

Nom Prénom :

Lettre du groupe de TD :

**EXAMEN Mécanique 3 IMACS - I3MAPH31
INSA 2019 – 2020**

Durée : 1h15

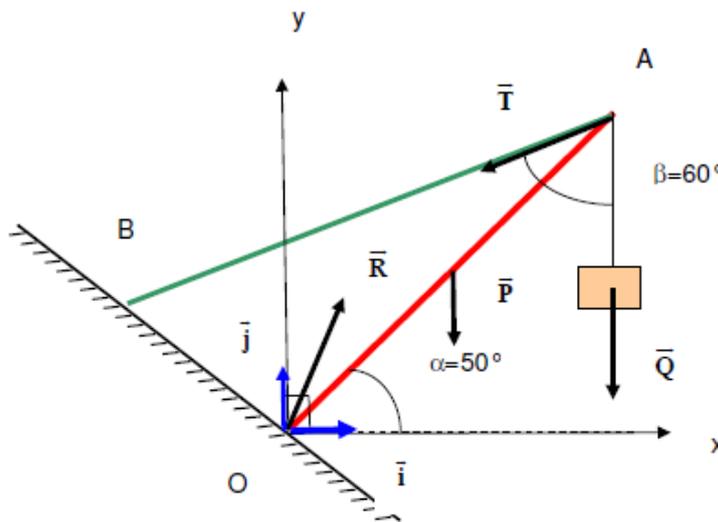
L'usage de tout document est formellement interdit.

Les calculatrices sont autorisées pour un usage personnel.

Vous porterez une attention particulière à la rédaction, l'application des théorèmes et unités.

PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

Un mât OA, de longueur L, de masse M, articulé en O grâce à une liaison pivot est maintenu en équilibre par un câble BA de poids négligeable. En A est suspendue une charge de poids Q.



1- Expliquer les quatre forces représentées ci-dessus. Qui agit sur quoi ?

2- En appliquant le PFS, déterminer la tension du câble T ainsi que les caractéristiques de l'action R.



PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

On considère l'ensemble représenté, constitué de deux corps A et B de masses respectives M et m reliés par un fil inextensible et de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie assimilable à un disque de masse m' et de rayon r . Les frottements s'exerçant sur la poulie équivalent à un couple dont le moment par rapport à l'axe est constant et a pour valeur C .

On prendra l'hypothèse que le fil ne glisse pas sur la poulie.

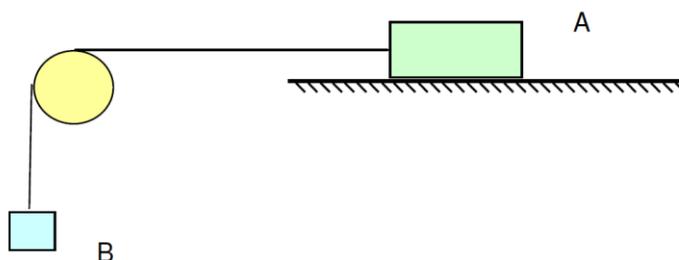
Les frottements qui s'exercent sur A équivalent à une force opposée à la vitesse et de valeur constante f .

Le système, maintenu en équilibre, est abandonné.

On notera D le centre de rotation de la poulie.

1- Déterminer l'accélération du corps B.

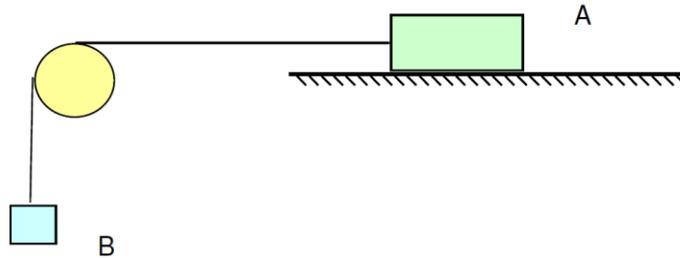
- Étapes :
- Établir le PFD sur chacun des solides A et B ainsi que sur la poulie
 - Établir la relation du mouvement sans glissement du fil sur la poulie



EQUATION DE LAGRANGE

On reprend l'étude des deux masses A et B (de masses respectives M et m) reliées par un fil inextensible et de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie (rayon r , inertie J).

Rappel : Le couple de frottement de la poulie vaut C , le frottement de la masse A sur le sol est représenté par une force d'intensité f opposée au mouvement.

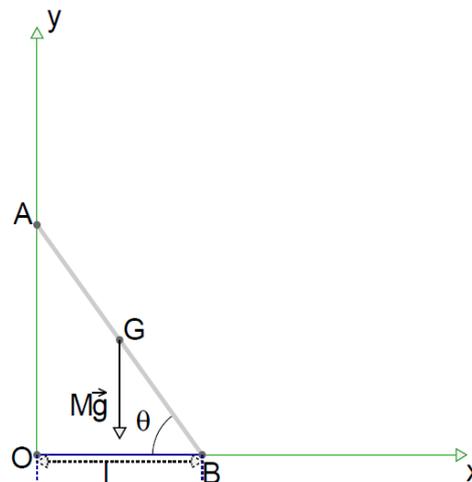


1- Déterminer l'équation du mouvement de la masse B.

- Étapes :
- Déterminer les énergies cinétiques et potentielles de l'ensemble étudié.
(N'oubliez pas d'énoncer les hypothèses permettant d'établir vos relations)
 - Ecrire les travaux virtuels des efforts extérieurs.
 - Ecrire l'équation de Lagrange pour déterminer l'équation du mouvement de la masse B.

THEOREME DES TRAVAUX VIRTUELS

Un artisan utilise une échelle de hauteur $\|\vec{AB}\| = L$ et de masse M pour peindre un mur. Les extrémités de l'échelle s'appuient sur le mur et le sol, voir figure ci-contre. Le pied de l'échelle est attaché au point O du mur par l'intermédiaire d'une corde inextensible de longueur l et de masse négligeable de façon que l'échelle fasse un angle θ et assure sa stabilité. Soit G le centre de gravité de l'échelle. Les frottements en A et en B sont nuls.



1. Dénombrer les forces appliquées à l'échelle

2. Quel est le type de liaison en B ? Justifier la réponse.

Exprimer OA et OB en fonction de L et Θ

3. On se propose de calculer la tension du fil \vec{T} . On cherche à éliminer les réactions du mur sur l'échelle, \vec{R}_A , et du sol sur l'échelle, \vec{R}_B .

3-a) Quel déplacement virtuel doit-on effectuer ? Justifier le choix.

3-b) Exprimer le travail élémentaire de l'échelle

3-c) En utilisant le principe des travaux virtuels, montrer que

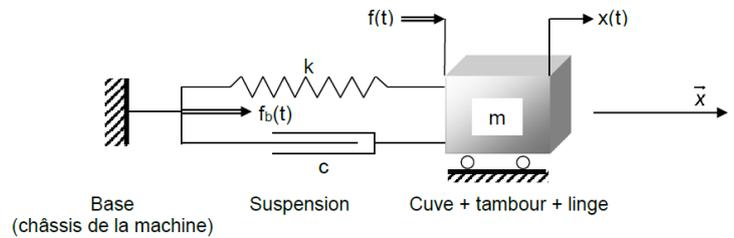
$$\|\vec{T}\| = \frac{1}{2}Mg \cot \theta.$$

MODELISATION NUMERIQUE

Dans une machine à laver le linge, au cours de l'essorage, le linge s'accumule sur un côté du tambour. La force centrifuge qui s'exerce sur lui possède un module constant, et une direction tournante. En projection sur un axe x , elle donne une force sinusoïdale $f(t)$, dont la fréquence est celle de la rotation du tambour.

Pour éviter de transmettre des vibrations excessives à la machine, et à son environnement, on suspend la cuve contenant le tambour par une suspension souple, que l'on modélise ici, selon la direction x , par un oscillateur élémentaire en translation.

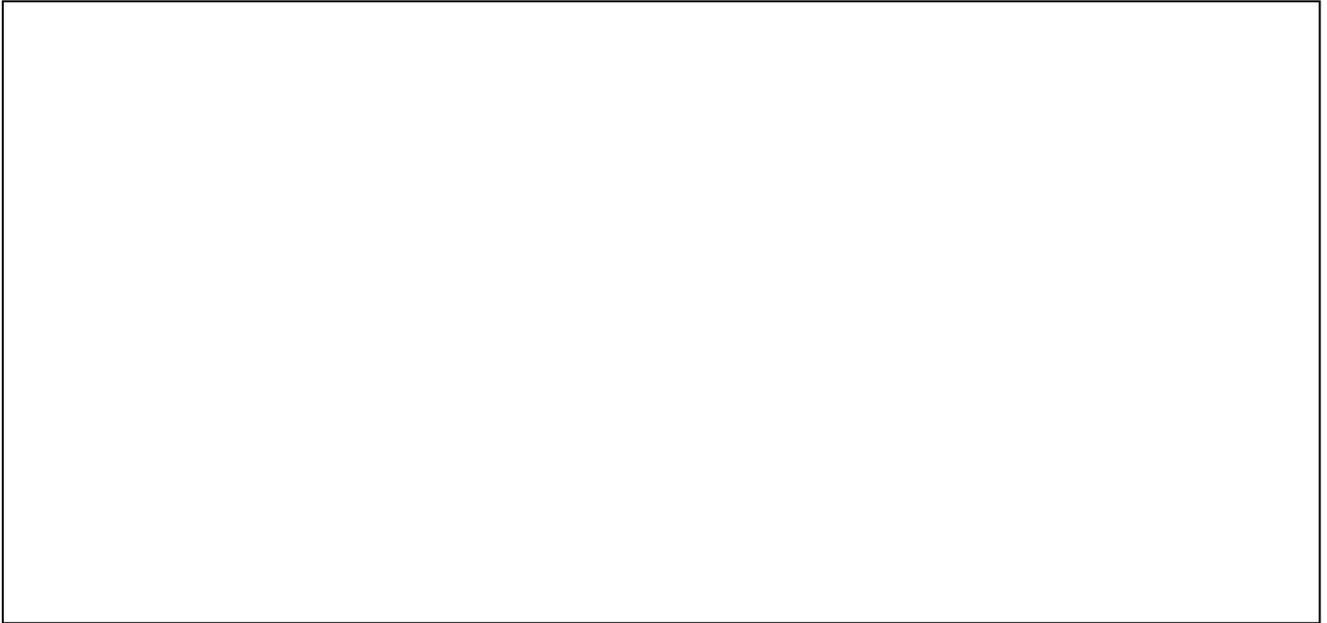
Raideur du ressort : 15000 N/m
Coefficient d'amortissement : 800 N.s/m
Masse de l'ensemble : 10 kg



En régime harmonique, on montre que $x(t)$ est de la forme $x(t)=X.\cos(\omega.t+\varphi)$

1- Exprimer l'effort sur le bâti $f_b(t)$ fonction de $x(t)$ puis calculer son amplitude fonction de X , ω , c et k .

- 2- Expliquer pourquoi on choisit les caractéristiques de l'oscillateur de manière à éviter que sa fréquence propre soit proche de celle de la rotation du tambour. Calculer cette fréquence propre.



- 3- Proposer à l'aide des éléments ci-dessous un modèle Dymola permettant de simuler l'essorage de la machine à laver (tous les composants ne doivent pas être utilisés !). Préciser la valeur des paramètres.

