

BANC D'ESSAI VEHICULE

L'éco-marathon SHELL est une compétition relative à la consommation énergétique des moyens de propulsion automobile. Les concurrents doivent concevoir et piloter leur véhicule (photographie 1) sur une distance fixée avec une vitesse minimale imposée. Les candidats sont ensuite classés en fonction de la consommation de leur véhicule, exprimée en « kilomètre par litre » de carburant.

L'étude suivante, issue d'un projet élaboré par l'équipe T.I.M. de l'INSA a pour objet d'évaluer ou de valider les solutions technologiques mises en œuvre pour la réalisation d'un simulateur de charge. Ce banc est destiné à reproduire le couple appliqué sur le moteur thermique du véhicule au cours d'un tour de circuit, le châssis du véhicule étant immobilisé sur le banc.

Cahier des charges

Le banc doit simuler les conditions de course dans les différents cas de figures possibles, qui tiennent compte :

- du poids du véhicule et de la pente,
- de la résistance aérodynamique,
- des résistances au roulement,
- des effets dus à l'inertie du véhicule.

Modélisation du véhicule

Le travail abordé dans cette question est destiné à établir un modèle analytique du véhicule, lors d'une phase de roulement sans glissement sur une ligne droite inclinée d'un angle α . Par la suite, ce modèle permettra de définir les actions que le banc doit développer sur la roue motrice pour reproduire les conditions d'évolution sur piste.

L'accélération de la pesanteur \vec{g} est telle que $\vec{g} = -g\vec{y}_0$.

$\mathcal{R} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ sera considéré comme un repère galiléen.

Le problème est considéré plan.

Le véhicule modélisé à la figure 2, se déplace sur une pente inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. Il comporte :

- le châssis 1 du véhicule avec son pilote, de centre d'inertie G , de masse M en translation par rapport au repère galiléen \mathcal{R} avec : $\vec{OG} = x\vec{x} + R\vec{y}$
- l'ensemble des deux roues avant : solide 23
 - de centre d'inertie O_{23} , de masse $2m$, de rayon R ,
 - dont le moment d'inertie par rapport à l'axe $O_{23}\vec{z}$ (axe principal d'inertie) est $2I$
 - en liaison pivot sans frottement par rapport au châssis 1 d'axe $O_{23}\vec{z}$ caractérisée par le paramètre θ_{23} .
- la roue arrière motrice :
 - solide 4 de centre d'inertie O_4 , de masse m , de rayon R ,
 - dont le moment d'inertie par rapport à l'axe $O_4\vec{z}$ (axe principal d'inertie) est I
 - en liaison pivot sans frottement par rapport au châssis 1 d'axe $O_{23}\vec{z}$ caractérisée par le paramètre θ_4 .
- un moteur d'entraînement du véhicule dont le corps est solidaire du châssis 1 exerce sur la roue 4 un couple moteur noté $C_m\vec{z}$.

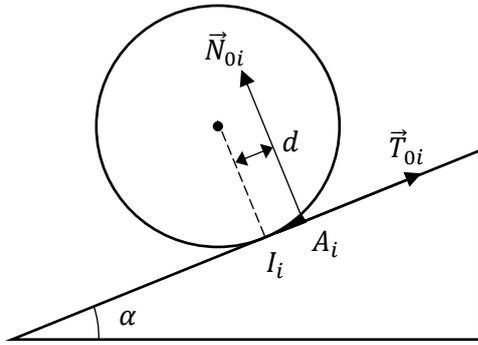


Figure 1 : contact aux roues

Les roues sont en contact ponctuel avec frottement avec le sol 0. Afin de tenir compte de la résistance au roulement du pneu sur le sol, les actions de contact peuvent être modélisées par :

$$\left\{ \begin{array}{c} T_{0i}\vec{x} + N_{0i}\vec{y} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_i} \text{ avec } i = 2,3,4$$

Où le point A_i est décalé d'une distance d par rapport au centre de la roue (déformation au contact).

Le châssis du véhicule (1) dont la carrosserie a la forme d'un profil d'aile, est soumis lors de son mouvement à un effort de traînée aérodynamique qui peut être modélisé par le torseur :

$$\left\{ \begin{array}{c} -\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_{23}} \quad \begin{array}{l} \bullet \rho : \text{masse volumique de l'air,} \\ \bullet S : \text{surface du maître couple,} \\ \bullet C_x : \text{coefficient de traînée du véhicule,} \\ \bullet \dot{x} : \text{vitesse relative du véhicule par rapport à l'air ambiant.} \end{array}$$

Etude du mouvement dans le cas d'un roulement sans glissement en I_{23} et I_4

- Q1. Que sait-on de la forme des matrices d'inertie des roues ?
- Q2. Ecrire les conditions cinématiques de roulement sans glissement en I_{23} et I_4 .
- Q3. Déterminer le couple moteur C_m .
- Faire le graphe d'analyse du système
 - Proposer une stratégie d'isolement (ordre du ou des isollements)
 - Ecrire le principe fondamental de la dynamique pour chaque isolement choisi (équations nécessaires uniquement)
 - Résoudre et en déduire C_m en fonction de $\ddot{x}, \dot{x}, R, \rho, S, C_x, d, M, m, l, g$ et α
- Q4. Identifier et décrire la nature des actions qui ont tendance à affecter l'avancement du véhicule dans l'expression de la question précédente.

Q5. BONUS (application numérique) :

On réalise un essai sur terrain horizontal, le moteur délivrant un couple C_m constant. Les données sont : $M = 70\text{kg}$, $m = 1\text{kg}$, $d = 2 \times 10^{-3}\text{ m}$, $R = 0,25\text{m}$, $C_m = 3,245\text{ mN}$, $g = 10\text{ ms}^{-2}$. L'acquisition de la vitesse du véhicule et de la distance parcourue est donnée par le graphe 1. Déterminer dans les conditions d'essais le produit $1/2 \rho S C_x$ caractérisant les effets aérodynamiques sur le véhicule. On précisera les unités.

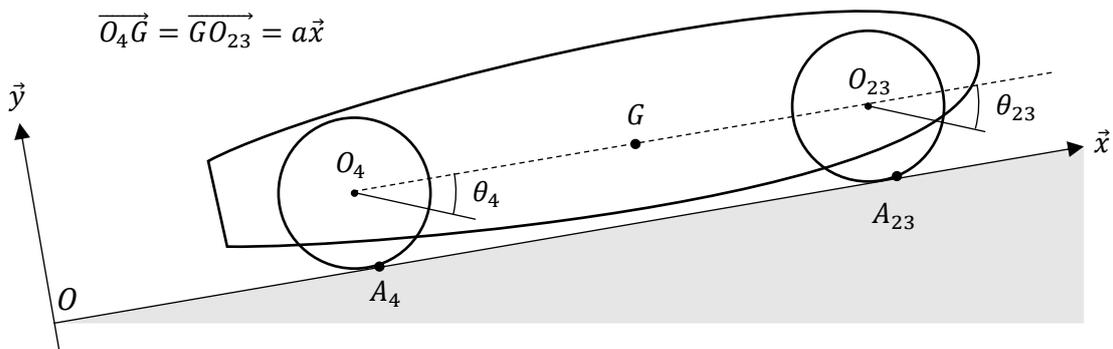
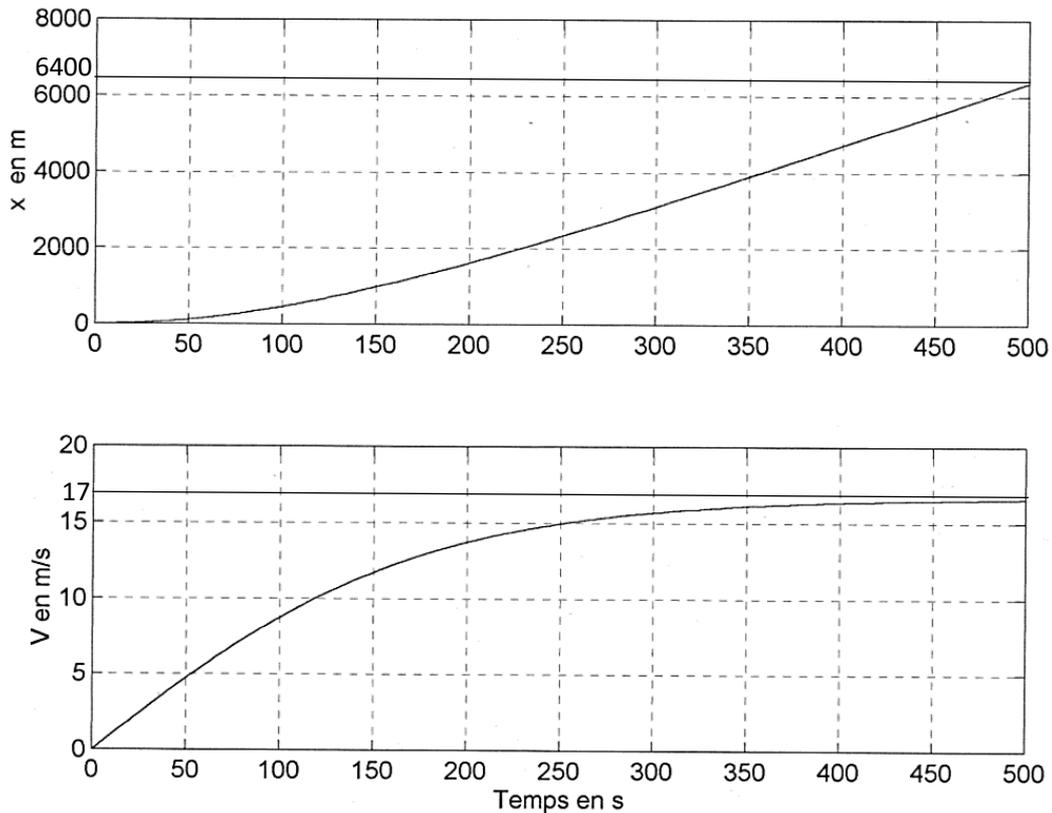


Figure 2 : véhicule en fonctionnement



Graphe 1 : Relevés de vitesse et position

Etude du banc d'essai

On s'intéresse à la conception du banc d'essai portable qui est destiné à reproduire en laboratoire (avec un véhicule immobile) les conditions de course dans le but d'évaluer les différents développements apportés au véhicule (moteur, pneumatiques, stratégie de course...).

Description du banc

La figure 3 présente l'architecture mécanique du banc qui est fixé sur le sol. Le véhicule est lié au banc comme suit :

- le châssis 1 est en contact ponctuel avec le banc 0 en A, et en liaison linéaire annulaire en B (qui assure l'arrêt du véhicule en translation),
- la roue motrice 4 du véhicule est en contact avec le rouleau 5 du banc.
- Le rouleau 5 entraîne par un engrenage extérieur une roue d'inertie 6 que l'on pourra freiner ou accélérer par l'intermédiaire d'un moteur électrique asservi, piloté en couple.

On modélise le banc selon les notations et les hypothèses suivantes :

- le rouleau d'entraînement 5
 - de rayon R , d'inertie I_5 par rapport à l'axe de rotation $O_5 \vec{z}$ (axe principal d'inertie)
 - en liaison pivot sans frottement, d'axe $O_5 \vec{z}$, de paramètre θ_5 , avec le bâti 0 du banc
 - sur lequel la roue 4 est en contact ponctuel avec frottement.
- la roue d'inertie 6,
 - d'inertie I_6 par rapport à l'axe de rotation $O_6 \vec{z}$ (axe principal d'inertie)
 - en liaison pivot sans frottement, d'axe $O_6 \vec{z}$, de paramètre θ_6 , avec le bâti 0 du banc
 - soumise à un couple de pilotage $C_r \vec{z}$ par l'intermédiaire d'un moteur dont le stator est solidaire du bâti 0.
- la roue 4,
 - de rayon R , d'inertie I par rapport à l'axe $O_4 \vec{z}$ (axe principal d'inertie),

- en liaison pivot sans frottement, d'axe $O_4 \vec{z}$, de paramètre θ_4 , avec le châssis.
- soumise à un couple $C_{me} \vec{z}$ (stator du moteur solidaire du châssis).

Le contact entre la roue 4 et le rouleau 5 est du même type qu'entre la roue et la route, à savoir un contact ponctuel avec frottement (ou adhérence) mettant en valeur la résistance au roulement.

On considère qu'il y a roulement sans glissement entre 4 et 5 au point I_{45} .

La liaison entre le rouleau 5 et la roue d'inertie 6 se fait par un engrenage extérieur supposé parfait. On peut modéliser cette liaison comme un contact ponctuel avec frottement (ou adhérence) où il existe roulement sans glissement. Le rapport de réduction est u avec $u = -\dot{\theta}_6/\dot{\theta}_5$

On désire que le moteur du véhicule fonctionne dans les mêmes conditions que sur piste. On cherche donc à déterminer le rapport de réduction et le couple C_r à appliquer pour que le couple moteur en essai C_{me} soit identique au couple moteur en course C_m obtenu à la partie précédente.

A cet effet, on isole l'ensemble S composé des 4 solides 1, 4, 5 et 6 : $S = \{1,4,5,6\}$.

- Q1. Ecrire l'énergie cinétique E_c de cet ensemble matériel S dans le mouvement des solides par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R} = (O_5, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, en fonction de I, I_5, I_6, u et θ_4 .
- Q2. Ecrire la puissance \mathcal{P}_{ext} développée par toutes les forces extérieures au système matériel S dans le mouvement des solides par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R} = (O_5, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.
- Q3. Déterminer la puissance \mathcal{P}_{int} de tous les efforts intérieurs au système matériel S.
- Q4. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique appliqué au système matériel S. En déduire l'expression du couple C_{me} en fonction de $C_r, I, I_5, I_6, N_{54}, \theta_4, d$ et u .
- Q5. En identifiant le couple C_{me} à C_m obtenu à la partie précédente :
 - a. Quels effets peuvent être reproduits par l'architecture mécanique du banc sans avoir recours au couple C_r ?
 - b. A ce titre, que doit-on adopter comme rapport de réduction u ?
 - c. Quel chargement N_{54} doit être appliqué en A4 pour reproduire correctement l'effet de la résistance au roulement ?
 - d. Quel est l'expression du couple C_r à piloter pour reproduire les autres effets ?

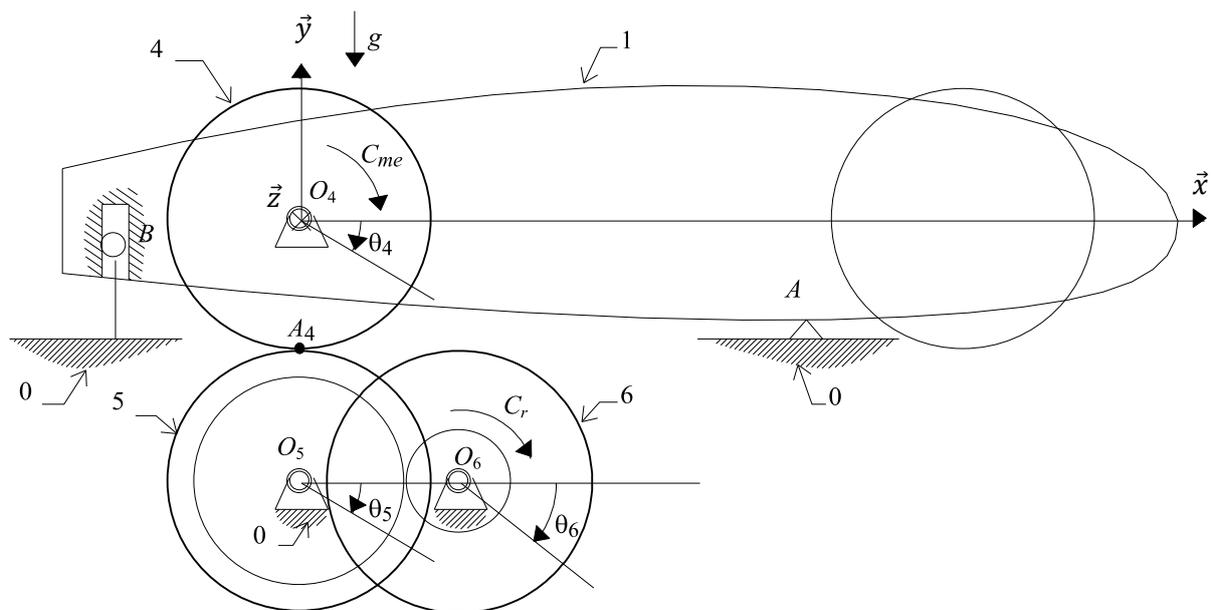


Figure 3 : Banc d'essai véhicule

Formulaire

Torseur en un point A :

$$[T]_{A,B} = \left[\begin{array}{c} \vec{R} = \begin{array}{c} X \\ Y \\ Z \end{array} \\ \mathcal{B} \end{array} \right]_A \quad \vec{M}_A = \left[\begin{array}{c} L \\ M \\ N \end{array} \right]_A \quad \text{avec} \quad \vec{M}_{A[T]} = \vec{M}_{B[T]} + A\vec{B} \wedge \vec{R}_{[T]}$$

Torseur cinématique en un point A du mouvement d'un solide rigide :

$$[C_{S/\mathcal{R}}] = [\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \quad , \quad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})}]_A \quad \text{avec} \quad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} = \vec{V}_{(B \in S/\mathcal{R})} + A\vec{B} \wedge \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}$$

Relation de composition des vitesses :

$$\vec{V}_{(A \in S_2/S_0)} = \vec{V}_{(A \in S_2/S_1)} + \vec{V}_{(A \in S_1/S_0)}$$

Relation de dérivation dans une base mobile :

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_1} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_2} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{u}$$

Principe Fondamental de la Dynamique :

$$[\mathbf{F}_{Ext/S}]_A = [\mathcal{D}(S/\mathcal{R})]_A \Rightarrow \begin{cases} \vec{R}_{[Ext/S]} = m \vec{\Gamma}_{(G \in S/\mathcal{R})} \\ \vec{M}_{A[Ext/S]} = \vec{\delta}_A(S/\mathcal{R}) \end{cases}$$

avec :

$$\vec{\delta}_A(S/\mathcal{R}) = \left(\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_A(S/\mathcal{R}) \right)_{\mathcal{R}} + m \vec{V}_{(A/\mathcal{R})} \wedge \vec{V}_{(G \in S/\mathcal{R})}$$

où :

$$\vec{\sigma}_A(S/\mathcal{R}) = [I_{A,B}(S)] \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} + m A\vec{G} \wedge \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} \quad \text{avec} \quad A \in S$$

et

$$[I_{A,B}(S)] = \begin{bmatrix} \int_S (y^2+z^2)dm & -\int_S xydm & -\int_S xzdm \\ & \int_S (z^2+x^2)dm & -\int_S yzdm \\ & & \int_S (x^2+y^2)dm \end{bmatrix}$$

Théorème de Huygens

$$[I_{A,B}(S)] = [I_{G,B}(S)] + [I_{A,B}(G,m(S))]$$

Puissance développée

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = [\vec{R}_{[Ext/S]} \quad \vec{M}_{A[Ext/S]}]_A \otimes [\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \quad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})}]_A$$

Energie cinétique

$$\mathcal{E}_{S/\mathcal{R}} = \frac{1}{2} m \vec{V}_{(G \in S/\mathcal{R})}^2 + \frac{1}{2} \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \cdot ([I_{G,\cdot}(S)] \cdot \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}), \text{ si A est fixe, } \mathcal{E}_{S/\mathcal{R}} = \frac{1}{2} \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \cdot ([I_A(S)] \cdot \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}})$$

$$\mathcal{E}_{S/\mathcal{R}} = \frac{1}{2} [\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \quad \vec{V}_{P \in S/\mathcal{R}}]_P \otimes [\vec{Rc}(S/\mathcal{R}) \quad \vec{\sigma}_P(S/\mathcal{R})]_P \text{ pour un point quelconque}$$

Théorème de l'Energie Cinétique

$$\left(\frac{d\mathcal{E}_{S/\mathcal{R}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \mathcal{P}_{Ext \dot{a} S/\mathcal{R}} + \mathcal{P}_{Int \dot{a} S/\mathcal{R}}$$