

# Amortissement des circuits du second ordre dans les convertisseurs de puissance

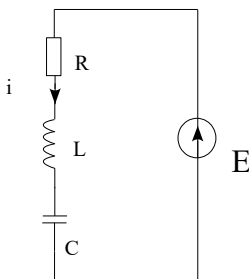
Dans les convertisseurs statiques, on rencontre très souvent des circuits d'ordre 2 (circuits RLC). On trouve par exemple des filtres en sortie d'onduleur. Lors des commutations des interrupteurs, on trouve aussi de tel circuits mais ils sont beaucoup plus difficiles à appréhender car les éléments inductifs et capacitifs proviennent des défauts des éléments (inductance série dans les composants, inductance des pistes lors du routage, condensateurs parasites dans les interrupteurs...). Ces circuits d'ordre 2 « cachés » sont à l'origine de phénomènes de résonances durables, donc de problèmes de CEM, voire de destructions de composants (dépassement de tension supportable).

Le document donne des pistes très générales pour amortir des circuits d'ordre 2.

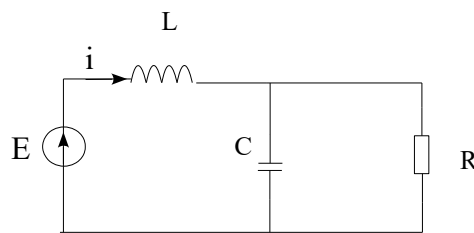
Remarque : la traduction anglaise de *amortisseur* est *snubber*, terme que l'on rencontre énormément dans les systèmes à découpage.

## Circuits classiques rencontrés

La plupart du temps, on rencontre des circuits RLC série (ouverture d'interrupteur) ou des circuits L-RC (inductance en série avec une cellule RC parallèle, cas d'un filtre LC de sortie).



**Fig 1.1a** Circuit RLC série



**Fig 1.1b** Circuit L-RC

Le document aura pour objet l'étude de ces deux circuits avec une explication détaillée des circuits d'amortissement pour les deux schémas.

# 1. Etude transitoire théorique du circuit RLC série

Dans la suite du document, nous allons nous intéresser principalement à l'amortissement des circuits, noté  $m$ , afin de prévoir le comportement transitoire rencontré dans certaines situations comme l'ouverture ou la fermeture d'interrupteurs.

Un autre exemple, toujours dans le cadre des convertisseurs statiques concerne la mise en route des convertisseurs. En effet, un *Boost* au démarrage doit faire l'objet d'un démarrage en douceur, *soft start*. Sinon un fort courant transitoire peut circuler entre l'inductance d'entrée et le condensateur de sortie qui n'est pas chargé.

Dans ce chapitre on va simplement rappeler le résultat du transitoire RLC série lorsque ce dernier est attaqué par un échelon de tension  $E$ , avec un condensateur déchargé.

La mise en équation du schéma de la figure 1.1a donne :

$$E = L \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{1}{C} \int i dt \quad (\text{eq. 1.1}), \text{ cad } L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \text{ soit encore}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0 .$$

En écrivant classiquement  $\omega_n^2 = \frac{1}{LC}$  et  $m = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ , on retrouve l'équation classique qui régit le courant dans le circuit :

$$\boxed{\frac{d^2 i}{dt^2} + 2m \omega_n \frac{di}{dt} + \omega_n^2 i = 0} \quad (\text{eq. 1.2})$$

L'étude de la tension aux bornes du condensateur se fait en modifiant l'équation 1.1 :

$$E = LC \frac{d^2 u}{dt^2} + R \cdot C \frac{du}{dt} + u \quad \text{cad} \quad \frac{E}{LC} = \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{u}{LC} \text{ soit au final :}$$

$$\boxed{\frac{d^2 u}{dt^2} + 2m \omega_n \frac{du}{dt} + \omega_n^2 u = E \omega_n^2} \quad (\text{eq. 1.3})$$

On montre que la solution de cette dernière équation est, (si  $m < 1$ ) :

$$\boxed{u(t) = E - \frac{E}{\sqrt{1-m^2}} \cdot e^{-m\omega_n t} \cos(\sqrt{1-m^2} \omega_n t + \varphi)} \quad (\text{eq. 1.4})$$

La figure ci-dessous illustre des résultats de simulation pour diverses valeurs de R, donc de m :

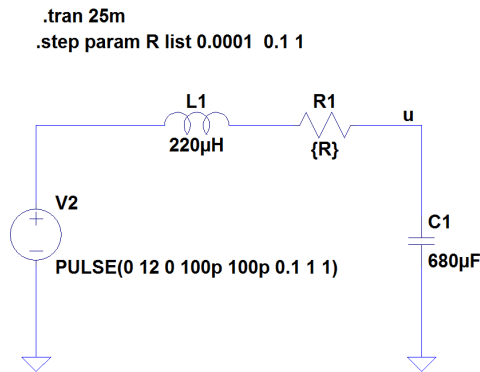


Fig 1a : schéma spice

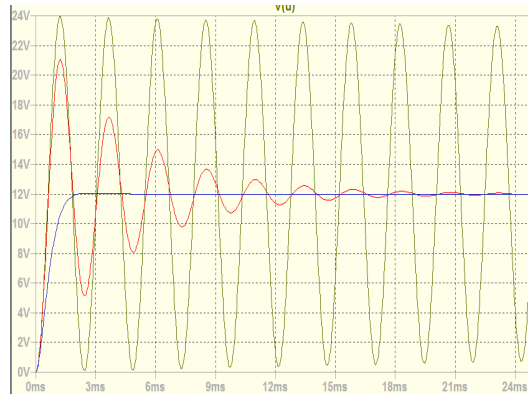


Fig 1b : tension u aux bornes du condensateur pour plusieurs amortissements

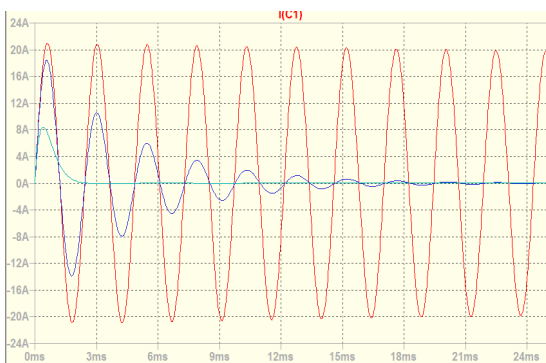


Fig 1c : courant i dans le circuit. Attention les couleurs ne correspondent pas à a figure 1.b.

On observe ici la réponse à un échelon de 12V avec :

- $R = 0.1\text{m}\Omega \rightarrow m = 88 \cdot 10^{-6}$ ,
- $R = 100\text{m}\Omega \rightarrow m = 0.088$ ,
- $R = 1\Omega \rightarrow m = 0.88$ .

**Remarque importante :** sur la figure 1b, on voit que même si l'amortissement est nul (ou quasiment), la tension ne peut, au pire, que doubler.

On trouve le courant simplement à partir de l'équation 1.4, en écrivant  $i = C \frac{dv}{dt}$  soit :

$$i(t) = \frac{-m}{\sqrt{1-m^2}} EC \omega_n \cdot e^{-m\omega_n t} \cos(\sqrt{1-m^2} \omega_n t + \varphi) + EC \omega_n \cdot e^{-m\omega_n t} \sin(\sqrt{1-m^2} \omega_n t + \varphi) ,$$

$$i(t) = EC \omega_n \cdot e^{-m\omega_n t} \left[ \sin(\sqrt{1-m^2} \omega_n t + \varphi) - \frac{m}{\sqrt{1-m^2}} \cos(\sqrt{1-m^2} \omega_n t + \varphi) \right] \quad (\text{eq. 1.5})$$

**Remarque importante :** si le circuit est très peu amorti (m proche de 0), alors le cosinus devient négligeable et on obtient :  $i(t) \approx EC \omega_n \cdot e^{-m\omega_n t} \sin(\sqrt{1-m^2} \omega_n t + \varphi)$  dont l'amplitude maximale est :

$$\hat{i} \approx EC \omega_n = E \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (\text{eq. 1.6})$$

## 2. Expression des fonctions de transfert des deux systèmes

Dans les deux cas, exprimons le courant  $i(p)$  en fonction de  $e(p)$  de manière à exprimer la fréquence de résonance et surtout le facteur d'amortissement.

### a- Circuit RLC série

En s'appuyant sur le circuit de la figure 1.1.a, on obtient la relation de Laplace qui suit :

$$(R + Lp + \frac{1}{Cp}) \cdot i(p) = e(p) \quad ,$$

soit  $(1 + RCp + LCp^2) \cdot i(p) = Cp \cdot e(p)$  , soit encore

$$\frac{i(p)}{e(p)} = \frac{Cp}{(1 + RCp + LCp^2)} \quad .$$

Le numérateur importe peu en terme de régime transitoire. On peut se reporter à l'annexe pour s'en convaincre. Intéressons nous surtout au dénominateur. La forme classique du dénominateur pour un

second ordre est :  $D(p) = (1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2})$  , on en déduit alors :

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \text{ soit } f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{et} & \text{RLC} \\ m &= \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} & \text{série} \end{aligned} \quad (1)$$

Plus la résistance est faible plus le circuit résonne.

Remarque : le circuit résonant idéal ne contient pas de résistance. C'est donc pour  $R=0$  que cet idéal sera atteint (L pure) avec une résonance infinie. Le résultat était donc prévisible.

### b- Circuit L-RC

En s'appuyant sur le circuit de la figure 1.1.b, on obtient la relation de Laplace qui suit :

$$\frac{i(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{Lp + \frac{R}{1 + RCp}} = \frac{1 + RCp}{R.L.C.p^2 + L.p + R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1 + R.C.p}{1 + \frac{L}{R}.p + L.C.p^2}$$

Par identification au dénominateur on trouve

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ soit } f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ et} \quad \mathbf{L-RC} \quad (2)$$

$$m = \frac{1}{2R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Plus la résistance est grande plus le circuit résonne.

Remarque : le circuit résonant idéal ne contient pas de résistance. C'est donc pour  $R=\infty$  que cet idéal sera atteint (C pur) avec une résonance infinie. Le résultat était donc prévisible.

### 3. Amortissement des circuits résonants

L'amortissement des circuits s'obtient en jouant sur le paramètre R. Dans le premier cas (RLC série), il faut augmenter la résistance. Or ce type de circuit se rencontre typiquement lorsqu'un interrupteur commute :

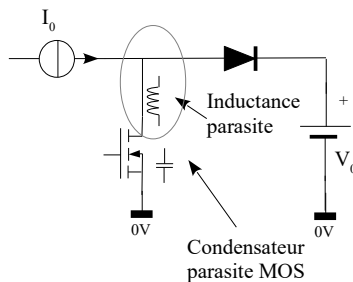


Fig 3.1 MOS en commutation

Lors de l'ouverture du MOS, le courant qui le traversait va progressivement passer dans la diode. Lorsque celle-ci est conductrice, le nœud se retrouve connecté à la source de tension. Nous voyons apparaître le circuit résonant RLC de la figure 3.2. La résistance sera constituée à minima de  $R_{dson}$  et la résistance de l'inductance.

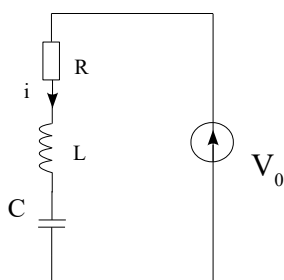


Fig 3.2a Circuit RLC à l'ouverture du MOS

Le résultat du transitoire d'un tel circuit avec les valeurs suivantes :

- $C = 200\text{pF}$  (typiquement  $C_{oss}$  d'un MOS)
- $L = 100\text{nH}$  (typiquement l'inductance parasite de piste, de composants)
- $R = 0,04\Omega$  donne aux bornes de C:

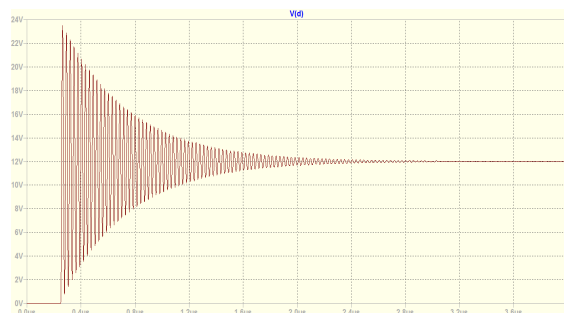
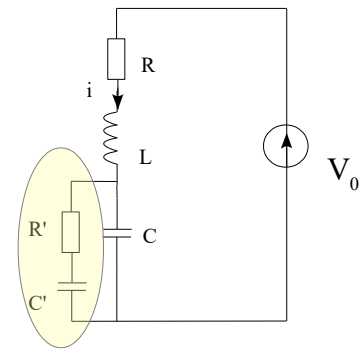


Fig 3.2b réponse transitoire à un échelon  $V_0$

Pour amortir le circuit, il faudrait donc augmenter la résistance (1). Cela n'est pas possible sous peine de sacrifier le rendement global. La solution consiste à ajouter un circuit R'C' en parallèle sur le condensateur (figure 3.3).

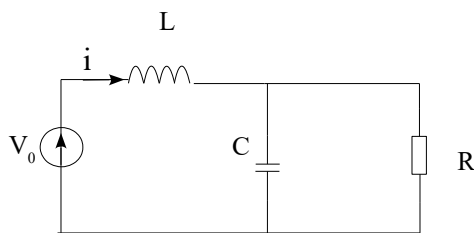
Cela empêche le courant continu de traverser R' et donc de ne pas sacrifier le rendement :

L'analyse fine est faite au chapitre 3.1.

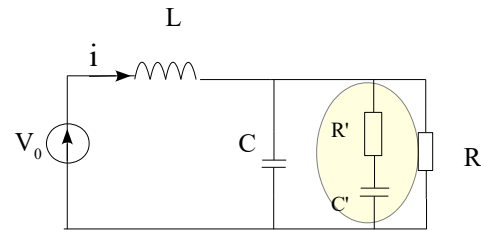


**Fig 3.3** Circuit RLC avec amortisseur RC

L'autre circuit classique est constitué par un filtre de sortie LC, par exemple en sortie de structure Buck :



**Fig 3.4** Filtre de sortie d'une structure Buck par exemple



**Fig 3.5** Filtre de sortie amorti avec un snubber

Le circuit va fortement résonner à faible charge (R élevée). Là encore, on peut agir sur l'amortissement de manière dynamique en ajoutant en parallèle sur R une résistance R' de faible valeur via un condensateur C' qui bloquera le courant continu. C' sera choisi largement plus grand que C. Le schéma de la figure 3.5 donne le schéma du filtre avec l'amortisseur R'C'.

L'analyse en détail de ce circuit est faite au chapitre 3.2.

### 3.1. Analyse en détail du circuit RLC série, amorti par un snubber

Afin de choisir les composants R' et C', il est important de bien comprendre la cellule complète de la figure 1.3. Nous allons pour cela faire des approximations sur cette cellule afin de mener des calculs assez simples, puis nous vérifierons sur le modèle complet l'impact des simplifications.

La première approximation que nous pouvons faire, c'est simplifier R en l'annulant purement et simplement. En effet, ce circuit se rencontre typiquement dans un interrupteur (MOS ou diode) et la résistance R est classiquement inférieure à 50mΩ.

Enfin, sur le schéma de la figure 1.3, on peut distinguer **deux circuits résonants**, et ce d'autant plus que les condensateurs sont très différents. A titre d'exemple, nous allons choisir les valeurs suivantes :

- C = 200pF (typiquement Coss d'un MOS)
- L = 100nH (typiquement l'inductance parasite de piste, de composants)
- C' = 47nF
- R' = ...

Nous obtenons donc deux fréquences de résonances :

- circuit LC,  $f_n = 35\text{MHz}$
- circuit LC',  $f_n = 2,3\text{MHz}$

Le circuit peut alors se décomposer en deux parties

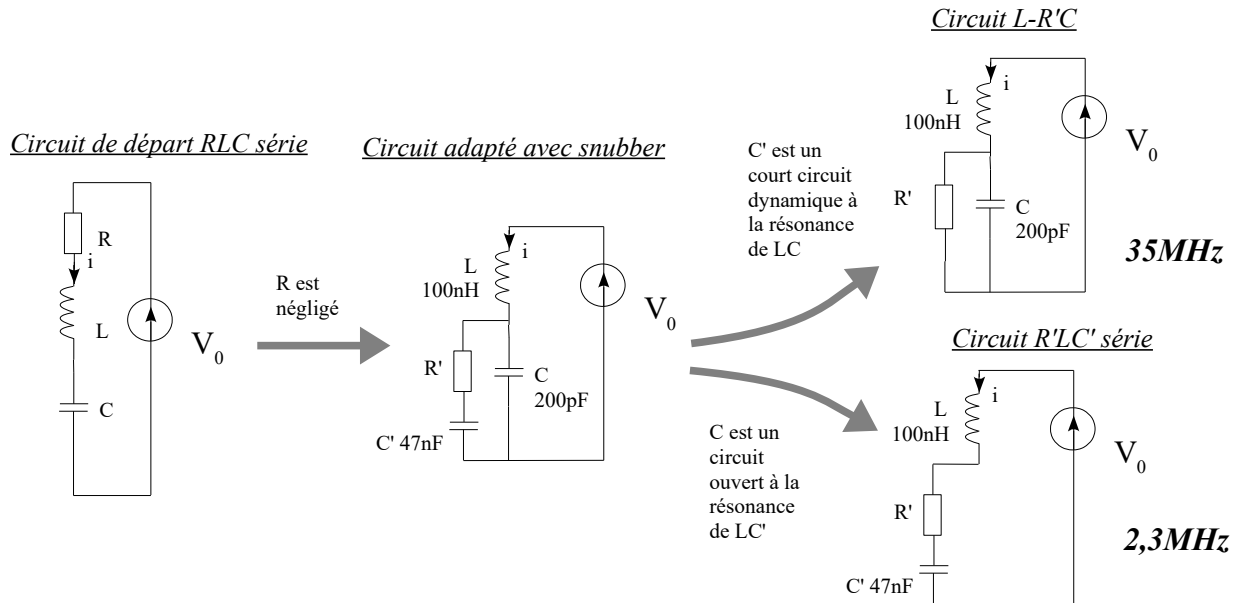


Fig 3.6 décomposition en deux circuits résonants (valable si  $C' \gg C$ )

Avant d'aller plus loin, une remarque s'impose : le circuit RLC de départ a disparu. En effet, le jeu entre L et C se fait maintenant non plus sur un format RLC série, mais sur un format L-R'C. Cela impose contrairement à une fausse première intuition, qu'il ne faut pas chercher à obtenir une résistance R' trop grande, sinon on va au contraire amener des oscillations. La résistance R' ne devra donc pas être trop grande.

Inversement, le condensateur C' amène un second phénomène de résonance, ce coup ci de type série. Cette oscillation va se faire à fréquence plus basse (vu que C' est bien plus grand que C). Mais ici, R' ne devra pas être trop petite. Sinon, le circuit va à son tour se mettre à résonner.

Un compromis est donc à trouver pour gérer l'amortissement des deux circuits.

Ci contre le schéma de simulation Spice qui permet d'obtenir le transitoire ainsi que le diagramme de Bode du circuit pour deux valeurs extrêmes de R' :  $0,5\Omega$  et  $100\Omega$ .

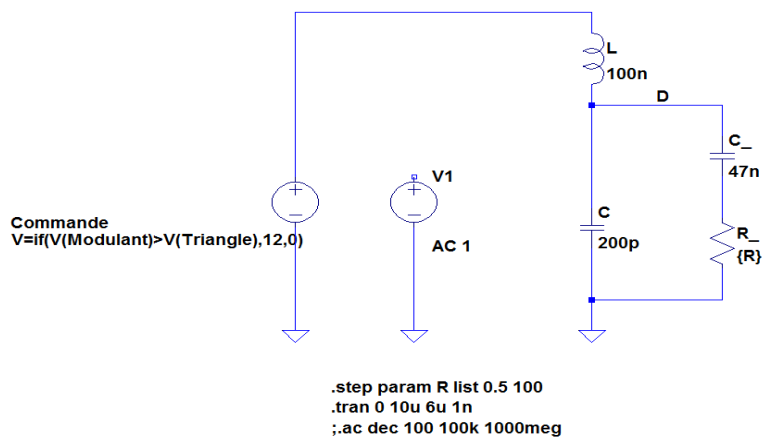
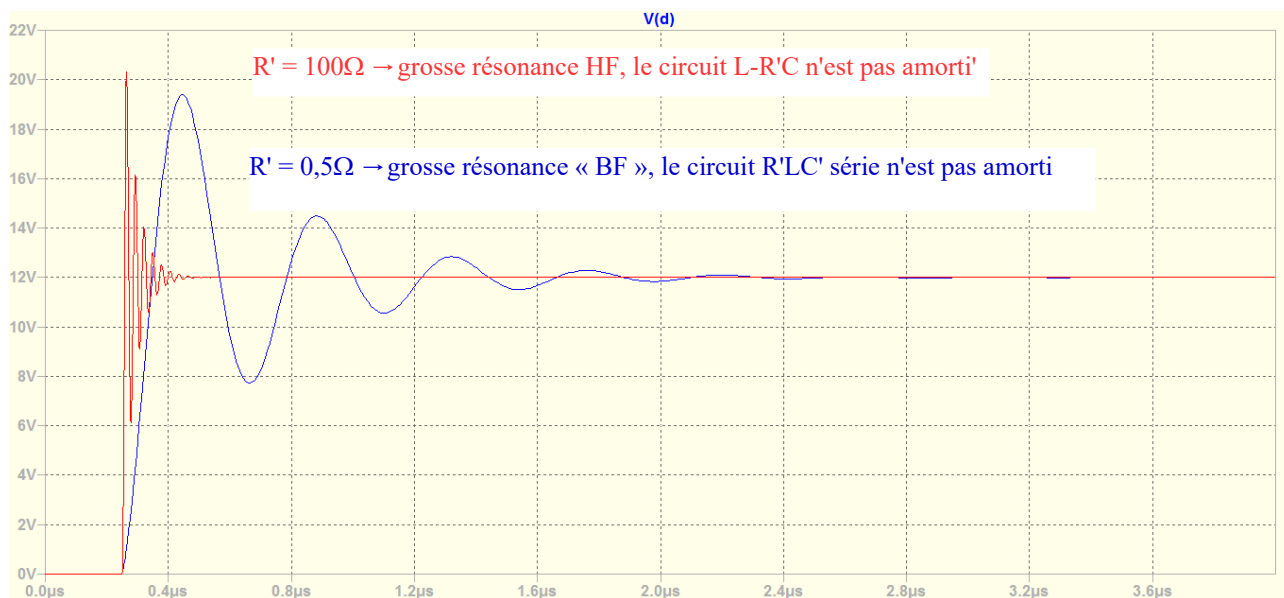


Fig 3.7 Circuit de simulation Spice

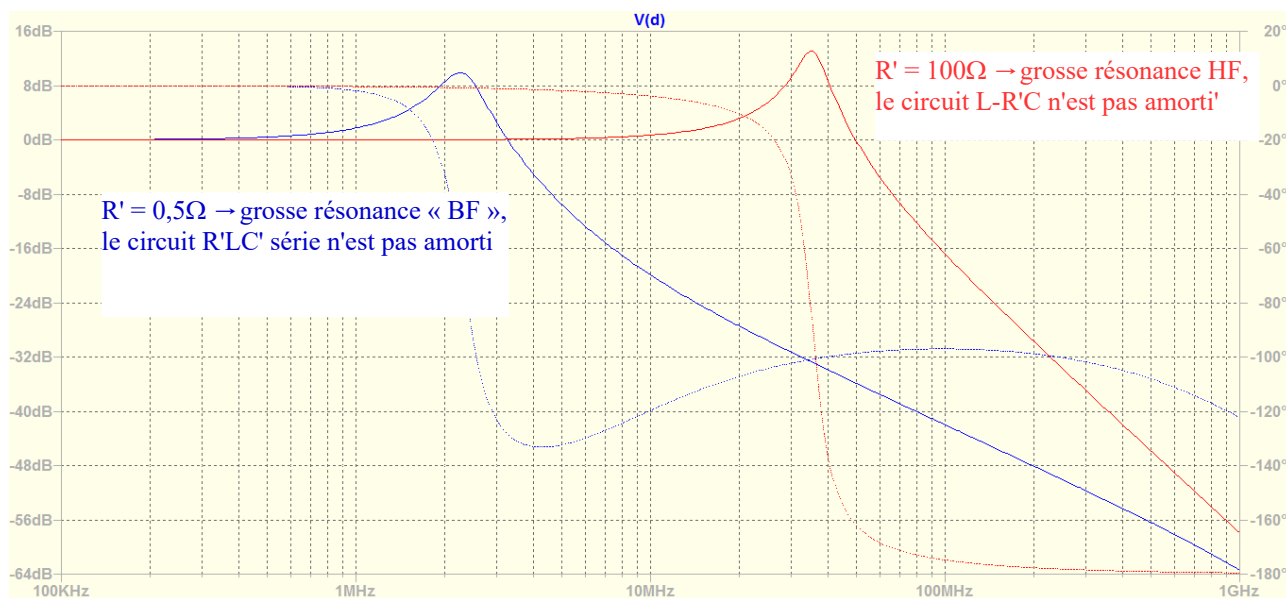
On observe ci dessous les résultats fréquentiels et transitoires :



**Fig 3.8** Résultats de simulation transitoire

- $R' = 100\Omega$  (rouge)
- $R' = 0,5\Omega$  (bleu)

Le comportement fréquentiel est donné ci dessous.



**Fig 3.9** Diagrammes de Bode

- $R' = 100\Omega$  (rouge)
- $R' = 0,5\Omega$  (bleu)



### 3.1.1. Choix de la résistance $R'$ quand $C' \gg C$

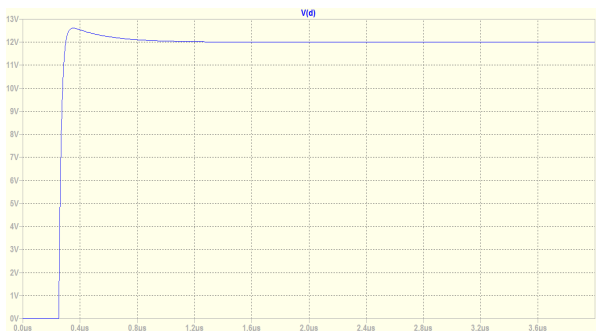
Il est assez facile de déterminer par essai erreur la valeur optimale qui permettant d'obtenir l'allure de la tension souhaitée en sortie.

On peut aussi simplement poser que les amortissements sont égaux pour les deux circuits LC. Il suffit d'écrire (1), (2) :

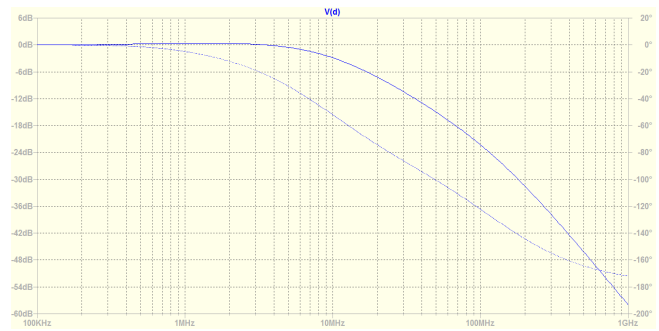
$$m = \frac{1}{2R'} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R'}{2} \cdot \sqrt{\frac{C'}{L}}, \text{ soit } R'^4 = \frac{L^2}{C \cdot C'}, \text{ cad } R' = \left( \frac{L^2}{C \cdot C'} \right)^{1/4}$$

Faisons l'application numérique dans notre cas,  $R' = \left( \frac{100\text{n}^2}{200\text{p} \cdot 47\text{n}} \right)^{1/4} = 5,71\Omega$

Voici les résultats obtenus pour cette valeur de résistance qui donne un amortissement de 2 environ :

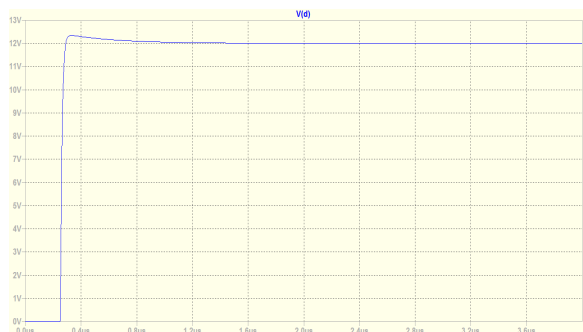


**Fig 3.10a** Transitoire pour  $R'=5,7\Omega$ .



**Fig 3.10b** réponse fréquentielle pour  $R=5,7\Omega$ .

En ajustant par essai-erreur, on peut obtenir un transitoire légèrement meilleur :



**Fig 3.11** Transitoire pour  $R' = 10\Omega$

**NB:** Une simulation a été faite en mettant  $100\text{m}\Omega$  comme résistance série  $R$  (négligée jusque là). La modification de la courbe transitoire est imperceptible. Ce qui montre bien la validité de l'hypothèse.

### 3.1.2. Choix de $C'$

Le circuit de départ RLC série, comme nous l'avons dit, se rencontre typiquement au niveau d'un interrupteur (MOS, diode) à l'ouverture du circuit. Or dans cette situation,  $C'$  ne pourra pas être choisi avec une valeur trop importante. Le choix sera probablement contraint par des problématique de période de découpage, de dissipation d'énergie entre deux commutation dans  $R'$  ...

Dans le paragraphe précédent, nous avons volontairement caricaturer la situation en choisissant  $C'$  très grand devant  $C$ . Cela permet de rendre « indépendant » les deux résonances, on considérant un condensateur ouvert, puis l'autre fermé. Cela nous permettait d'exploiter des relations bien connues du second ordre.

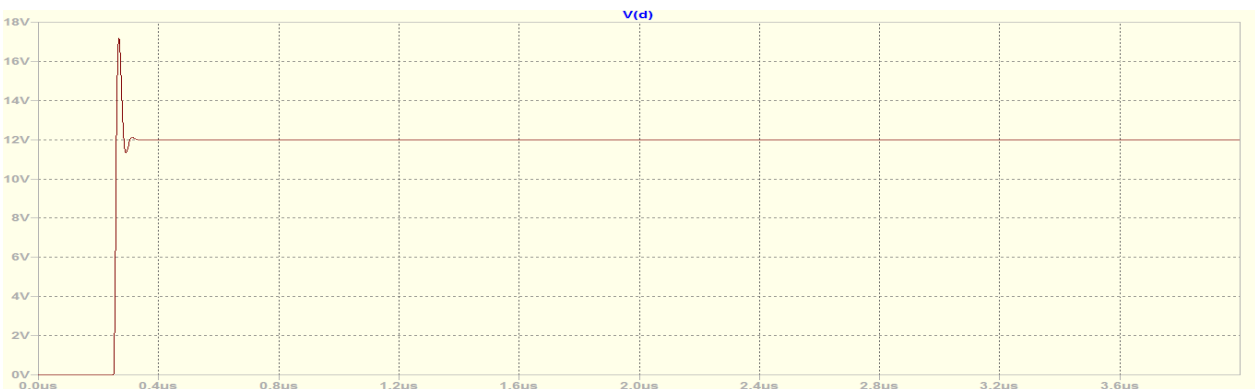
Fort de l'expérience qualitative que nous avons tirée du chapitre précédent, à savoir :

- le circuit de départ RLC est de type série, il se transforme en un série L- $R'C$  (HF) par ajout du snubber,
- la résistance  $R'$  du snubber ne doit donc pas être trop forte,
- il se crée un second circuit résonant, ce coup ci de type sérié,  $R'LC'$  (« BF » tout est relatif!),
- la résistance  $R'$  du snubber ne donc pas être trop faible,
- →  $R'$  trop grand on obtient des oscillations HF,
- →  $R'$  trop faible on obtient des oscillations « BF ».

nous allons expérimenter par simulation Spice, avec  $C'$  seulement 3 fois plus for que  $C$ .

**a-  $C' = 3C (= 600pF)$**

Avec cette valeur, des simulations transitoires ont été tentées avec à chaque fois des résistances différentes. L'optimum qui a été trouvé (dépassement et nombre d'oscillations) est pour  $R'$  aux environs de  $20\Omega$  .



**Fig 3.12** Transitoire pour  $R' = 20\Omega$

Il est donc impossible de faire mieux avec  $C'$  aussi faible. Ceci étant, si l'on compare à la figure 3.2b, la situation s'est clairement améliorée.

**b- Choix de C' moins arbitraire**

Si  $C' \gg C$ , il n'y a aucun soucis pour déterminer  $R'$  (voir 3.1.1). Si  $C'$  est proche de  $C$ , on voit qu'on peut trouver  $R'$  de manière empirique, mais on arrivera à une limite au niveau de la résonance.

Pour contourner l'obstacle, on pourrait essayer d'appliquer les concepts adaptés au cas  $C' \gg C$  et déterminer finement le rapport  $C'/C$  qui permettrait par exemple d'obtenir  $m = 0,707$  correspondant à un très léger overshoot.

Le résultat pratique serait probablement différent des calculs mais il serait intéressant de voir à quel point les résultats divergent.

Si l'on reprend la formule  $m = \frac{1}{2R'} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{R'}{2} \cdot \sqrt{\frac{C'}{L}}$  qui donne égalité entre les deux circuits résonants « indépendants », nous trouvons  $R' = \left(\frac{L^2}{C \cdot C'}\right)^{1/4}$ .

On en déduit l'amortissement :

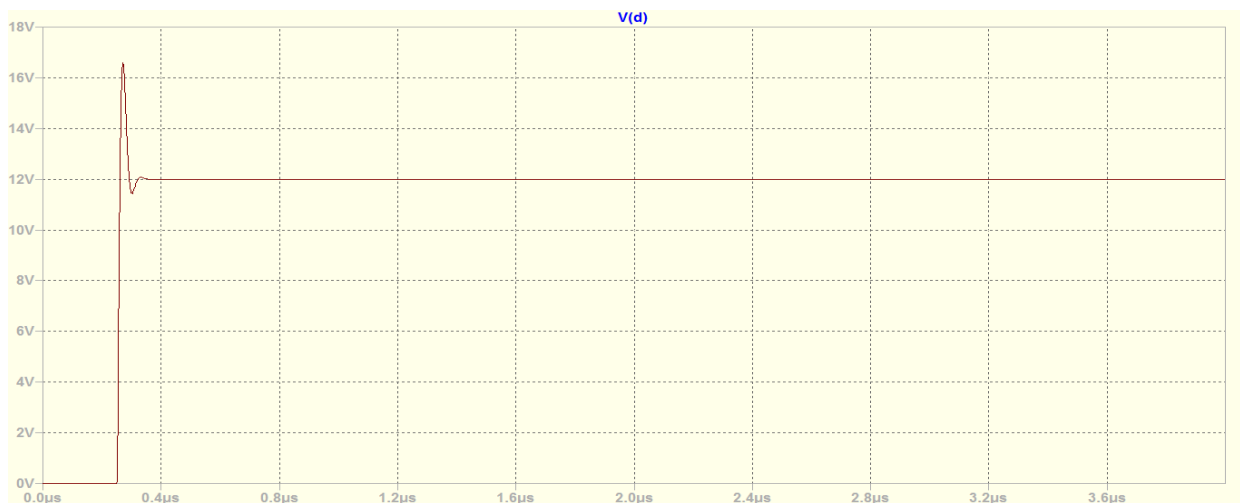
$$m = \frac{\left(\frac{L^2}{C \cdot C'}\right)^{1/4}}{2} \cdot \left(\frac{C'}{L}\right)^{1/2} = \frac{C'^{1/4}}{2 \cdot C^{1/4}}$$

en notant  $C' = k \cdot C$ , on obtient  $m = \frac{1}{2} \cdot k^{1/4}$  et  $R' = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot k^{-1/4}$

Ainsi, on trouve  $k = (2m)^4$ . Pour  $m = 0,707$ , on trouve  $k = 4$ .

On obtient donc dans notre cas  $C' = 800\text{pF}$ . La résistance vaudrait donc  $16\Omega$ .

Voici le transitoire obtenu :



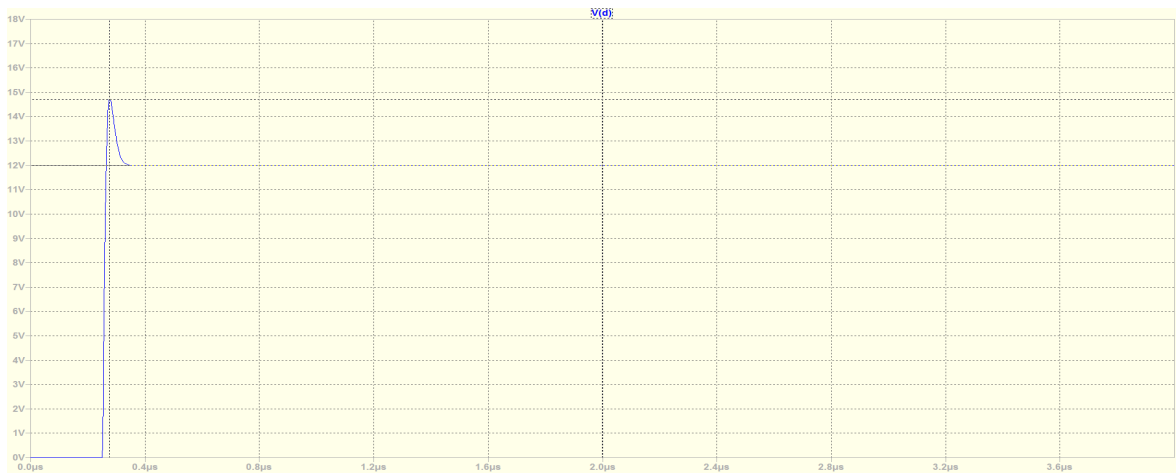
**Fig 3.13** Transitoire pour  $R' = 16\Omega$ ,  $C' = 800\text{pF}$

**Conclusion :** la méthode proposée ne fonctionne pas bien. En effet, si l'on pouvait s'autoriser à penser deux circuits résonants distincts, ceux ci auraient pour fréquences de résonance (après calcul) de 1,8MHz et 3,6 MHz ce qui est bien trop proche pour pouvoir effectivement obtenir une bonne approximation.

Par contre, la résistance de  $16\Omega$  déterminée par calcul est relativement bien calculée, elle correspond à peu de choses à l'optimum.

**Prenons  $K=10$** , ce qui devrait améliorer les choses (amortissement meilleur et éloignement des fréquences propres) :

On obtient  $C' = 2nF$ ,  $R'=12,5\Omega$ .



**Fig 3.14** Transitoire pour  $R' = 12,5\Omega$ ,  $C' = 2nF$

La situation s'est un peu améliorée, mais on toujours le léger dépassement. Encore une fois, si l'on compare ce tracé à celui de la figure 3.2b, on constate l'amélioration.

### 3.1.3. Conclusion sur le dimensionnement du snubber

Pour un circuit RLC série, typiquement rencontré au niveau d'un MOS ou d'une diode à la commutation, le moyen d'amortir les oscillations propres est d'ajouter un amortisseur (snubber)  $R'C'$  en parallèle du C.

Ce faisant, et en considérant que  $C' \gg C$ , on peut dégager deux circuits résonants dont les fréquences sont assez proches, dont les amortissements sont antagonistes vis à vis de  $R'$ . Un compromis est à trouver.

En supposant que  $C' = k.C$  avec  $k \gg 1$ , on peut faire une analyse simple qui conduit à :

$$R' = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot k^{-\frac{1}{4}}$$

Cette relation conduit à une valeur proche de l'optimum, même si  $k$  n'est pas très grand devant 1. Enfin, pour annuler complètement le dépassement lors de la résonance, il est nécessaire d'avoir une valeur de  $k$  très grande, 100 typiquement. Ce qui fait que le dépassement ne peut pas être totalement annulé. Par contre le nombre de période peut être facilement réduit (1 à 2 périodes) pour une valeur petite de  $k$ , 4 typiquement.