

Nom Prénom :

Lettre du groupe de TD :

**EXAMEN Mécanique 3 IMACS - I3MAPH31**  
**INSA 2020 – 2021**    Durée : 1h30

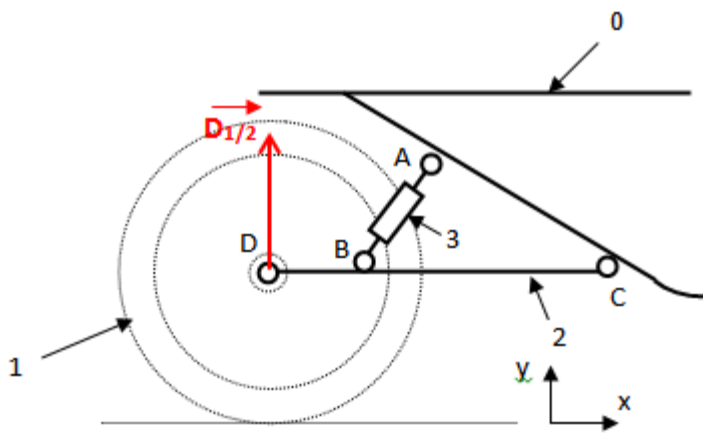
L'usage de tout document est formellement interdit. Les calculatrices sont autorisées pour un usage personnel.

Vous porterez une attention particulière à la rédaction, l'application des théorèmes et unités.

**PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE**

Le système étudié est la suspension arrière de moto représentée ci-dessous :

On négligera le poids du bras.



0 - Cadre  
1 - Roue  
2 - Bras oscillant  
3 - Amortisseur  
BD = a = 200 mm  
BC = b = 550 mm  
Angle BA/BC = 58°  
 $D_{1/2} = 2000 \text{ N}$

**Question 1 :** Effectuer l'inventaire des forces (point, direction, sens, intensité)

**Question 2 :** A l'aide d'une démarche rigoureuse et du PFS, calculer les efforts suivants :

- Force au point C
- Force dans l'amortisseur AB.

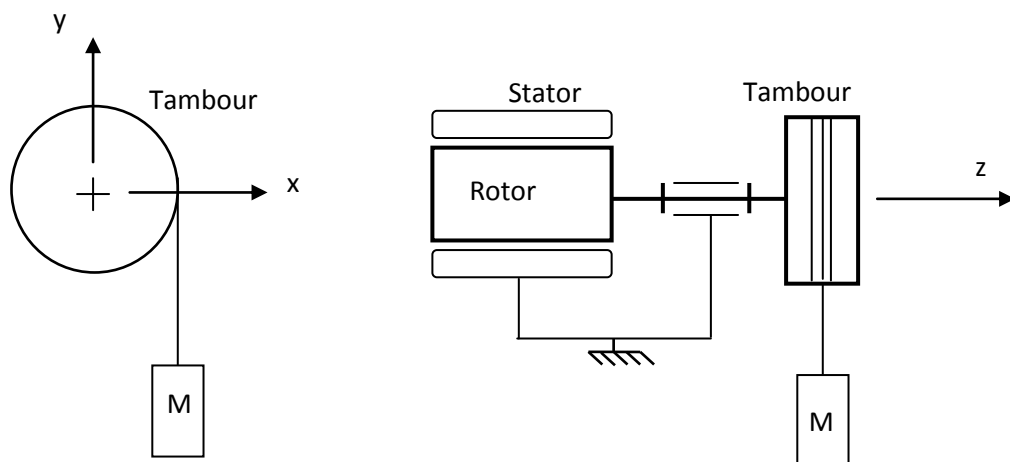


### PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

Le système ci-dessous est composé d'un tambour de masse  $m$ , diamètre  $D$ , épaisseur  $e$  et d'un rotor d'inertie  $J$  autour de l'axe  $z$ .

Un couple frottant  $C_f$  s'exerce dans le palier autour de l'axe  $z$ .

La corde, indéformable, de masse négligeable, s'enroule sans glissement autour du tambour.

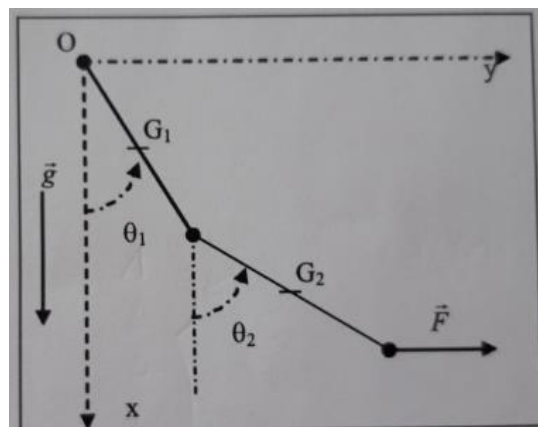


**Question 3 :** Exprimer le couple que doit exercer le moteur au démarrage pour obtenir une vitesse de rotation du tambour  $N_t$  (tr/min) en un temps  $t_a$  en fonction des paramètres du problème.



### THEOREME DES TRAVAUX VIRTUELS

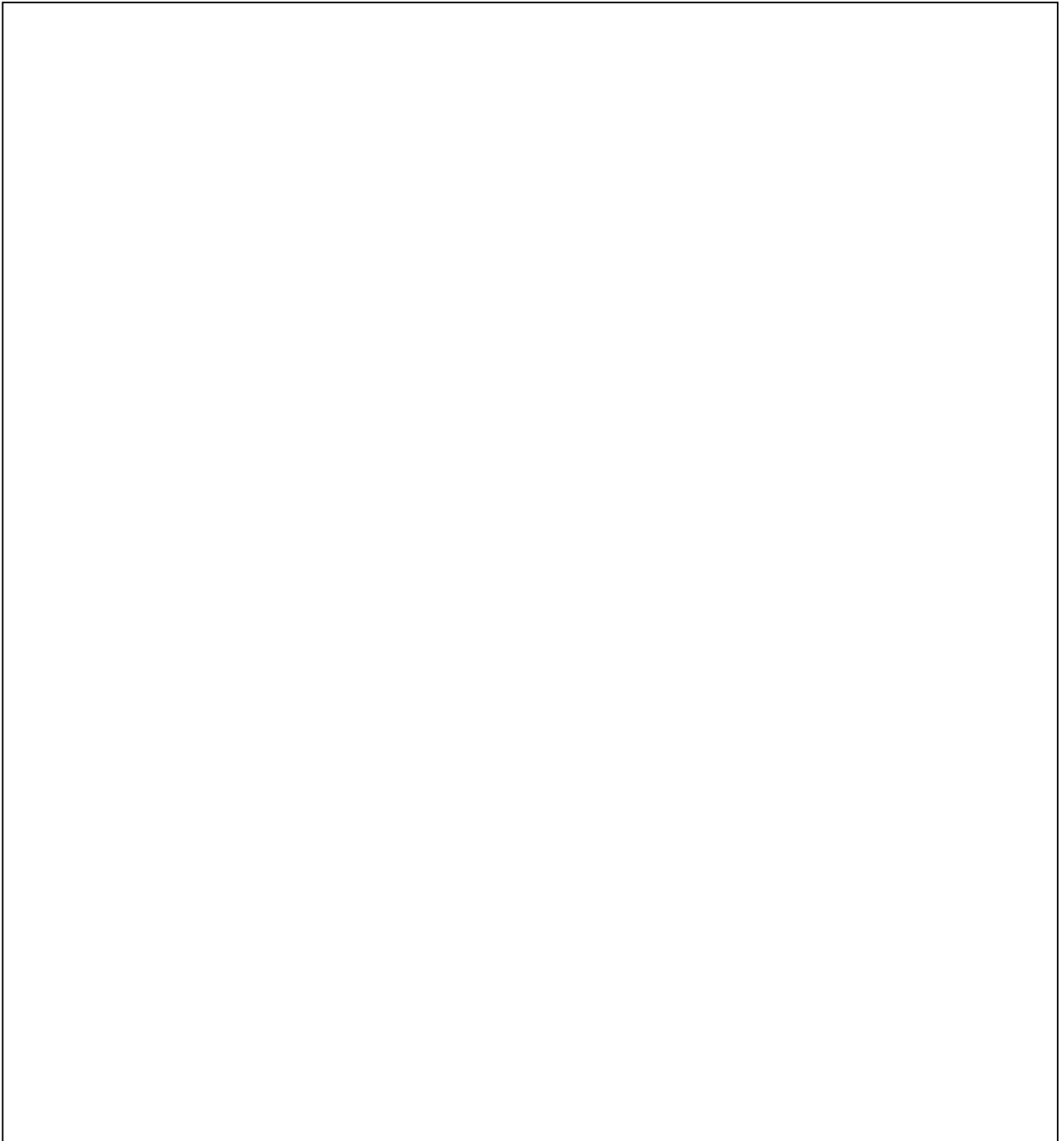
Un pendule double, constitué de deux tiges identiques, de masse  $m$ , de longueur  $l$ , est écarté de sa position d'équilibre verticale, grâce à une force horizontale  $F$  appliquée à l'extrémité de la tige inférieure. Les liaisons aux deux articulations sont parfaites.



**Question 4 :** Exprimez à l'aide du théorème des travaux virtuels, les valeurs des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , que font, avec la verticale descendante, ces deux tiges à l'équilibre.

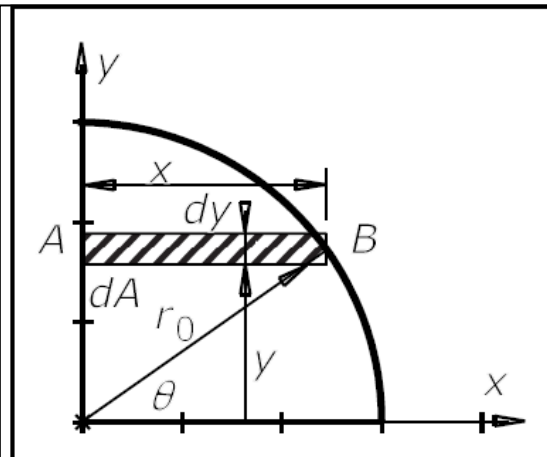
Aide au raisonnement :

- Définir le système à isoler
- Répertorier les forces extérieures et leur point d'application
- Déterminer les coordonnées des points d'application des forces
- Calculer les variations élémentaires de ces positions
- Appliquer le théorème des travaux virtuels
- Résoudre l'équation pour obtenir  $\theta_1$  et  $\theta_2$



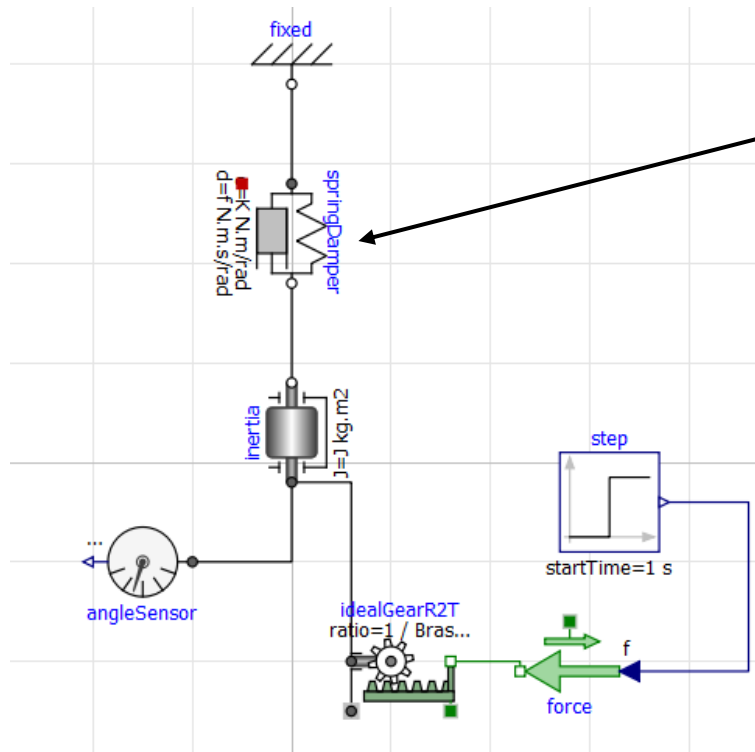
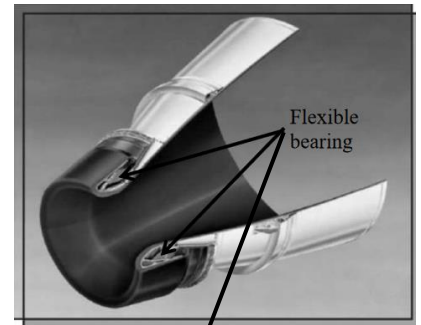
## MOMENT D'INERTIE

**Question 5 :** Déterminer le moment d'inertie selon  $z$  d'une surface  $A$  homogène constituée d'un quart de disque de rayon  $r_0$ .

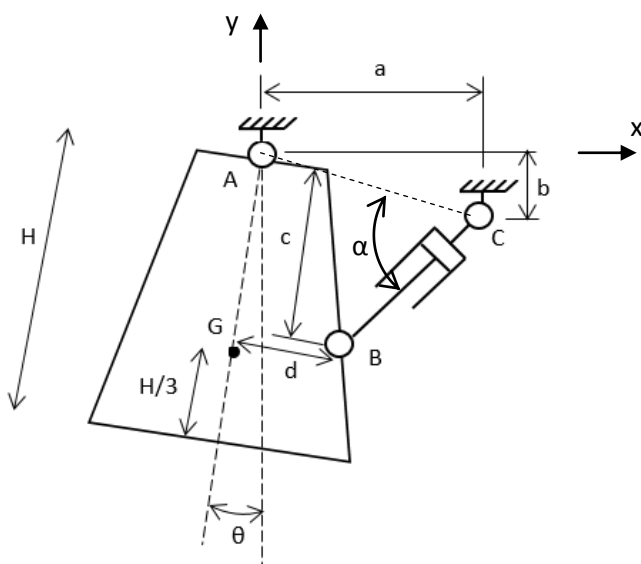


## MODELISATION NUMERIQUE

Vous trouvez ci-dessous le modèle de la tuyère (composant « Inertia ») avec sa fixation sur le bâti modélisé par le composant « SpringDamper ». L'actionneur est modélisé par le composant « force ». Le composant « bras de levier » permet de modéliser la transformation du mouvement de translation du vérin en une rotation de la tuyère. (Le bras de levier est fonction de l'angle de rotation de la tuyère mais dans le cas de faibles déplacements angulaires qui nous intéressent, on considérera cette valeur constante)



Dans ce modèle, le composant « SpringDamper » correspond à une raideur et un amortissement en rotation suivant l'axe  $A_z$  (schéma ci-dessous)



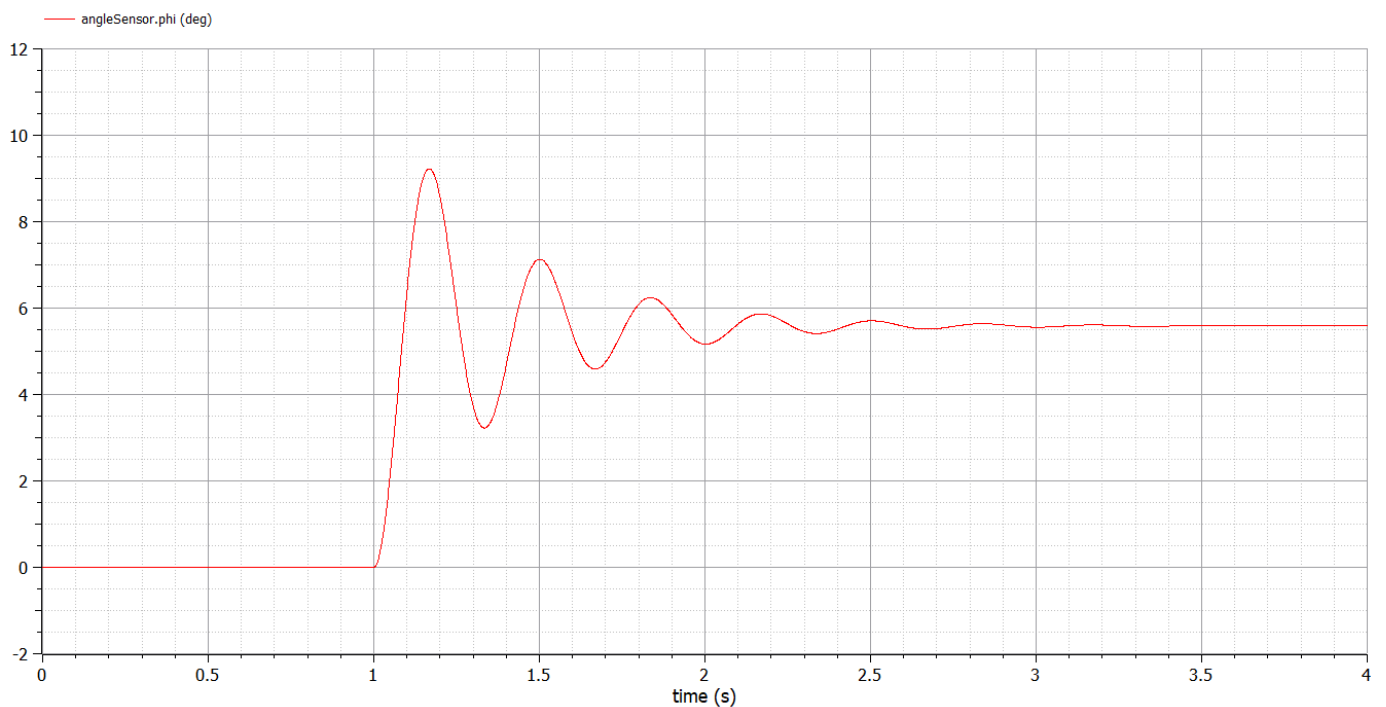
- $a = 1500 \text{ mm}$
- $b = 200 \text{ mm}$
- $c = 1150 \text{ mm}$
- $d = 950 \text{ mm}$
- $H = 2.5 \text{ m}$
- Angle  $[AC],[CB] = \alpha$  (pour  $\theta=0^\circ$ ) =  $67.5^\circ$
- Masse tuyère  $m = 1600 \text{ kg}$
- $J = 7800 \text{ kg.m}^2$
- $K = 2.809.10^6 \text{ N.m/rad}$



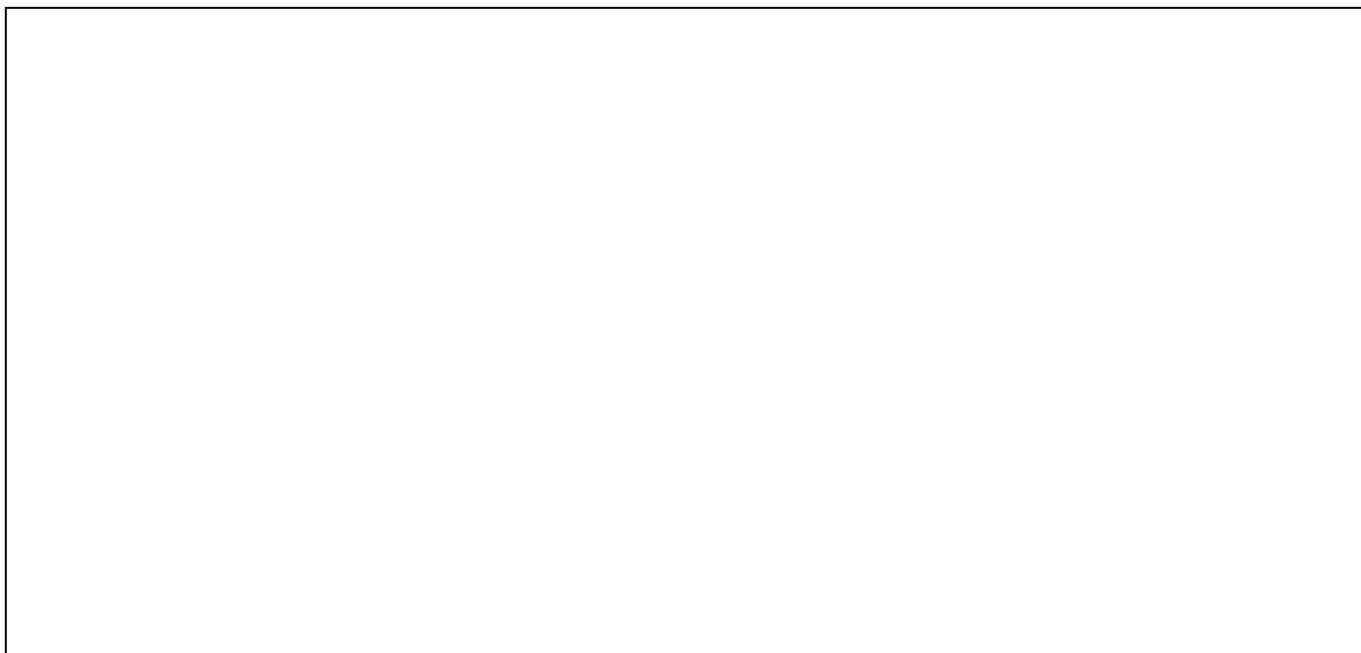
**Question 6:** En appliquant le théorème de votre choix, **calculer l'angle de rotation  $\theta$**  de la tuyère si l'actionneur exerce une force de 196 000 N. **On négligera le poids de la tuyère par rapport à la raideur du ressort.**



Le graphe suivant représente le déplacement angulaire de la tuyère.



**Question 7:** Par prise de points de mesure sur le graphe, **calculer la fréquence des oscillations** de la partie transitoire. **Comparer ce résultat avec la fréquence propre théorique** de ce système (Le calcul de la fréquence propre d'un système en rotation se calcule de la même façon que pour un système masse ressort en translation avec la correspondance masse  $\rightarrow$  inertie et ressort de compression  $\rightarrow$  ressort de torsion).



La réponse à l'échelon montre un important dépassement angulaire par rapport à la valeur en régime établie.

**Question 8: Proposer** une modification d'un paramètre permettant de limiter ce dépassement.



On souhaite ajouter sur ce modèle l'influence du poids de la tuyère lorsque celle-ci est inclinée par rapport à l'axe vertical.

**Question 9 (BONUS):** A l'aide des composants suivants, **compléter** le modèle initial en page 6 afin de prendre en compte le poids de la tuyère.

