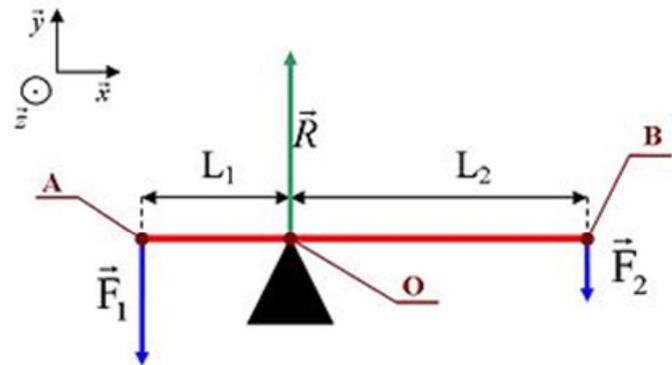


MECANIQUE



CM°2 - Statique

Objectifs du cours :

Introduire le principe fondamental de la statique dans le plan.

Plan du cours :

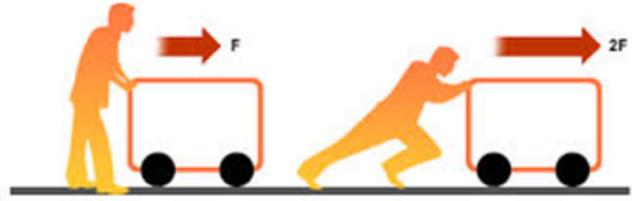
- Notion d'effort et de force
- Degrés de liberté d'un solide (plan)
- Notion de moment
- Principe fondamental de la statique sur un solide
- Exemples

Mes commentaires

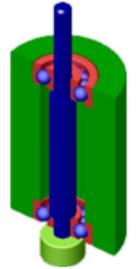
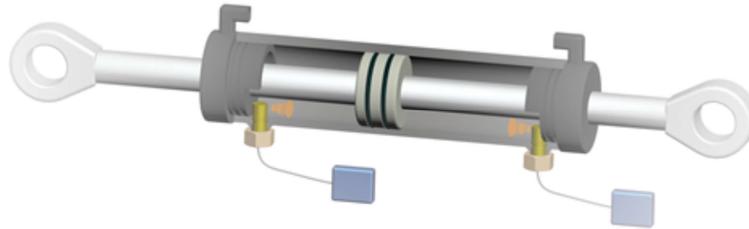


Notion de forces

Force:



Force de contact:



Force à distance:



Définition d'une force

- Interaction entre 2 objets ou systèmes
- Action mécanique qui génère une accélération ou une modification de vitesse/trajectoire.

Classification

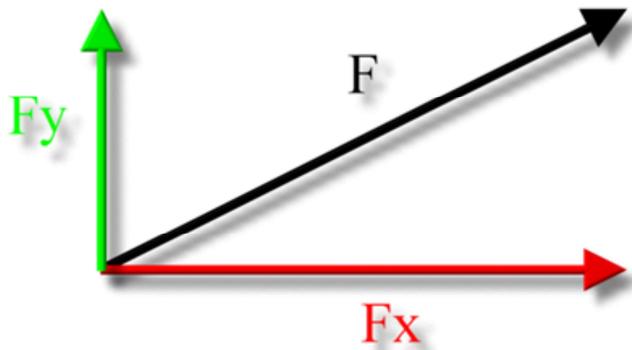
- De contact (pression, frottement, liaison, ...) ou à distance (gravité, électrostatique, ...)
- Conservative ou non conservative (cf. notion de travail et énergie potentielle)

Mes commentaires



Représentation d'une force

Vecteur force:



Notation:



Ecriture vectorielle:

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Simplification si dans le plan (Oxy)} \\ F_z = 0 \end{array}$$

Norme:

$$F = \|\vec{F}\| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Action/réaction
(3^{ème} loi de Newton):



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Représentation

Une force se représente par :

- Une direction, un sens, une norme (en Newton, N) et un point d'application
- Par un vecteur.

Dans ce cours on se limitera à des efforts dans le plan.

Notation

La force d'un solide 1 sur un solide 2 se notera avec un indice 1/2.

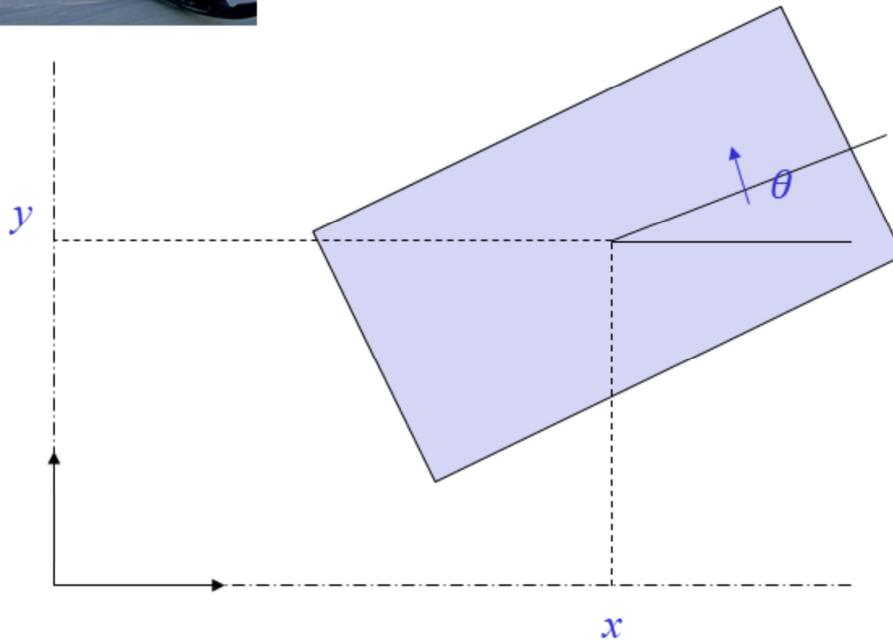
Action/réaction : principe des actions réciproques (3^{ème} loi de Newton)

« L'action est toujours égale à la réaction ; c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales et dans des directions contraires »

Mes commentaires



Degrés de liberté



Un solide dans un plan à 3 degrés de liberté : 2 en translation, 1 en rotation

Dans l'espace, un solide possède 6 degrés de liberté: 3 en translation, 3 en rotation

Le concept de force permet de représenter les effets des actions mécaniques sur les degrés de liberté en translation.

Pour la rotation un autre concept doit être utilisé : la notion de moment.

ATTENTION: Il est primordial de toujours indiquer le système et le référentiel d'étude !!!

Mes commentaires

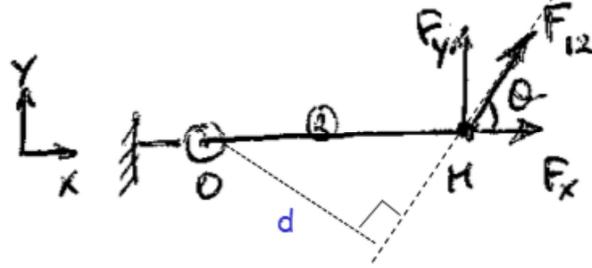


Moment d'une force

Méthode du bras de levier



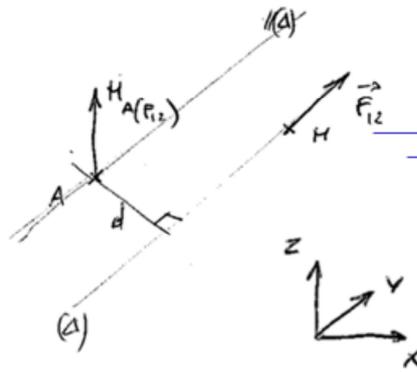
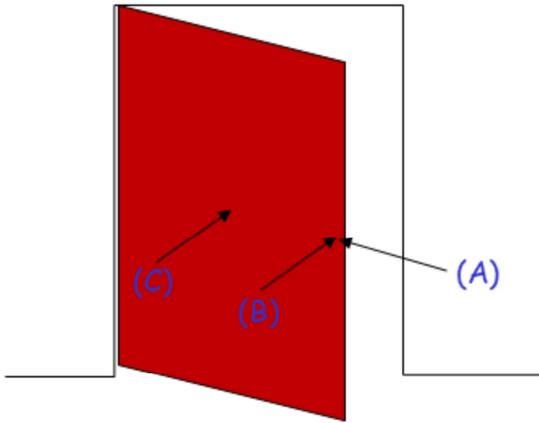
Produit scalaire (pour un modèle à 2D **UNIQUEMENT!!!**):



Moment = (Force).(distance perpendiculaire)

$$M_{F_{12}/O} = \|\overrightarrow{OM}\| \cdot F_y = \|\overrightarrow{OM}\| \cdot \|\overrightarrow{F_{12}}\| \cdot \sin(\theta) = d \cdot \|\overrightarrow{F_{12}}\|$$

Calcul vectoriel (pour un modèle 2 ou 3D):



$$\begin{aligned} \vec{M}_{F_{12}/A} &= \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{F_{12}} \\ &= \begin{pmatrix} X_{AM} \\ Y_{AM} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_{12} \\ Y_{12} \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ X_{AM}Y_{12} - Y_{AM}X_{12} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Le moment d'une force exprime la capacité d'une force à mettre en rotation un solide.

La notion de moment peut facilement s'introduire avec une porte :

- Il est inefficace d'exercer un effort sur la tranche comme (A)
- Il est plus efficace d'exercer un effort loin de l'axe de rotation, c.à.d. plutôt en (B) que (C)

Le moment quantifie ces concepts, effet de l'orientation de l'effort et distance à l'axe de rotation, dans une grandeur mathématique qui peut se calculer à l'aide d'un produit vectoriel ou directement par le produit de la distance x composante utile de l'effort.

La longueur d est également appelée **bras de levier**.

Les composantes et la norme d'un moment d'une force sont exprimées en **newton-mètre (N.m)**.

Mes commentaires



Moment d'une force

Rappel sur le calcul vectoriel:

The diagram illustrates the transformation of coordinate systems. On the left, two sets of axes are shown: a fixed system (x_u, y_u, z_u) and a rotated system (x_v, y_v, z_v) . Colored arrows (blue, red, green) show the mapping from the fixed axes to the rotated axes. On the right, a vector is represented by a column matrix:

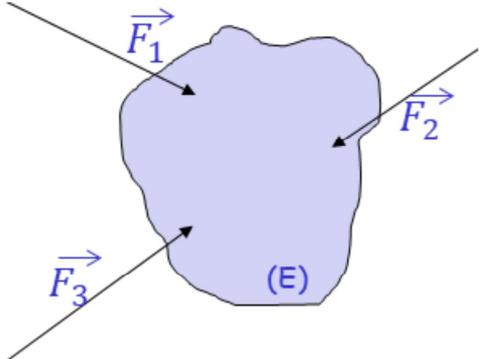
$$\begin{pmatrix} y_u \cdot z_v - z_u \cdot y_v \\ z_u \cdot x_v - x_u \cdot z_v \\ x_u \cdot y_v - y_u \cdot x_v \end{pmatrix}$$

Mes commentaires



Principe Fondamental de la Statique (PFS)

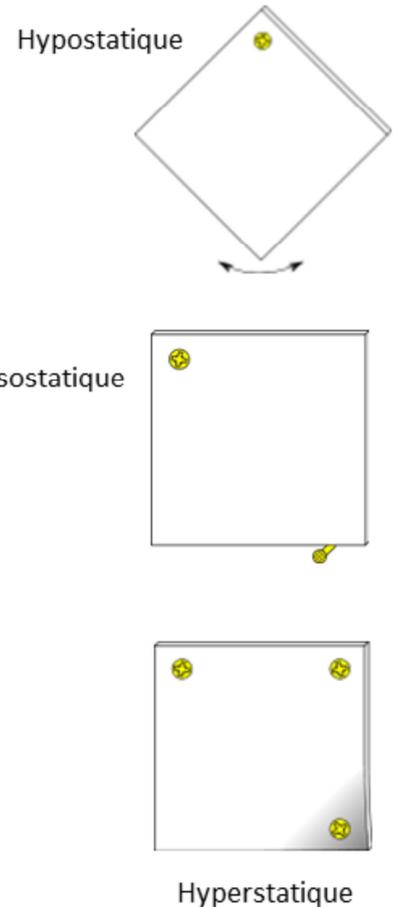
Principe Fondamental de la Statique :



Forces $\sum \vec{F}_{iE} = \vec{0}$ $\xrightarrow{2D}$ 2 équations

Moments $\sum \vec{M}_{F_{iE}/A} = \vec{0}$ $\xrightarrow{2D}$ 1 équation

\forall the point A,
mais tous les moments sont calculés au **MÊME** point!!



Un système mécanique est en « équilibre », c.à.d. conserve une position fixe dans un repère Galiléen, si la somme des actions mécaniques s'exerçant sur lui est nulle. C'est le **principe fondamental de la statique (PFS)**.

IMPERATIF: Définir les frontières du système étudié car le PFS s'exprime à partir des efforts et des moments exercés par l'extérieur sur un solide!

Le PFS permet d'exprimer 3 équations pour un problème plan et permettra donc de déterminer 3 inconnues.

Il y a 6 inconnues dans un problème en 3D.

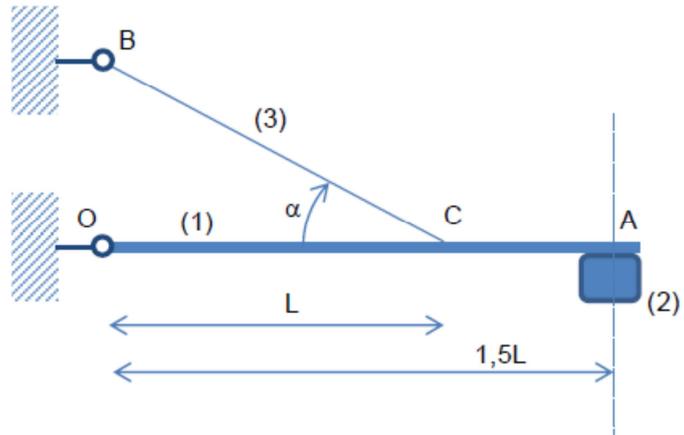
Il faut aussi s'assurer que le nombre total d'inconnues est égal au nombre total d'équations libres, c'est-à-dire que le problème est isostatique.

Méthode: Si le nombre d'inconnues est supérieur à 3 (pour un problème plan), il est nécessaire d'écrire le PFS pour chacun des sous-systèmes afin d'obtenir davantage d'équations.

Mes commentaires



Exemple



La figure ci-dessus représente une potence constituée d'une poutre (1) (OA), d'une treuil (2) supposé en position extrême avec une charge à soulever M à la verticale du point A, d'un câble (3) (BC) permettant de reprendre l'effort. Le problème sera considéré comme plan (plan Oxy).

On donne $\alpha=30^\circ$, $M=200\text{kg}$.

Question: Calculer l'effort T_c dans le câble ainsi que le diamètre du câble ($T_c / S < 100\text{Mpa}$).
Il suffit d'isoler uniquement le solide 1.

Rappel: $F = P \times S$

F: Force en Newton P: Pression en Pa

S: Surface en m^2

Question: Déterminer ensuite les efforts de liaison en B et O.

Vous pourrez isoler différents solides.

Mes commentaires

