

Théorie du convertisseur Boost en mode courant

Résumé :

Ce document présente la théorie à maîtriser pour pouvoir réaliser un convertisseur Boost. Le fil conducteur est l'utilisation d'un contrôleur intégré, le NCV8871, qui fonctionne en mode courant.

Le document part de zéro. Il démarre avec l'analyse fondamentale du Boost en régime permanent. Il aborde ensuite la modélisation du convertisseur qui est non linéaire. L'hypothèse retenue dans le document est celle d'un rapport cyclique moyen qui évolue peu. Le modèle petit signal est utilisé. Enfin la régulation en mode courant est présentée avec le calcul d'un correcteur pour le circuit NCV8871.

Ce document dont la compréhension est indispensable ne permet pas une mise en œuvre pure et simple du convertisseur. Il existe plusieurs niveaux de difficultés à prendre en compte. Pour arriver à une solution technique convenable, il faudra :

- analyser les pertes dans le système,
- travailler sur le routage du circuit qui est absolument **fondamental** si l'on veut un bon fonctionnement,
- étudier les circuits snubber.

Plusieurs autres documents sont donc complémentaires et à lire:

« Amortissement_Ordre_2.pdf » :

Il traite des circuits RLC parasite typiques rencontrés dans les cellules de commutation. Il permet de comprendre comment amortir tel ou tel circuit.

« Snubber.pdf » :

explique le rôle de ces circuits « amortisseur ». Ils aident à la commutation mais surtout améliorent le rayonnement CEM. Comment les dimensionner. Il s'appuie sur le document cité ci-dessus, mais contextualisé à la cellule de commutation.

« Dimensionnement_Boost_200W.pdf » :

Dans ce document, on présente le dimensionnement complet du Boost avec le NCV8871 avec toutes les approches, de la plus basique, à la plus compliquée (éléments parasites, snubber). Les résultats et pistes d'amélioration sont présentées.

Table des matières

1. Le boost, théorie en régime permanent, mode continu.....	3
1.1. Etude en régime permanent, conduction continue.....	3
1.2. Exemple de dimensionnement.....	5
1.3. Dimensionnement des composants.....	5
1.4. Résultat de simulation en régime permanent, conduction continue.....	6
1.5. Les subtilités de dimensionnement.....	8
2. Modélisation du boost en mode continu.....	9
2.1. Concept de valeur moyenne glissante.....	9
2.2. Modèle du boost en conduction continue, commande en tension.....	10
2.3. Analyse de résultats de simulation (conduction continue).....	11
2.4. Prise en compte de l'ESR dans le modèle dynamique	13
2.5. Conclusion sur la correction.....	13
3. Régulation en mode courant	14
3.1. Introduction	14
3.2. Modélisation du boost lors de la commande en courant.....	15
3.2.1. A - Moyennage des interrupteurs autour du point de repos.....	16
3.2.2. B – linéarisation du circuit.....	17
3.2.3. C – linéarisation dynamique du circuit.....	18
3.2.4. D – Détermination des fonctions de transfert du circuit.....	18
3.3. Schéma-bloc du système.....	22
3.3.1. Expression de $G(p)$, le système à commander (boost en mode courant).....	23
3.4. Dimensionnement du Boost du point de vue automatique	24
3.4.1. Stratégie de correction.....	24
3.4.2. Détermination du correcteur PI par la compensation du pôle dominant.....	25
3.4.3. Robustesse aux charges différentes du nominal.....	25

T.Rocacher

1. Le boost, théorie en régime permanent, mode continu

Le convertisseur statique DC-DC Boost, survolteur est constitué de 4 éléments de puissances qui sont : une inductance de forte valeur en courant, un condensateur capable de tenir une tension suffisante mais aussi de tenir un courant efficace très important comme nous allons le voir, une interrupteur commandé et une diode.

Le principe consiste à charger l'inductance en énergie pendant un temps (interrupteur fermé), puis de transmettre cette énergie au condensateur de sortie et à la charge via la diode. Durant la phase où l'inductance emmagasine de l'énergie, son courant va avoir augmenté d'une valeur ΔI . Inversement, lors de la décharge dans le condensateur, le courant va diminuer dans les mêmes proportions. Si ce courant est encore non nul en fin de transfert d'énergie, on parlera de **conduction continue**. Si le courant s'annule avant la fin du transfert, on est en **conduction discontinue**. Dans le document, on étudie uniquement la conduction continue.

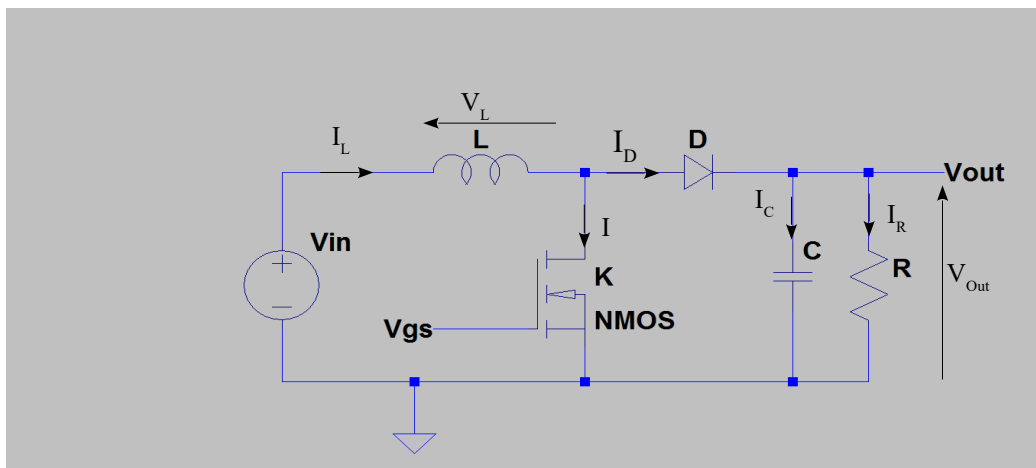
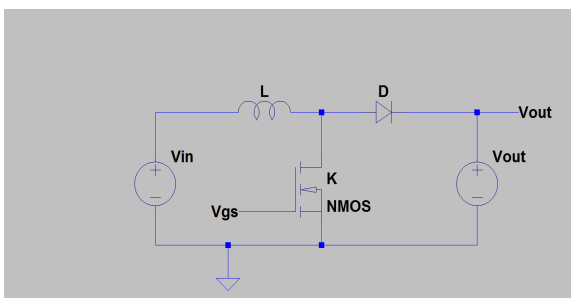


Fig 1.1 : Architecture de puissance du Boost

1.1. Etude en régime permanent, conduction continue

Les éléments sont considérés parfaits, on suppose $\alpha = 0,4$.

Le circuit d'entrée :



Hypothèse :

Vout ondule très peu. Elle est considérée continue, on la remplace par une source de tension continue.

Fig 1.2 Schéma simplifié du Boost

Chronogrammes d'entrée

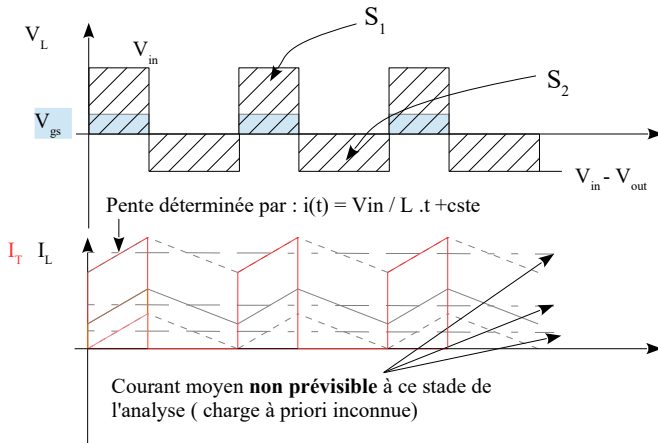


Fig 1.3a : formes d'onde idéale, α moyen

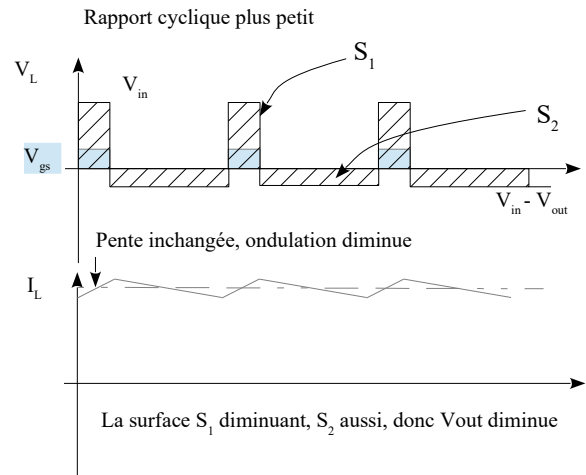


Fig 1.3b : formes d'onde idéale, α moyen

En régime permanent, et en conduction continue, les chronogrammes précédents permettent d'exprimer la tension de sortie, sous réserve que l'on considère cette dernière constante. Il suffit d'écrire la relation $S_1 = S_2$ qui garantit que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle :

$$\alpha T \cdot V_{in} + (1-\alpha) \cdot T \cdot (V_{in} - V_{out}) = 0 \quad \text{soit} \quad (1-\alpha) \cdot V_{out} = V_{in} \quad \text{soit}$$

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{1-\alpha} \quad (\text{éq. 1.1})$$

Le circuit de sortie :

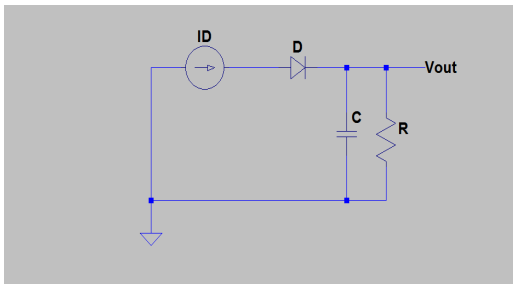


Fig 1.4 : Le circuit de sortie simplifié

L'ensemble V_{in} , L et K se comporte globalement comme une source de courant I_D . Sur la durée t_{off} , ce courant est une impulsion égale au courant I_L . Sur t_{on} , le courant I_D est nul puisque I_L est dérivé dans le MOS. Le courant dans l'ensemble C-R est donc **pulsé**. Cela implique un fort courant RMS dans le condensateur.

Chronogrammes de sortie

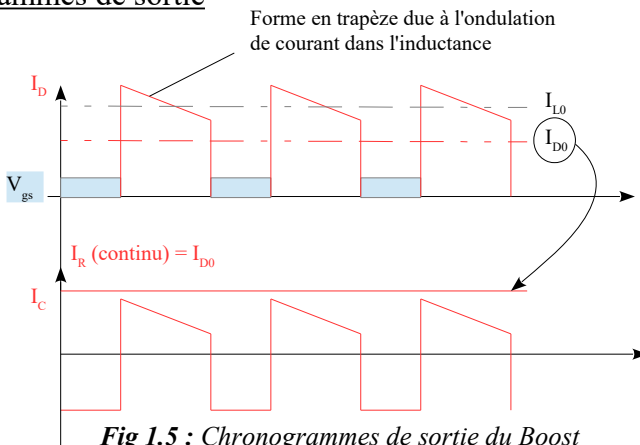


Fig 1.5 : Chronogrammes de sortie du Boost

La valeur moyenne du courant dans le condensateur est nulle (régime permanent).

Hypothèse :

V_{out} ondule très peu.

Sur t_{on} , $I_D = 0$, soit $I_R = -I_C$

Sur t_{off} , $I_R = I_D - I_C = I_{D0}$

1.2. Exemple de dimensionnement

Batterie 24V, découpage à 100kHz.

La puissance transmise sera de 250W.

Entrée :

Courant moyen de la batterie (au rendement près) : 10,5A.

$V_{in} = 24V$

Sortie :

On vise en sortie 41V

Courant moyen $250/42 = 6A$

1.3. Dimensionnement des composants

Tension de sortie moyenne :

$$V_s = V_{in} \cdot \frac{1}{1-\alpha} \quad \text{soit} \quad (1-\alpha) = \frac{V_{in}}{V_s} \quad \text{donc} \quad \alpha = 1 - \frac{V_{in}}{V_s} = 1 - 24/41 = 0,42$$

Ondulation maximale :

0,5A , $f = 100kHz$, $\alpha = 0,42$

$$I(t_{on}) = V_{in} \cdot \frac{t_{on}}{L} \quad , \quad I_{Max} = V_{in} \cdot \frac{\alpha \cdot T}{L} = \frac{\alpha \cdot V_{in}}{L \cdot f} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{\alpha \cdot V_{in}}{I_{Max} \cdot f} = \frac{0,42 \cdot 24}{0,5 \cdot 100 \cdot k} = 200\mu H$$

Condensateur : on veut 1 V d'ondulation.

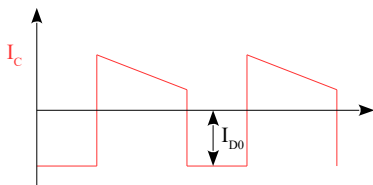


Fig 1.6 : Courant dans le condensateur de sortie

La détermination de l'ondulation se fait de 0 à αT , c'est le plus simple.

$$v_c = \frac{1}{C} \cdot \int i_c(t) \cdot dt = v_{cMax} - \frac{1}{C} I_{D0} \cdot t \quad \text{A pleine puissance (P = 250W), } I_{ch0} = I_{D0} = 6A.$$

Si on veut limiter la variation à 1V, la capacité vaudra (rapport cyclique de 0,42) :

$$C = \frac{I_{D0} \cdot \alpha \cdot T}{\Delta V_c} = \frac{I_{D0} \cdot \alpha}{\Delta V_c \cdot F} = \frac{6 \cdot 0,42}{100k \cdot 1} = 25\mu F \quad .$$

1.4. Résultat de simulation en régime permanent, conduction continue

La charge vaut $6,6\Omega$ pour obtenir 250W.

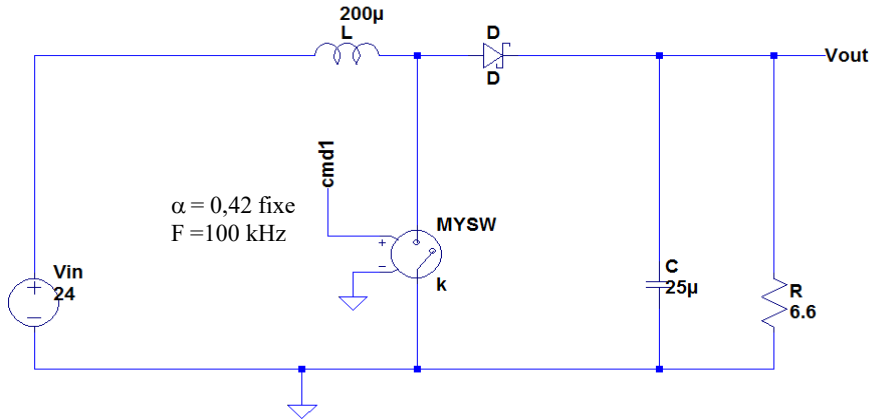


Fig 1.7

Signaux d'entrée :



Fig 1.8 allure des signaux d'entrée

Les formes sont conformes à la figure 1.3. L'ondulation de courant mesurée est de 484 mA (500mA visé). La différence se situe au niveau de la tension aux bornes de l'inductance (courbe rouge) au niveau de la tension négative. Cela traduit le fait que la tension de sortie n'est pas tout à fait constante. Cette non constance est soulignée justement lors du dimensionnement du condensateur.

Signaux de sortie :



Fig 1.9 allures des signaux de sortie

Là encore les figure 1.5a et b sont respectées, la valeur de 6A est conforme. Le seul écart avec les figures théoriques est la forme du courant négatif de i_C . Il n'est pas constant. Là encore, l'ondulation résiduelle de tension sur le condensateur est responsable de cela.

Observons la tension de sortie :

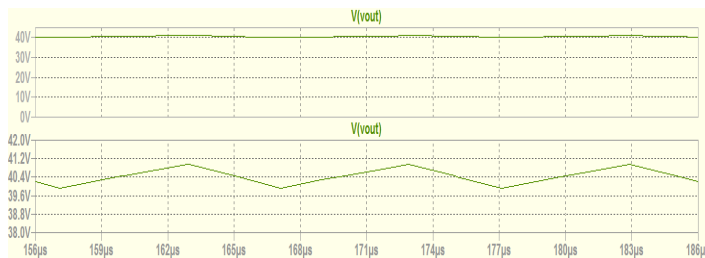


Fig 1.10 ondulation de la tension de sortie

On constate que la tension est quasi continue, comme prévue par l'hypothèse, et surtout, comme le calcul du condensateur le prédisait.

En zoomant, on observe une ondulation de 1V (comme prévu avec $25\mu\text{F}$), soit 2,5% d'ondulation.

Cet écart se retrouve sur la figure 1.9 au niveau de I_R (loi d'Ohm). C'est cette ondulation que l'on retrouve aussi sur la tension d'inductance (figure 1.8) avec une impression d'amplification du phénomène. En effet, la tension (en valeur absolue) aux bornes de l'inductance vaut $V_{out} - V_{in}$ lors de l'état off. L'ondulation relative augmente donc puisque la moyenne est descendue de 24V (V_{in}).

1.5. Les subtilités de dimensionnement

La valeur de l'inductance s'obtient à partir de la donnée d'une ondulation, d'une fréquence de découpage et d'un rapport cyclique.

Ce calcul s'appuie sur des chronogrammes **simplifiés**. La simplification repose sur l'hypothèse que la tension de sortie est constante.

L'inductance étant obtenue, on est capable de tracer le courant de diode. Le courant dans le condensateur s'obtient en écrivant que le courant de diode se sépare en un **courant à valeur moyenne nulle** (celui du condensateur) et un courant étant égal à la valeur moyenne du courant.

Ayant la forme simplifiée du courant (elle supposait $V_s = \text{cste}$), on peut déterminer C en s'imposant une ondulation de tension. Cette dernière sera prise à 5% maximum typiquement de manière à confirmer l'hypothèse de départ.

Une fois le condensateur déterminé, on retrouve la réalité des courbes, très proche des courbes théoriques.

2. Modélisation du boost en mode continu

2.1. Concept de valeur moyenne glissante

Afin d'asservir l'étage boost, il nous faut établir un modèle dynamique continu à partir des signaux découpés. Cela constitue inévitablement une approximation qui est valable dans notre cas car la période de découpage est bien inférieure aux constantes de temps des éléments de stockage du convertisseur.

Notation proposée [1] : $i(t) = \langle i \rangle_T(t) + i_{HF}(t)$, où

- $\langle i \rangle_T(t)$ est la moyenne glissante sur une période de découpage,

$$\langle i \rangle_T(t) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} i(\tau) \cdot d\tau$$

- $i_{HF}(t)$ est la partie fluctuante HF qui est égale à $i(t)$ auquel on a enlevé la moyenne sur T, donc nécessairement à valeur moyenne nulle.

Graphiquement :

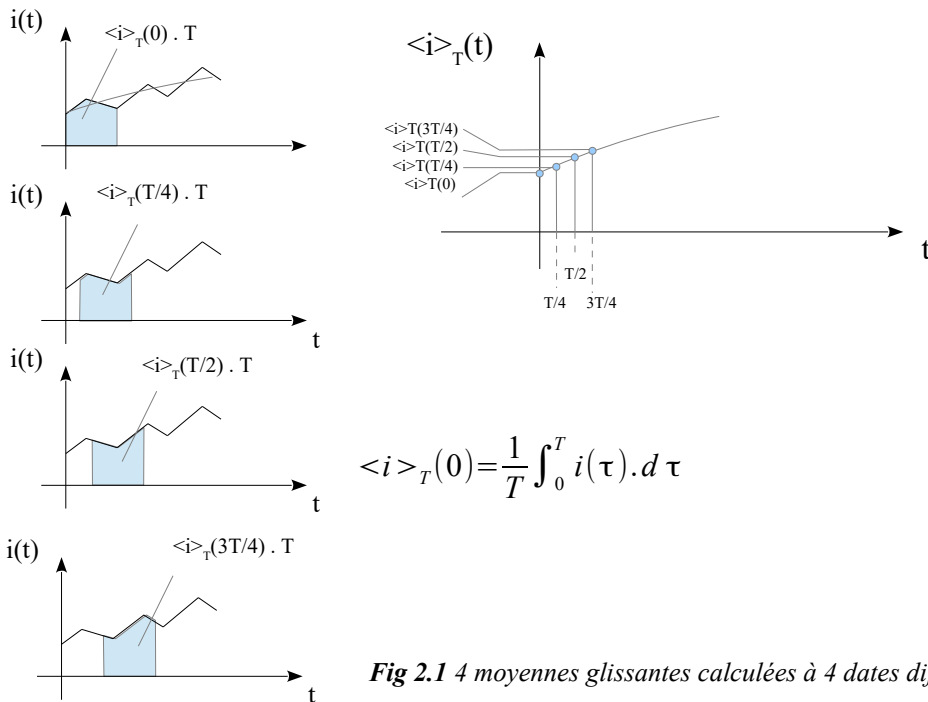


Fig 2.1 4 moyennes glissantes calculées à 4 dates différentes

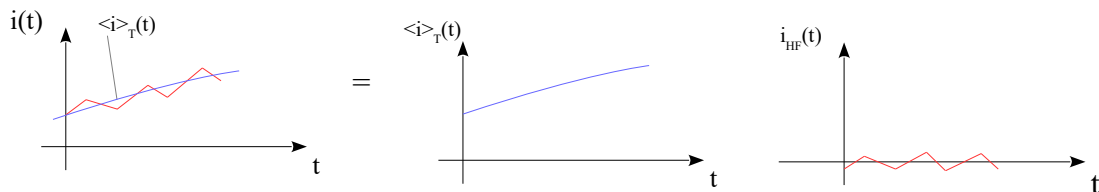


Fig 2.2 décomposition d'une grandeur découpée en une composante à valeur moyenne glissante et une composante HF

Les développements qui vont suivre ne feront intervenir que les grandeurs à valeur moyenne glissante.

2.2. Modèle du boost en conduction continue, commande en tension

Une méthode d'obtention du modèle aux valeurs moyennes de l'étage boost en continue est donné dans [1]. La méthode consiste à travailler sur une représentation d'état puis en l'obtention du modèle dynamique en p à partir du modèle. En résumé :

- **choix de la variable d'état** : le courant dans la bobine ainsi que la tension aux bornes du condensateur car ce sont des variables continues (représentative des énergies stockées),
- **choix de la commande $u(t)$** : 1 traduit l'interrupteur fermé. 0, l'interrupteur est ouvert,
- **écriture des représentations d'état pour $u(t) = 1$ et pour $u(t) = 0$,**
- **obtention du modèle d'état moyen** : fusion des modèles précédents,
- **détermination du point de repos** : $x(t) = X_0$, autour du point de repos α_0 ,
- **linéarisation de la représentation d'états** autour du point de repos X_0 : dans le cas du boost, on montre [1] que la matrice A dépend de la commande $u(t)$. Ils faut donc linéariser l'équation pour rendre $u(t)$ et $x(t)$ indépendant dans la représentation. Ceci n'est valable bien entendu que pour de petites variations de $u(t)$ et $x(t)$,
- **Détermination des fonctions de transfert.**

Tout ce travail de modélisation conduit à la fonction de transfert suivante pour ce qui est de la tension de sortie :

$$\frac{\tilde{v}_s(p)}{\tilde{\alpha}(p)} = \frac{V_{in}}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{1 - \frac{L}{R} \cdot p}{1 + \frac{L}{R} \cdot p + L \cdot C \cdot p^2} \quad (\text{éq. 2.1})$$

avec :

- $\tilde{v}_s(t)$: variation petit signal de la tension moyennée glissante de $v_s(t)$ autour de sa moyenne v_{s0} ,
- $\tilde{\alpha}(t)$: variation du rapport cyclique autour de sa valeur moyenne α_0 ,
- \underline{L} inductance effective, qui dépend de α , $\underline{L} = \frac{L}{(1-\alpha)^2}$,
- C condensateur de sortie,
- R résistance de charge.

Remarques :

- le boost est en régime continu,
- la résistivité ESR du condensateur n'est pas pris en compte (Equivalent Serie Resistor).

Le système du second ordre (dénominateur) possède les caractéristiques suivantes :

$$\frac{\tilde{v}_s(p)}{\tilde{\alpha}(p)} = \frac{V_{in}}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{1 - \frac{L}{R} \cdot p}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}} \quad \text{avec} \quad \omega_n = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{et} \quad m = \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

2.3. Analyse de résultats de simulation (conduction continue)

Les résultats d'analyse suivants sont obtenus sur *Ltspice* à partir du schéma de la figure 1.7. Le rapport cyclique évolue de manière carrée, entre $\alpha = 0,4$ et $\alpha = 0,6$. On observe donc ci-dessous la commande et les deux variables d'état.



Fig 2.3 Evolution du rapport cyclique, de la tension de sortie et du courant dans l'inductance.

Observations :

La tension de sortie évolue au départ en sens inverse de la consigne au départ

L'explication physique du phénomène provient du changement brutal de rapport cyclique et du fait que les circuits L et C sont séparés.

En effet, imaginons un régime permanent établi : le temps de mise en conduction, αT , correspond à la charge de l'inductance. Pendant ce même temps, le condensateur se décharge dans la résistance (i_c négatif et à peu près constant, voir fig 1.5b et 1.9). Pendant le temps de blocage, c'est l'inverse,

l'inductance se décharge et le condensateur reprend de la charge. Tout ceci se fait dans un équilibre tel que le courant moyen dans le condensateur et la tension moyenne de l'inductance sont nuls.

Lorsque le rapport cyclique augmente (dans notre cas +20%), l'inductance se charge davantage (le courant moyen de l'inductance augmente). Par contre le temps de décharge du condensateur a augmenté de 20% lui aussi. La tension de sortie ne peut que baisser.

Lors de la phase de blocage, un courant plus important va traverser le condensateur, mais pas suffisamment dans l'immédiat pour contre-balancer la perte de tension.

Globalement la tension de sortie va continuer à diminuer tant que la valeur moyenne du courant dans le condensateur n'est pas remontée à 0.

La figure suivante, qui est un zoom au niveau de la transition de α qui passe de 40% à 60%, montre le détail des évolutions des grandeurs qui sont impactées.

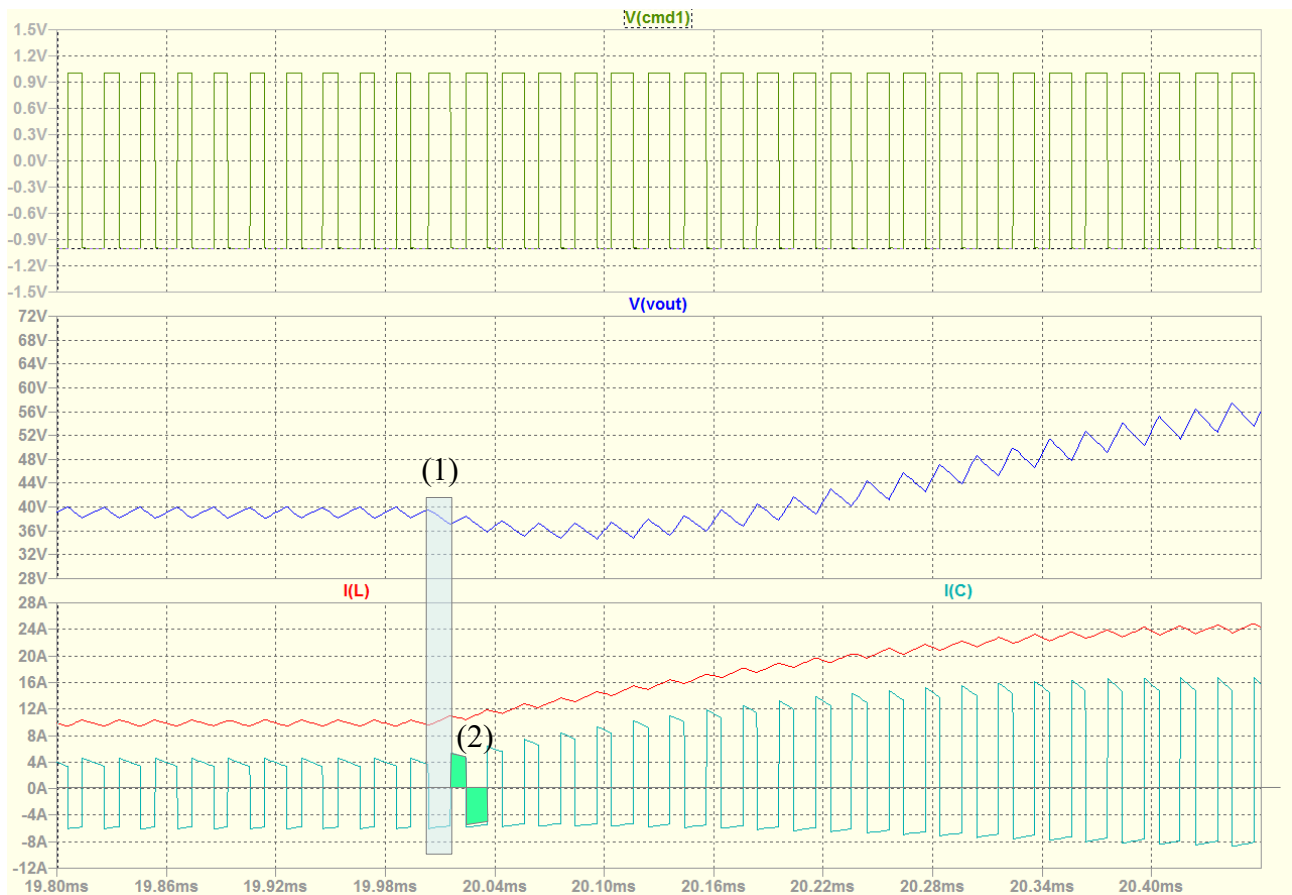


Fig 2.4 Zoom : évolution du rapport cyclique, de la tension de sortie, du courant dans l'inductance et du courant dans le condensateur

- (1) : première durée au cours de laquelle le temps de décharge du condensateur s'allonge
- (2) : même après un courant de charge plus élevé, la période suivante montre une moyenne du courant dans le condensateur négative → la tension de sortie continue de baisser.

Du point de vue automatique, la présence du zéro positif explique cette évolution particulière.

Présence d'ondulations caractéristiques d'un second ordre

La figure 2.3 montre une réponse typique du second ordre au niveau des fronts, mais asymétrique selon que le front est montant et descendant. La pulsation est également différente. Cela s'explique simplement par les équations données en §2.2 qui montrent que l'amortissement et la pulsation propre sont fonction du rapport cyclique (à cause de \underline{L} qui vaut $\frac{L}{(1-\alpha)^2}$)

$L = 200\mu\text{H}$; $C = 25\mu\text{F}$; $R = 6,6 \Omega$.

- Le rapport cyclique de repos à l'état le plus bas est $\alpha = 0,4$.
 $\underline{L} = 238\mu\text{H}$; $f_n = 2,06 \text{ kHz}$; $m = 0,23$
- Le rapport cyclique de repos à l'état le plus haut est $\alpha = 0,6$.
 $\underline{L} = 312\mu\text{H}$; $f_n = 1,8 \text{ kHz}$; $m = 0,26$

Ainsi, au front montant, le transitoire devrait aller vers plus d'amortissement car il va en augmentant. Inversement, lors du front descendant, l'amortissement va en diminuant, donc vers plus d'oscillations de la tension de sortie.

2.4. Prise en compte de l'ESR dans le modèle dynamique

Si la résistance ESR est prise en compte, on obtient [2] :

$$\frac{\tilde{v}_s(p)}{\tilde{\alpha}(p)} = \frac{V_{in}}{(1-\alpha)^2} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\underline{L}}{R} \cdot p\right) \cdot (1 + R_{ESR} \cdot C \cdot p)}{1 + \frac{\underline{L}}{R} \cdot p + \underline{L} \cdot C \cdot p^2} \quad (\text{éq. 2.2}),$$

2.5. Conclusion sur la correction

Le modèle étant trouvé, on se rend compte qu'il est va poser pas mal de problèmes pour la régulation :

- il contient un zéro positif qui va fortement dégrader la phase,
- c'est un second ordre qui peut résonner fortement selon la charge,
- il est non linéaire puisqu'il dépend de α ,

Il est donc possible de faire une régulation sur ce modèle, mais elle va être assez compliquée. Une solution qui simplifie la fonction de transfert, est de travailler en mode courant, ce que nous allons voir dans la partie 3.

3. Régulation en mode courant

3.1. Introduction

La régulation en mode courant consiste à mesurer le courant du transistor de commande et à le comparer à une consigne de référence. Le rapport cyclique n'est donc plus commandé directement.

Dans les faits, le courant a une forme de trapèze (cf fig. 1.3a). Il est converti en tension via une résistance de mesure. Cette tension de retour est alors appliquée à l'entrée + d'un comparateur au même titre que le serait la rampe d'une PWM. L'entrée - reçoit la tension de consigne (image du courant que l'on souhaite).

Tant que le retour de courant est en dessous de la tension de référence de courant, le comparateur reste à 0. Dès que la tension image du courant atteint la valeur de référence, le comparateur bascule au niveau haut. Ce signal de sortie du comparateur est acheminé vers l'entre *Reset* d'une bascule *RS*. Cette dernière reçoit un ordre de mise à 1 périodique via un signal impulsionnel périodique appliqué à l'entrée *Set*. Le basculement du comparateur va donc mettre à 0 la sortie *Q* de la bascule.

La sortie *Q* est connectée au MOS via un driver de MOS.

NB : La bascule *RS* est indispensable car sans elle, un cycle d'oscillation se produirait (mise on et off du MOS à fréquence élevée)

La régulation en mode courant se résume au schéma suivant :

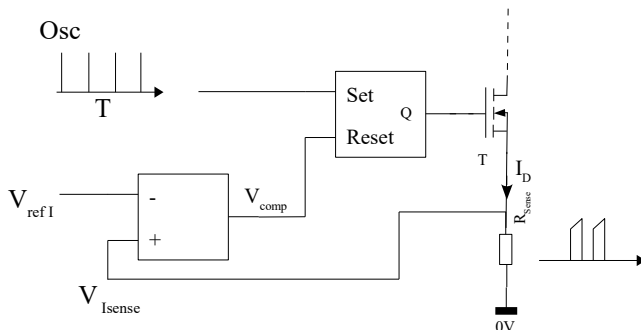


Fig 3.1 électronique de commande par boucle de courant

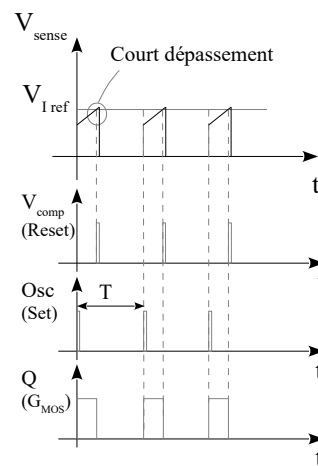


Fig 3.2 chronogrammes du circuit

Dans le paragraphe 2.2, nous avons fait référence à [1] dans lequel on trouve la démonstration de la fonction de transfert $\frac{\tilde{V}_s(p)}{\tilde{\alpha}(p)}$. Cette relation est difficile à déterminer car, contrairement au *buck*, le *boost* possède une topologie dans laquelle les interrupteurs sont « noyés » dans les éléments de stockage. Il n'est donc pas possible de séparer la source et les interrupteurs du reste du circuit.

Pour autant, cette relation ne nous est pas directement utile ici puisque le rapport cyclique α n'est pas directement commandé. Afin de modéliser le *boost* en commande courant, nous allons :

- considérer que la boucle de courant est suffisamment rapide pour affirmer que $V_{\text{isense}} = V_{\text{refl}}$, c'est à dire que $V_{\text{refl}} = R_{\text{sense}} \cdot I_L$. Cela revient à dire que **l'ondulation de courant de I_L est faible devant la moyenne du courant** mais aussi qu'un changement de consigne V_{refl} provoque immédiatement une variation du courant I_L . Autrement dit, tout se passe comme si on contrôlait directement I_L .
- élaborer le modèle par la méthode du « moyennage des interrupteurs » (*Averaged Switch Modeling*), [2 chapt 7].

3.2. Modélisation du boost lors de la commande en courant

La méthode repose bien évidemment sur le fait que la fréquence de découpage est très élevées devant les des fréquences propres des éléments passifs (concept de moyennage vue au §2.1 applicable).

Il s'agit de remplacer chaque interrupteur par une source de tension (courant) de valeur moyenne connue. Le temps disparaît ainsi dans les équations, et tout l'aspect HF disparaît également.

Pour ce faire, la modélisation se fait **autour du point de repos**. C'est ici absolument indispensable car le modèle dynamique est très dépendant du point de repos de l'ensemble du convertisseur.

La méthode consiste donc à :

- A – modéliser les interrupteurs par des sources de tension (courant) continues et moyennées,
- B – linéariser le circuit obtenu en écrivant tous les signaux comme étant la somme d'une valeur de repos et d'une partie dynamique,
- C – éliminer la partie statique du circuit obtenu pour ne conserver que ce qui est variable (schéma équivalent petits signaux...),
- D- déterminer les équations fondamentales du circuits et déterminer les fonctions de transfert nécessaires.

3.2.1. A - Moyennage des interrupteurs autour du point de repos

Reprenons le circuit de base, et laissons de côté la commande en courant pour le moment :

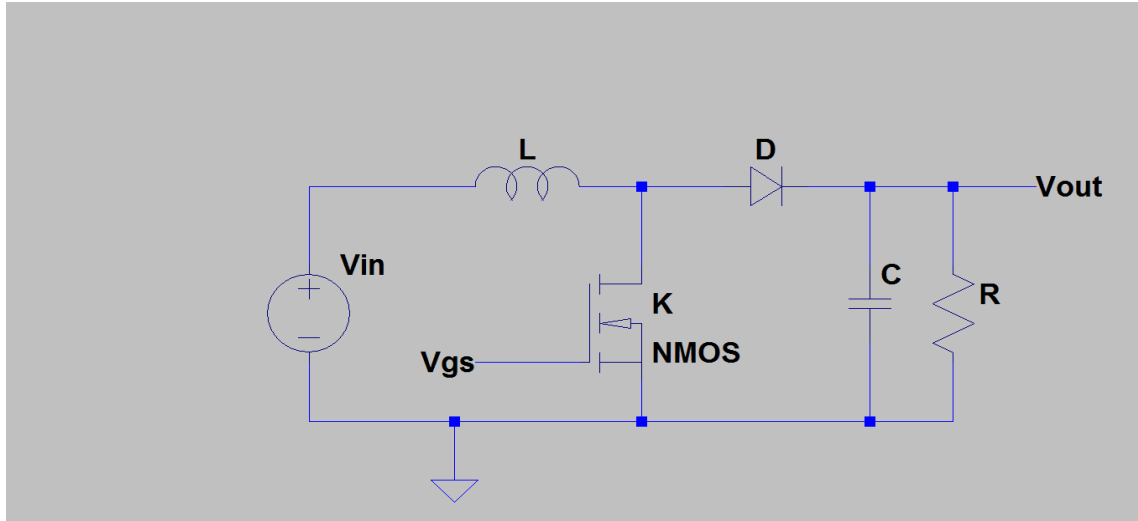


Fig 3.3 schéma du boost

Afin d'effectuer la modélisation des interrupteurs, il faut les isoler :

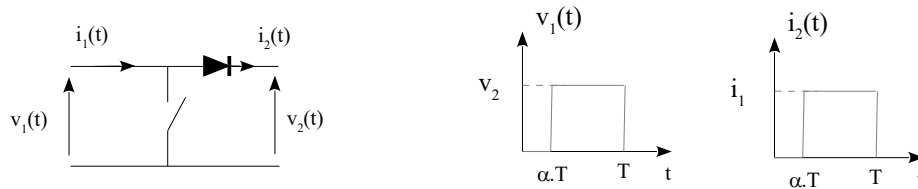


Fig 3.4a Interrupteurs en forme de quadripôle

Fig 3.4b courbes instantanées de courant tension

On obtient un quadripôle dont on va évaluer courant et tension en entrée et en sortie pour obtenir un système de sources de tension (courant) contrôlées aux valeurs moyennes. Pour cela, à l'échelle d'une période, on suppose que les grandeurs de stockage (i_1 et v_2) sont constantes.

On remarque tout de suite que $i_1(t)$ est imposé par l'inductance agissant comme une source de courant constante. De manière symétrique la tension $v_2(t)$ est imposé par le condensateur qui agit comme une source de tension continue. Les chronogrammes instantanés de la figure 3.4b éclairent sur les deux inconnues, $v_1(t)$ et $i_2(t)$.

On déduit simplement les relations :

$$v_1 = (1 - \alpha) \cdot v_2 \quad \text{et} \quad i_2 = (1 - \alpha) \cdot i_1$$

Le modèle obtenu est alors le suivant :

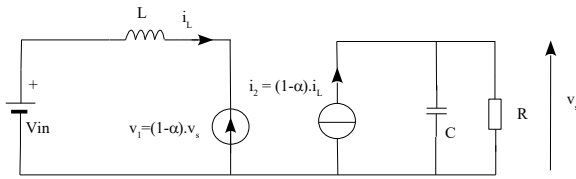


Fig 3.4 Modélisation non linéaire des interrupteurs par des sources de courant / tension moyennées

Le gros intérêt de ce circuit est qu'il nous débarrasse des phénomènes liés à l'échantillonnage. Les tensions et courants représentés sont moyennés à l'échelle de la période d'échantillonnage.

Par contre, il n'est pas directement utilisable. En effet, si nous cherchons à établir le modèle dynamique donnant la tension v_s en fonction de la commande α et V_{in} , on ne parviendra pas à écrire v_s sous la forme $v_s = \lambda_1 \cdot \alpha + \lambda_2 \cdot v_{in}$. En effet, on voit que la première source fait apparaître un produit $v_s \cdot \alpha$ qui empêche la linéarité. Nous sommes donc contraints de linéariser le schéma de manière à obtenir cette séparation des variables.

3.2.2. B – linéarisation du circuit

Il s'agit donc maintenant de bâtir un circuit linéarisé autour du point de fonctionnement. Cela concerne bien entendu les deux sources contrôlée. L'objectif va donc être de séparer l'effet de α et l'effet de v_s .

On peut s'y prendre de deux manières :

- établir la différentielle de chacune des sources en fonction des deux variables autour du point de repos,
- écrire chaque variable comme étant la somme d'une composante statique (le point de repos) et d'une composante variable [2].

L'approche différentielle donne :

$$v_1 = v_{10} + \tilde{v}_1 = v_{10} + \frac{\partial v_1}{\partial \alpha} \cdot \tilde{\alpha} + \frac{\partial v_1}{\partial v_s} \cdot \tilde{v}_s \quad \text{et} \quad i_2 = i_{20} + \tilde{i}_2 = i_{20} + \frac{\partial i_2}{\partial \alpha} \cdot \tilde{\alpha} + \frac{\partial i_2}{\partial i_L} \cdot \tilde{i}_L$$

soit, après calcul simple,

$$v_1 = v_{10} + \tilde{v}_1 = v_{10} - v_{s0} \cdot \tilde{\alpha} + (1 - \alpha_0) \cdot \tilde{v}_s \quad \text{et} \quad i_2 = i_{20} + \tilde{i}_2 = i_{20} - i_{L0} \cdot \tilde{\alpha} + (1 - \alpha_0) \cdot \tilde{i}_L$$

Si on ajoute également une variation possible sur l'entrée du boost : $v_{in} = v_{in0} + \tilde{v}_{in}$

Le circuit linéarisé devient donc :

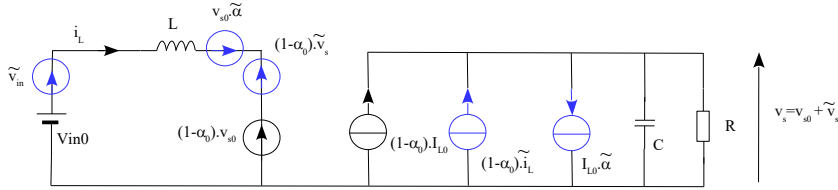


Fig 3.5 Modélisation **linéarisée** des interrupteurs par des sources de courant

NB : ce schéma n'est valable que pour les petites variations autour d'un point de repos déterminé (v_{in0}, α_0) . Le produit $\tilde{v}_s \cdot \tilde{\alpha}$ n'existe plus dans ces conditions, on a obtenu la linéarité.

3.2.3. C – linéarisation dynamique du circuit

Afin de déterminer les équations du systèmes dans le domaine de Laplace, il faut éliminer les composante continue pour ne s'intéresser qu'aux variations (schéma équivalent dynamique).

Le schéma s'obtient très simplement à partir de la figure 3.5 :

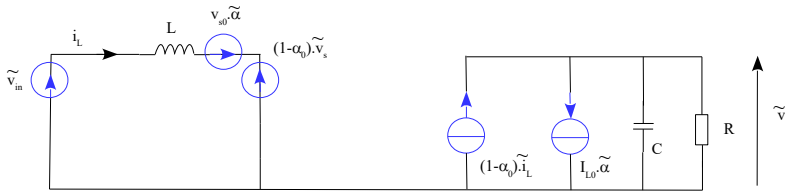


Fig 3.6 Schéma équivalent petits signaux valable pour le point de fonctionnement V_{in0}, α_0

3.2.4. D – Détermination des fonctions de transfert du circuit

A priori sur ce schéma, nous avons 2 entrées possibles et deux grandeurs qui en dépendent. Les grandeurs d'entrée sont :

- \tilde{V}_{in}
- $\tilde{\alpha}$

Les deux grandeurs contrôlées sont :

- \tilde{i}_L
- \tilde{v}_s

Dans l'analyse qui suit, nous considérons que l'entrée \tilde{v}_{in} ne varie pas. On peut alors extraire deux équations donnant \tilde{i}_L et \tilde{v}_s :

$$\tilde{v}_s = \frac{R}{1+RCp} \cdot [(1-\alpha_0) \cdot \tilde{i}_L - I_{L0} \cdot \tilde{\alpha}] \quad (\text{éq. 3.1}) \quad \text{et}$$

$$\tilde{i}_L = \frac{1}{Lp} \cdot [V_{s0} \cdot \tilde{\alpha} - (1-\alpha_0) \cdot \tilde{v}_s] \quad (\text{éq. 3.2})$$

Les valeurs de repos V_{s0} et I_{L0} doivent être exprimées en fonction de V_{in0} et α_0 , afin de simplifier un peu les expressions précédentes :

$$(\text{éq. 1.1}) \text{ donne } V_{s0} = \frac{V_{in0}}{1-\alpha_0},$$

par ailleurs, l'égalité des puissances (rendement supposé idéal), nous pouvons écrire (voir fig 1.1):

$$V_{s0} \cdot I_{R0} = V_{in0} \cdot I_{L0}, \text{ soit } I_{L0} = \frac{V_{s0} \cdot I_{R0}}{V_{in0}} = \frac{I_{R0}}{1-\alpha_0} = \frac{V_{s0}}{R \cdot (1-\alpha_0)}, \text{ soit encore :}$$

$$I_{L0} = \frac{V_{in0}}{R \cdot (1-\alpha_0)^2} \quad (\text{éq. 3.3})$$

Les équations 3.1 et 3.2 peuvent alors s'écrire :

$$\tilde{v}_s = \frac{R}{1+RCp} \cdot [(1-\alpha_0) \cdot \tilde{i}_L - \frac{V_{in0}}{R \cdot (1-\alpha_0)^2} \cdot \tilde{\alpha}] \quad (\text{éq. 3.4}) \quad \text{et}$$

$$\tilde{i}_L = \frac{1}{Lp} \cdot [\frac{V_{in0}}{1-\alpha_0} \cdot \tilde{\alpha} - (1-\alpha_0) \cdot \tilde{v}_s] \quad (\text{éq. 3.5})$$

A partir de ces deux équations, il y a deux possibilités visant à contrôler \tilde{v}_s :

- soit on pense « boucle de tension », c'est à dire qu'on commande la grandeur $\tilde{\alpha}$. Pour cela, on part de l'équation 3.5 et on l'injecte dans l'équation 3.4. Après quelques développements, on retrouve la relation 2.1. La grandeur courant \tilde{i}_L évolue alors librement,
- Soit on pense « boucle de courant », avec les hypothèses formulées au chapitre 3.1 vérifiées (voir l'encadré à la fin du §3.1). Dès lors on considère que la commande n'est plus $\tilde{\alpha}$, mais \tilde{i}_L . C'est donc $\tilde{\alpha}$ qui va évoluer librement. Afin de trouver la relation entre \tilde{i}_L et \tilde{v}_s , il suffit de reprendre l'expression 3.5 pour faire en sorte d'éliminer $\tilde{\alpha}$ après réinjection dans l'équation 3.4 :

L'équation 3.5 donne

$$\tilde{\alpha} = \frac{(1-\alpha_0)}{V_{in0}} \cdot (Lp \cdot \tilde{i}_L + (1-\alpha_0) \cdot \tilde{v}_s) ,$$

en réinjectant dans (3.4) ,

$$\tilde{v}_s = \frac{R}{1+RCp} \cdot \left[(1-\alpha_0) \cdot \tilde{i}_L - \frac{V_{in0}}{R \cdot (1-\alpha_0)^2} \cdot \frac{(1-\alpha_0)}{V_{in0}} \cdot (Lp \cdot \tilde{i}_L + (1-\alpha_0) \cdot \tilde{v}_s) \right] \text{ soit}$$

$$\tilde{v}_s = \frac{R}{1+RCp} \cdot \left[(1-\alpha_0) \cdot \tilde{i}_L - \frac{1}{R \cdot (1-\alpha_0)} \cdot (Lp \cdot \tilde{i}_L + (1-\alpha_0) \cdot \tilde{v}_s) \right] \text{ soit}$$

$$\tilde{v}_s = \frac{R}{1+RCp} \cdot \left[(1-\alpha_0) \cdot \tilde{i}_L - \frac{Lp \cdot \tilde{i}_L}{R \cdot (1-\alpha_0)} - \frac{\tilde{v}_s}{R} \right]$$

En réarrangeant progressivement :

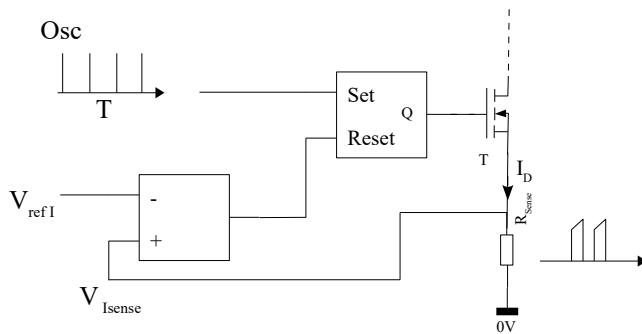
$$\tilde{v}_s \left(1 + \frac{1}{1+RCp} \right) = \tilde{i}_L \cdot \left[\frac{R(1-\alpha_0)}{1+RCp} - \frac{Lp}{(1+RCp)(1-\alpha_0)} \right] \text{ soit}$$

$$\tilde{v}_s (2+RCp) = \tilde{i}_L \cdot \left[R(1-\alpha_0) - \frac{Lp}{(1-\alpha_0)} \right] \text{ soit encore ;}$$

$$\frac{\tilde{v}_s}{\tilde{i}_L} = \frac{R(1-\alpha_0) - \frac{Lp}{(1-\alpha_0)}}{2+RCp} \text{ et finalement}$$

$$\boxed{\frac{\tilde{v}_s}{\tilde{i}_L} = \frac{R(1-\alpha_0)}{2} \cdot \frac{\left(1 - \frac{Lp}{R(1-\alpha_0)^2} \right)}{1 + \frac{RC}{2} p}} \quad (\text{éq. 3.6})$$

En observant le schéma de la figure 3.1, rappelée ci-dessous :



On peut écrire, sous réserve que l'asservissement de courant soit très rapide, que l'ondulation de courant soit négligeable :

$$v_{ref1} = v_{Isense} = R_{shunt} \cdot i_L , \text{ soit}$$

$$v_{ref1} = R_{shunt} \cdot \tilde{i}_L$$

Fig 3.1 électronique de commande par boucle de courant

Nous obtenons donc la modélisation globale qui relie v_{refl}^{\sim} à \tilde{v}_s qui est une **approximation** :

$$\frac{\tilde{v}_s}{v_{refl}^{\sim}} = \frac{R(1-\alpha_0)}{2R_{shunt}} \cdot \frac{(1 - \frac{\underline{L}}{R} \cdot p)}{1 + \frac{RC}{2} p} = G(p) \quad (\text{éq. 3,7})$$

avec

- $\tilde{v}_s(t)$: variation petit signal de la tension moyennée glissante de $v_s(t)$ autour de sa moyenne v_{s0} ,
- v_{refl}^{\sim} : variation de la consigne de courant dans l'inductance,
- \underline{L} : inductance effective, qui dépend de α , $\underline{L} = \frac{L}{(1-\alpha_0)^2}$,
- C : condensateur de sortie,
- R : résistance de charge,
- R_{shunt} : résistance du shunt de mesure,
- α_0 : rapport cyclique moyen au point d'équilibre.

On notera $f_c = \frac{2}{2\pi RC}$, $f_{zrhp} = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{\underline{L}}$, $A_{v0} = \frac{R(1-\alpha_0)}{2R_{shunt}}$, la relation 3.7 devient alors :

$$\frac{\tilde{v}_s}{v_{refl}^{\sim}} = G(p) = A_{v0} \cdot \frac{1 - \frac{p}{2\pi f_{zrhp}}}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}} \quad (3.8)$$

3.3. Schéma-bloc du système

Le schéma électronique simplifié du convertisseur boost est le suivant :

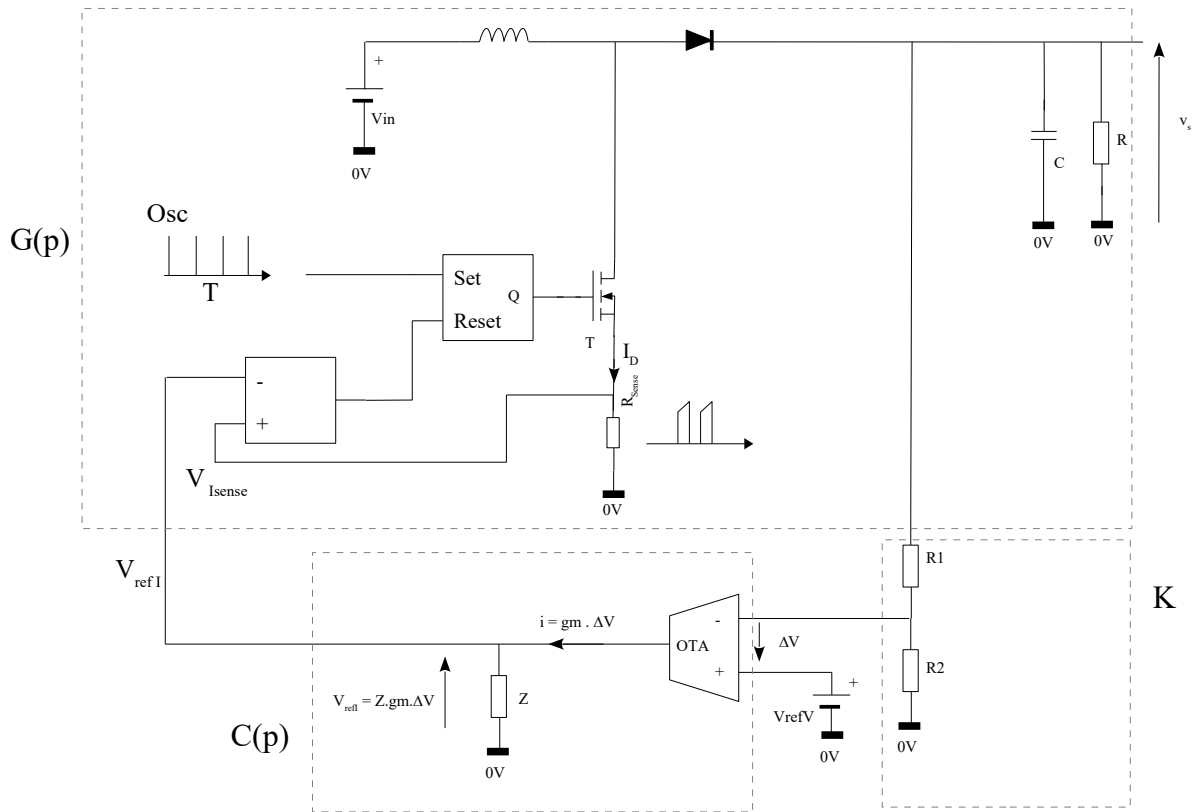


Fig 3.2 architecture simplifiée du boost montrant tous les organes (régulation, puissance)

Les schéma bloc complet du boost est représenté ci-dessous :

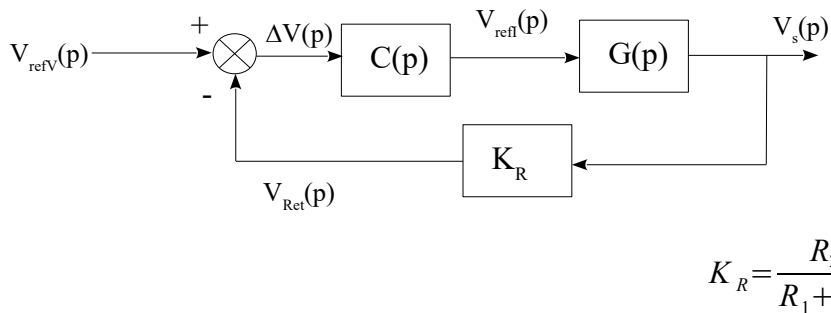


Fig 3.3 schéma bloc complet du boost

3.3.1. Expression de $G(p)$, le système à commander (boost en mode courant)

Le gain et le pôle réel ... :

On observe d'après les relations 3.7 et 3.8 que l'amplification et la fréquence de coupure ont un produit constant **indépendant de R** et vaut $A_{v0} \cdot f_c = \frac{(1-\alpha_0)}{2\pi R_{shunt} C}$.

Plus R augmente (charge faible), plus le gain augmente et la fréquence de coupure diminue.

Le tracé asymptotique de la partie constituée par $\frac{A_{v0}}{1+j\frac{f}{f_c}}$, $G(p)$ sans le zéro instable, a donc sa partie intégrale (-20dB/dec) qui coupe l'axe des fréquences à une valeur constante, que nous noterons : $f_0 = \frac{(1-\alpha_0)}{2\pi R_{shunt} C}$.

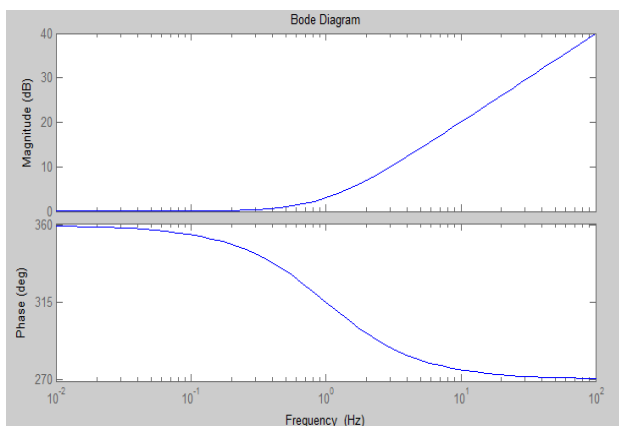
Cette dernière dépend du condensateur de sortie, de la valeur du shunt, du point de polarisation.

On notera que le condensateur de sortie d'un Boost travaille dans de très sévères conditions puisqu'il est attaqué par une courant pulsé de forte valeur. Il sera nécessairement polarisé électrochimique ayant un fort courant RMS admissible. On veillera aussi à le choisir avec de faibles ESR et ESL. Enfin, une bonne pratique est d'utiliser plusieurs condensateurs en parallèle pour augmenter le courant admissible tout en diminuant les éléments séries (origines d'ondulations résiduelles).

Le zéro positif ... :

Le zéro positif possède une fréquence de $f_{zrhp} = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$ qui croît avec la résistance de charge. Plus la charge est légère, plus le zéro file vers la droite et devient moins gênant. C'est donc à forte charge qu'il va nous contrarier.

La figure 3.4 ci-dessous rappelle le Bode du zéro positif seul (zéro situé à 1 Hz) :



On voit l'effet indésirable de ce zéro, la phase décroît de 90°.

L'idéal est donc de faire en sorte que ce zéro soit situé bien plus haut en fréquence que la fréquence de transition du système.

Fig 3.4 tracé de Bode d'un zéro positif (dans le plan complexe de droite)

L'ensemble de la fonction de transfert $\frac{\tilde{v}_s}{v_{refl}} = G(p) \dots :$

On peut donc esquisser un diagramme de Bode pour les charges lourdes (R faible) et légères (R élevée).

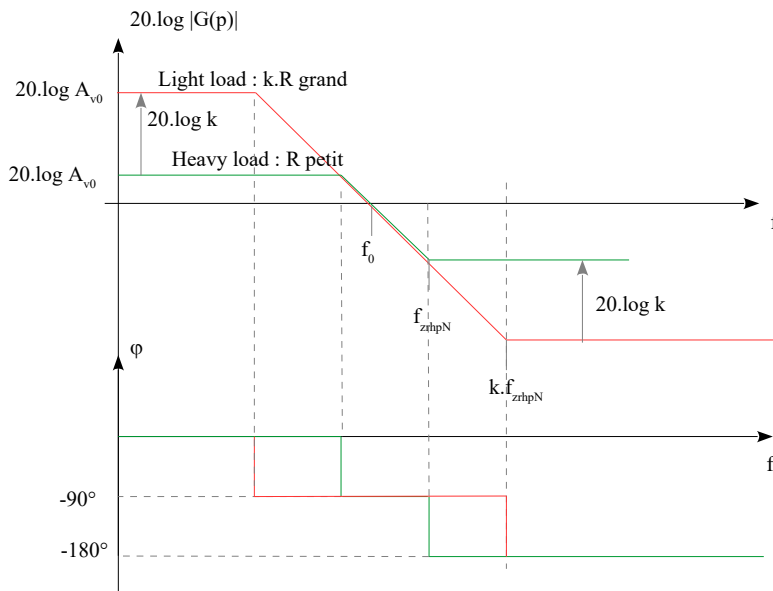


Fig 3.5 tracé de Bode du système incluant le retour de tension (pont diviseur)

3.4. Dimensionnement du Boost du point de vue automatique

3.4.1. Stratégie de correction

Nous allons choisir un classique PI, de la forme $C(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau_I p}$. Nous allons placer le PI de manière à compenser le pôle dominant tout en se plaçant à une fréquence de transition suffisamment basse par rapport au zéro instable. La figure 3.4 montre que si on vise une fréquence de coupure 10 fois plus basse que celle du zéro, alors ce dernier a un impact négligeable (aucun sur le gain, moins de 6° sur la phase).

Ainsi, le système $G(p)$ se simplifie de la sorte (au nominal pleine charge):

$$\frac{\tilde{v}_s(p)}{v_{refl}(p)} = G(p) = \frac{A_{v0}}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}}. \text{ Ce qui nous intéresse pour régler le PI c'est le gain de}$$

boucle, on doit donc y inclure le gain de retour.

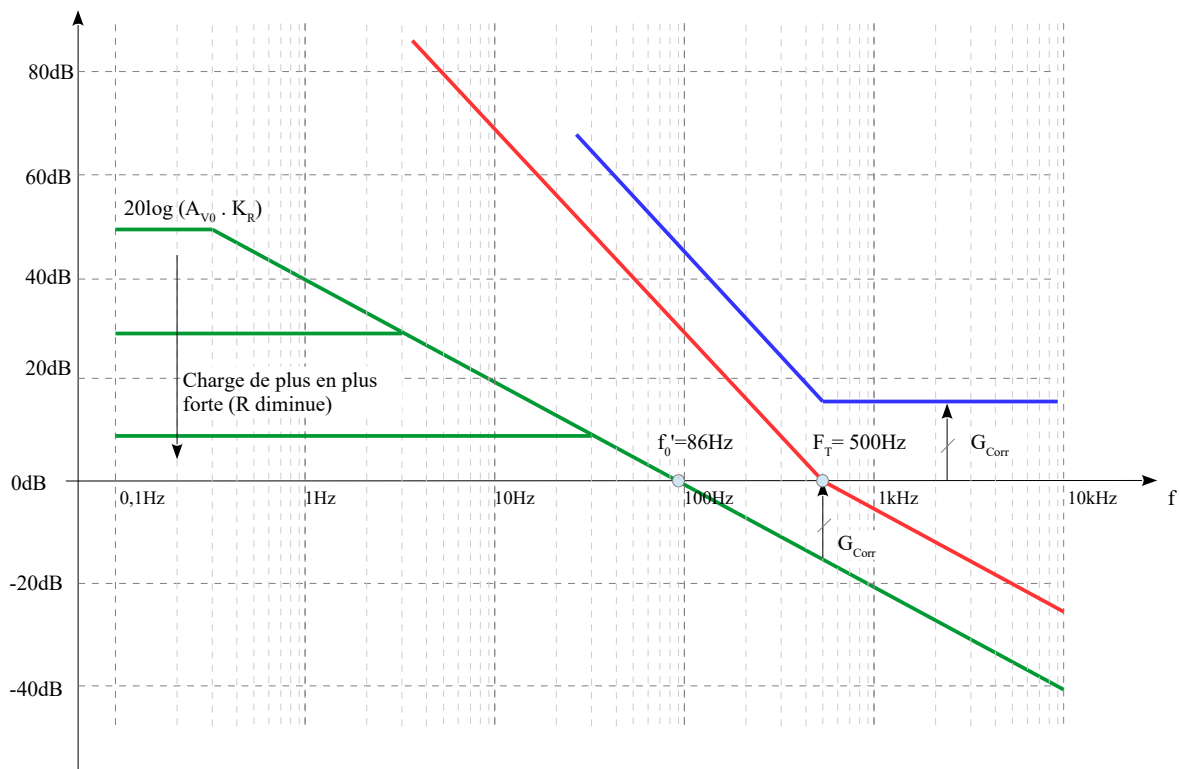
$$\text{On s'intéresse donc à : } \frac{\tilde{v}_s(p)}{v_{Ret}(p)} = K_R \cdot G(p) = \frac{K_R \cdot A_{v0}}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}}$$

Afin de déterminer le PI, nous n'allons pas chercher à faire une compensation du pôle dominant. Ce dernier correspond à une fréquence $f_c = \frac{1}{\pi \cdot R \cdot C}$ comprise entre **0,3Hz** ($R=800\Omega$) et **30Hz** ($R=8\Omega$), $C = 1320\mu\text{F}$ dans tous les cas.

La fréquence de transition globale (incluant K_R), f_0 , quant à elle, vaut $f'_0 = \frac{K_R \cdot (1 - \alpha_0)}{2\pi R_{shunt} C} = 86 \text{ Hz}$

On se fixe un objectif de 500Hz pour la fréquence de transition F_T . A cette fréquence là, quelle que soit la charge, le pôle principal n'a plus d'effet. La fonction de transfert étudiée est donc :

$$\frac{\tilde{v}_s(p)}{\tilde{v}_{rel}(p)} = K_R \cdot G(p) = \frac{K_R \cdot A_{v0}}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}} \approx \frac{K_R \cdot A_{v0} \cdot 2\pi f_c}{p} = \frac{2\pi K_R f_0}{p} = \frac{2\pi f'_0}{p}$$



Graphiquement, on cherche à obtenir la courbe rouge, $\frac{\tilde{v}_{rel}(p)}{\tilde{\epsilon}(p)} = C(p) \cdot K_R \cdot G(p) = FTBO(p)$ garantissant une marge de phase de 45° , une robustesse garantie quelque soit la charge. C'est par ailleurs la formule qui aura le plus de gain à 100Hz pour rejeter des perturbations (utilisations onduleur).

Le zéro du PI est donc choisi très simplement : $\tau = \frac{1}{2\pi F_T} = 318\mu\text{s}$.

Pour trouver τ_i , on peut approximer la fonction de transfert comme :

$$FTBO = \frac{1 + \tau p}{\tau_I p} \frac{2\pi f'_0}{p} \approx \frac{\tau}{\tau_I} \frac{2\pi f'_0}{2\pi f} \quad \text{donc pour } f = F_T,$$

$$1 = \frac{\tau}{\tau_I} \frac{f'_0}{F_T}, \quad \text{ce qui donne } \tau_I = \tau \frac{f'_0}{F_T} = \frac{318 \cdot 86}{500} = 54 \mu\text{s}$$

Remarque, sur le graphique on pouvait le déduire. En effet, la courbe bleue montre le diagramme de Bode du correcteur, $C(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau_I p}$. On voit que pour p grand, le gain statique est de $\frac{\tau}{\tau_I}$.

Le gain G_{corr} vaut environ 15dB (soit 5.6), soit $\tau_I = \frac{\tau}{5,6} = \frac{318}{5,6} = 56 \mu\text{s}$

Suite : étudier l'instabilité des pentes en mode courant.

Bibliographie

- [1] Julien Flamant, *Modélisation dynamique des structures de conversion DC/DC pour la régulation*
- [2] Robert W.Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*, Springer science+business Media., 1997
- [3] SW lee, *Demystifying Type II and Type III compensators Usinf Op Amp and OTA for DC/DC Converters*, Texas Instrument SLVA662 July 2014
- [4] SW lee, *Practical Feedback Loop Analysis fo Current-Mode Boost Converter*, Texas Instrument SLVA636 March 2014