient aussi à multiplier le nombre complexe par $j\omega$.

NB : la représentation de *Fresnel* n'est valable qu'en régime sinusoïdal.

La relation 4.5 donne $v_a = r \cdot i_a + (L - M) \frac{di_a}{dt} + \frac{d\Phi_{ra}}{dt}$ soit $v_a = r \cdot i_a + (L - M) \frac{di_a}{dt} + e_a$ avec **e_a la force contre-électromotrice** causée par l'induction du rotor : $e_a = \frac{d\Phi_{ra}}{dt}$. Cette grandeur directement issue du flux à travers la bobine est la quatrième grandeur scalaire importante.

Dans le domaine temporel : $e_a = -\hat{\Phi}_r \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \gamma)$

Traçons les divers vecteurs temporels dans le diagramme de *Fresnel* (Re, Im), figure 4.4:

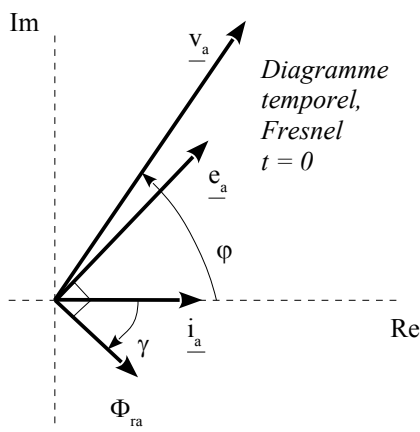


Fig 4.4 : représentation des 4 grandeurs scalaires dans le plan complexe de Fresnel

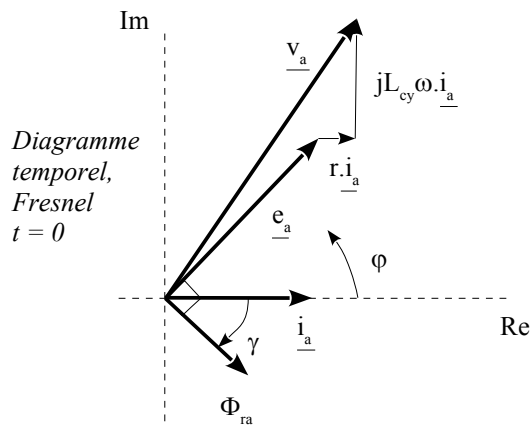


Fig 4.5 : diagramme de Ben Eschemburg

Sur la figure 4.5 on montre le diagramme de **Ben Eschemburg**. Il s'agit de la **loi des mailles** exprimée par l'équation (4.5) de manière complexe.

Interprétation du diagramme de Ben Eschembug.

Le rôle du diagramme est de voir immédiatement et de manière graphique l'**amplitude** et le **déphasage par rapport à une référence** (ici le courant i_a). Le temps a disparu. Il faut imaginer que l'ensemble des vecteurs **tourne dans le plan complexe**, à la vitesse angulaire ω . Insistons bien sur « tourne dans le plan complexe » : rien dans ce diagramme ne tourne dans l'espace.

Toutes les grandeurs scalaires i, u, e, ϕ , doivent être lues sur l'axe réel : les **grandeurs scalaires sont les parties réelles des nombres complexes** représentés sous forme vectorielle.

4.2. Modélisation dans le repère dq

Dans cette partie, nous allons chercher à relier v_d et v_q à i_d et i_q de la même manière qu'en triphasé (eq 4.5). Pour cela nous allons utiliser les transformations de *Park* (directe et inverse). Une fois le modèle obtenu, on va pouvoir concevoir les régulateurs PI de la commande vectorielle (fig 3.10).

4.2.1. Transformée de Park 3x3

Il va nous falloir ici considérer la composante homopolaire (même si elle est nulle) pour pouvoir disposer d'une matrice 3x3 pour pouvoir obtenir le modèle souhaité.

Transformée de Park (conservant les amplitudes) avec composante homopolaire [8]

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Transformée inverse de Park (conservant les amplitudes)

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} = [P]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix}$$

4.2.2. Loi des mailles dans le repère dq [7]

Reprenons les équations 4.5 et mettons les sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = r \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$

Pour simplifier les calculs, nous avons tout intérêt ici à cumuler les flux, à savoir regrouper les flux d'auto-induction, de mutuelle induction, et le flux rotorique, nous obtenons alors (voir [7]) :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = r \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \Phi_a = \Phi_{ra} + L \cdot i_a + M \cdot i_b + M \cdot i_c$$

que nous pouvons écrire comme ceci en utilisant la transformation de Park :

$$[P]^{-1} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = r \cdot [P]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} ([P]^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix}) \quad , \text{ en multipliant tout par } [P] :$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + [P] \cdot \left[\frac{d}{dt} ([P]^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix}) \right] = r \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + [P] \cdot \frac{d}{dt} [P]^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix}$$

Il est aisé de démontrer que $[P] \cdot \frac{d}{dt} [P]^{-1} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (cf annexe)

on obtient donc :

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_h \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_h \end{bmatrix} + \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_h \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Donc finalement, on obtient pour v_d et v_q :

$$v_d = r \cdot i_d - \frac{d\theta}{dt} \Phi_q + \frac{d\Phi_d}{dt} \quad (4.7) \text{ et}$$

$$v_q = r \cdot i_q + \frac{d\theta}{dt} \Phi_d + \frac{d\Phi_q}{dt} \quad (4.8) \quad , \text{ avec} \quad \Phi_d = L_d \cdot i_d + \hat{\Phi}_r \quad \text{puisque le bobinage d est dans le sens du rotor aimanté, et} \quad \Phi_q = L_q \cdot i_q$$

Par ailleurs, on montre [7] que $L_d = L_q = L - M = L_{cy}$ (inductance cyclique de la machine synchrone, rotor à pôles lisses).

En posant $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ les expressions 4.7 et 4.8 peuvent se mettre sous la forme :

$$v_d = r \cdot i_d - \omega L_q i_q + L_d \frac{di_d}{dt} \quad (4.8) \text{ et}$$

$$v_q = r \cdot i_q + \omega L_d i_d + \omega \hat{\Phi}_r + L_q \frac{di_q}{dt} \quad (4.9)$$

Interprétation :

Ces deux expressions contiennent chacune un terme qui les rendent interdépendantes. Il s'agit du terme $-\omega L_q i_q$ pour la tension v_d , et $+\omega L_d i_d$ pour la tension v_q . Le terme $\omega \hat{\Phi}_r$ rappelle complètement la fem d'une machine à courant continu ($E = K_\phi \cdot \Omega$). Ces 3 termes ne sont pas évidents à comprendre du point de vue physique puisque dans le repère dq, il n'y a pas de rotation (figure 4.6 et 4.7). Il faut juste noter que ces termes proviennent du calcul $[P] \cdot \frac{d}{dt} [P]^{-1}$.

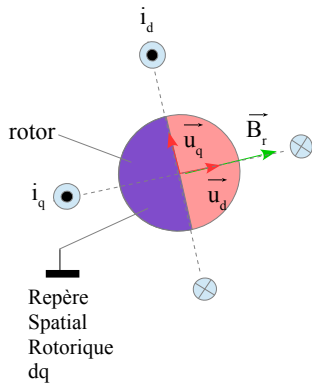


Fig 4.6 : représentation spatiale dans le repère dq

On rencontre souvent le schéma suivant pour illustrer les inductances dq, qui allège l'écriture :

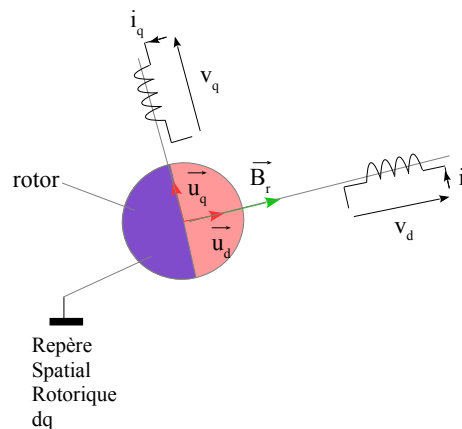


Fig 4.7 : représentation plus classique du repère dq

Calculons la puissance instantanée :

$$p(t) = v_d \cdot i_d + v_q \cdot i_q$$

$$p(t) = (r \cdot i_d - \omega L_q i_q + L_d \frac{d i_d}{dt}) i_d + (r \cdot i_q + \omega L_d i_d + \omega \hat{\Phi}_r + L_q \frac{d i_q}{dt}) i_q$$

On en déduit :

$$p(t) = \underbrace{r \cdot (i_d^2 + i_q^2)}_{(1)} + \underbrace{\omega i_d i_q (L_d - L_q)}_{(2)} + \underbrace{\omega \hat{\Phi}_r i_q}_{(3)} + \underbrace{L_d \frac{d i_d}{dt} i_d + L_q \frac{d i_q}{dt} i_q}_{(4)}$$

(1) : pertes joules,

(2) : terme qui est nul dans le cas d'une machine synchrone à pôles lisses ($L_d = L_q$),

(3) : puissance active, puissance électromagnétique tout à fait comparable avec une machine à courant continu.

(4) : partie selfique, puissance réactive

4.2.3. Modèle du moteur dans le repère dq pour une régulation

Afin de rendre les équations 4.8 et 4.9 **indépendantes**, nous allons introduire deux grandeurs, e_d et e_q telles que [3] :

$$e_d = -\omega L_q i_q \text{ et } e_q = \omega L_d i_d + \omega \hat{\Phi}_r \text{ soit encore :}$$

$$e_d = -\omega \Phi_q \text{ et } e_q = \omega \Phi_d .$$

Les équations 4.8 et 4.9 s'écrivent alors :

$$v_d = r \cdot i_d + L_d \frac{d i_d}{dt} + e_d \quad (4.10)$$

$$v_q = r \cdot i_q + L_q \frac{d i_q}{dt} + e_q \quad (4.11)$$

L'objectif maintenant est d'exprimer $i_d(p)$ et $i_q(p)$ en fonction de $v_d(p)$ et $v_q(p)$ en vue d'une régulation des deux courants dont les points d'entrées sont les tensions.

En appliquant les transformées de Laplace aux équations précédentes, on obtient :

$$v_d(p) = r \cdot i_d(p) + L_d p \cdot i_d(p) + e_d(p) \text{ et } v_q(p) = r \cdot i_q(p) + L_q p \cdot i_q(p) + e_q(p)$$

D'où l'on tire les courants :

$$i_d(p) = [v_d(p) - e_d(p)] \cdot \frac{r^{-1}}{(1 + \frac{L_d}{r} \cdot p)} \text{ et } i_q(p) = [v_q(p) - e_q(p)] \cdot \frac{r^{-1}}{(1 + \frac{L_q}{r} \cdot p)}$$

en introduisant les deux fonctions de transfert suivantes :

$$F_d(p) = \frac{r^{-1}}{(1 + \frac{L_d}{r} \cdot p)} \text{ et } F_q(p) = \frac{r^{-1}}{(1 + \frac{L_q}{r} \cdot p)} \text{ nous obtenons le schéma bloc ci-après :}$$

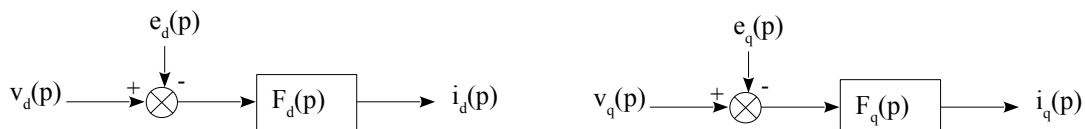
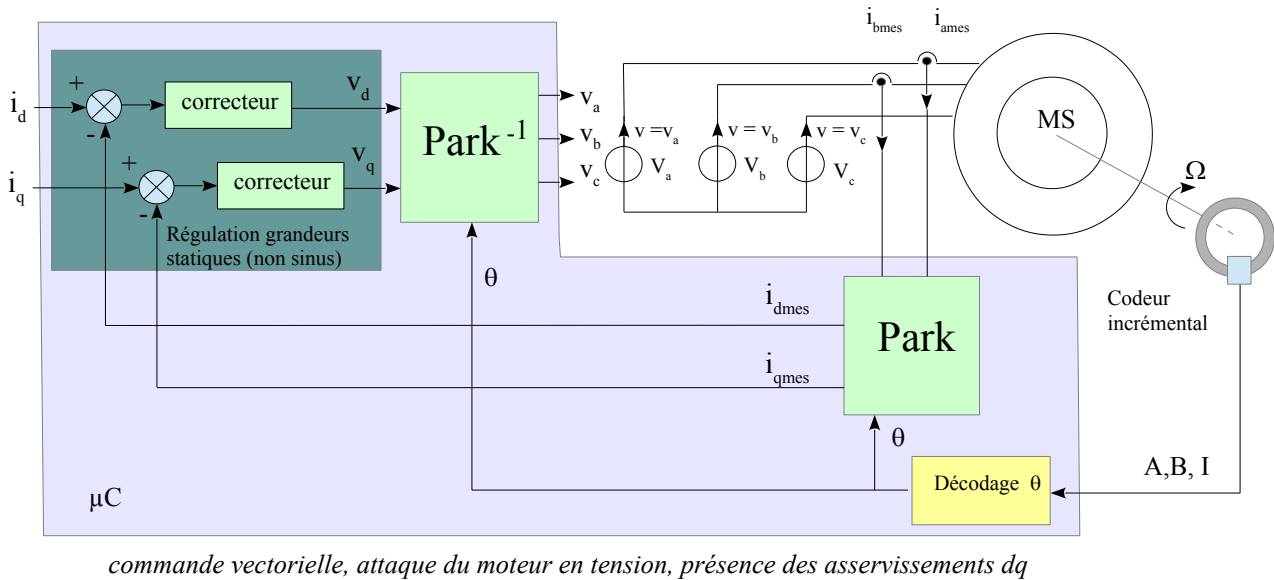


Fig 4.8: modélisation de Laplace donnant les courants i_d et i_q .

5. Régulation dans le repère dq

Maintenant que nous avons obtenu les modèles de la machine à pôles lisses, on peut mettre en place une régulation des deux courants i_d et i_q .

Rappelons le contexte donné par la figure 3.7 reproduite ci-dessous :



Il s'agit donc de réaliser les correcteurs qui élaborent v_d et v_q (région verte foncée de la figure ci-dessus).

5.1. Proposition de correction, introduction

La figure suivante montre les boucles de régulation :

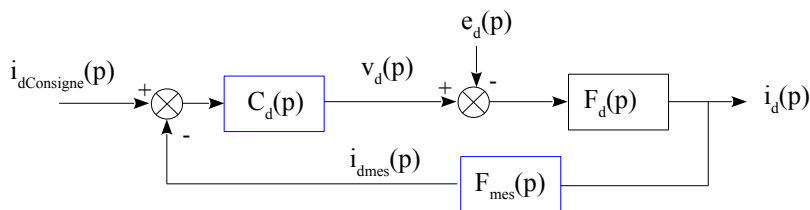


Fig 5.1: boucle de régulation du courant i_d (de même pour i_q)

La fonction de transfert $F_{mes}(p)$ représente l'ensemble de la mesure du courant. Il faut rappeler que celle-ci n'est pas triviale. En effet le filtrage se fait à deux niveaux. L'un est matériel (anti-repliement, réduction du bruit). Il se fait dans le repère triphasé abc. L'autre, optionnel, est numérique en sortie de la transformée de *Park* pour réduire encore le bruit.

On suppose ici, comme pour la machine à courant continu, que la tension e_d (resp e_q) est une perturbation lente vis à vis de la dynamique de boucle. C'est une approximation grandement simplificatrice.

La stratégie est alors assez classique : on élabore une correction du type proportionnel intégral pour obtenir une erreur nulle en régime permanent. Souvent le pôle dominant de la boucle ($p = -r/L_d$) est compensé par le zéro du PI.

----- fin provisoire -----

A faire ...

digression sur la détection synchrone : passage alpha bêta vers dq. ?? intéressant pour le filtrage ?

Attaque avec le hacheur, pb des tensions simple, tensions de neutre

5.2. Mesure de courant ??? chapitre à part

Technologie + effet *park*

<https://community.nxp.com/thread/469445>

sync pwm, shunt en bas des bras, deux mesures a et b avec deux adc.

6. Machine multipolaire

Next document :

- mettre en place un procédé de mesure de courant (hard et soft) ADC et PWM synchro, 2 ADC. Penser plus globalement le soft.
- essayer la transfo de park. Ou au moins penser sa mise en place

ANNEXE

$$[P]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}, \quad \frac{d}{dt}[P]^{-1} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\cos(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 0 \\ -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$[P] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

la somme des cosinus ou sinus déphasés de $2\pi/3$ donne 0. Donc le résultat du produit donne forcément :

$$[P] \cdot \frac{d}{dt}[P]^{-1} = \frac{2}{3} \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} x & y & 0 \\ z & t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x = -[\cos(\theta)\sin(\theta) + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})]$$

$$x = -[\frac{1}{2}\sin(2\theta) + \frac{1}{2}\sin(2\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2}\sin(2\theta + \frac{4\pi}{3})] = 0$$

$$y = -[\cos(\theta)\cos(\theta) + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\cos(\theta + \frac{2\pi}{3})]$$

$$y = -[\frac{1}{2}\cos(2\theta) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\theta + \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2}] = \frac{-3}{2}$$

$$z = [\sin(\theta)\sin(\theta) + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})]$$

$$z = [-\frac{1}{2}\cos(2\theta) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\theta + \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{2}] = \frac{3}{2}$$

$$t = +[\cos(\theta)\sin(\theta) + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})] = -x = 0 \quad \text{donc}$$

$$[P] \cdot \frac{d}{dt}[P]^{-1} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Bibliographie

- [1] M. MARTY, D.DIXNEUF, D.GARCIA GILABERT, « *Principes d'électrotechnique* », DUNOD
- [2] M. LEOPOLD SEPULCHRE, « *Pour l'optimisation de la commande des machines synchrones à aimants permanents en régime de haute vitesse pour véhicule électrique* », pdf, Thèse université de Toulouse Mars 2018
- [3] JM RETIF « *Commande vectorielle des machine asynchrone et synchrones* », pdf, INSA Lyon 2008
- [4] M. AIME « *Moteurs et commandes pour le véhicule électrique* », pdf, INSA Toulouse
- [5] N.BERNARD « *Machine synchrone : de la boucle ouverte à l'autopilotage* », pdf, ENS Cachan
- [6] formation NXP :<https://community.nxp.com/thread/464336>
- [7] Valentin GIES « *Electronique de puissance-mécatronique 3. Actionneurs : commande des machines triphasées* », pdf, SEATECH-Parcours SYSMER
- [8] https://fr.wikipedia.org/wiki/Transform%C3%A9_de_Park
- [9] T. LUBIN « *Modélisation et commande de la machine synchrone à réluctance variable : prise en compte de la saturation magnétique* », pdf, Thèse HAL, Mai 2015
- [10] G.GARCIA « *Control of synchronous motors* », INSA