

## TP 2 "Intégration temporelle"

FORMATION MODIA, 4A

Toutes les notations utilisées sont celles du cours

### Objectif du TP

L'objectif de ce TP est d'étudier numériquement le comportement des schémas discrets issus de l'application de trois schémas d'intégration temporelle classiques (Euler explicite, RK2, Euler implicite) sur des schémas semi-discrets décentrés d'ordre un (FOU) et deux (UPO2VF) en espace.

- Rappel du schéma semi-discret FOU :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{a}{\Delta x} (u_i - u_{i-1})$$

- Rappel du schéma semi-discret UPO2VF :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{a}{4\Delta x} (u_{i+1} + 3u_i - 5u_{i-1} + u_{i-2})$$

Pour ce TP, on utilisera la condition initiale "créneau" définie dans le TP 1 et on observera la solution au terme d'un temps permettant à la solution de revenir à sa position initiale.

### 1 Schéma d'Euler explicite

Rappel du schéma d'Euler explicite :

$$\delta U = F(U^n) \quad \text{avec} \quad U^{n+1} = U^n + \Delta t \delta U$$

1. Implémenter les schémas discrets combinant les discrétisations spatiales FOU et UPO2VF avec le schéma d'Euler explicite
2. Tester le programme sur les CFLs 0.1, 0.5 et 1. Que peut-on observer avec les deux schémas ?

### 2 Schéma de Runge-Kutta explicite d'ordre deux

Rappel du schéma de Runge-Kutta explicite d'ordre deux :

$$\begin{cases} \delta U^* &= F(U^n) \\ \delta U &= \frac{1}{2}F(U^*) + \frac{1}{2}F(U^n) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} U^* &= U^n + \Delta t \delta U^* \\ U^{n+1} &= U^n + \Delta t \delta U \end{cases}$$

1. Implémenter les schémas discrets combinant les discrétisations spatiales FOU et UPO2VF avec le schéma de Runge-Kutta explicite
2. Tester le programme sur les CFLs 0.1, 0.5 et 1. Que peut-on observer avec les deux schémas ?

### 3 Schéma d'Euler implicite

Rappel du schéma d'Euler implicite :

$$\delta U = F(U^{n+1}) \quad \text{avec} \quad U^{n+1} = U^n + \Delta t \delta U$$

1. Implémenter les schémas discrets combinant les discrétisations spatiales FOU et UPO2VF avec le schéma d'Euler implicite.
2. Tester le programme sur les CFLs 0.1, 0.5, 1, 10 et 20. Que peut-on observer avec les deux schémas ?