

**EXAMEN Mécanique 3 IMACS - I3MAPH31**  
**INSA 2020 – 2021 Session 2** Durée : 1h30

L'usage de tout document est formellement interdit. Les calculatrices sont autorisées pour un usage personnel.

Vous porterez une attention particulière à la rédaction, l'application des théorèmes et unités.

**PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE**

Un véhicule à trois roues est présenté sur la figure ci-dessous. On note A, B et C les trois points de contact des roues avec le sol. G est le centre de gravité du véhicule. G<sub>1</sub> et G<sub>2</sub> sont les centres de gravité des passagers.

On pose :

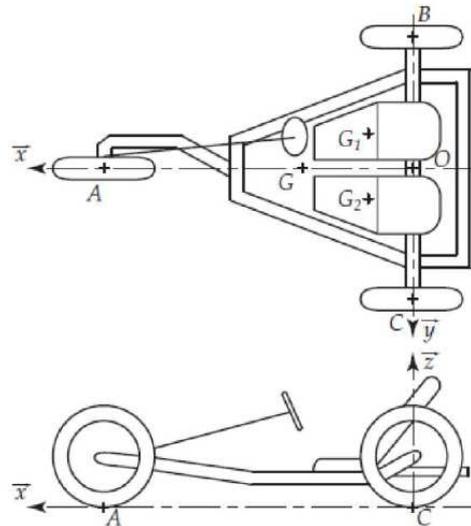
$$\overline{OA} = L_1 \cdot \vec{x}; \overline{OB} = -l_1 \cdot \vec{y}; \overline{OC} = l_1 \cdot \vec{y}$$

$$\overline{OG} = L_2 \cdot \vec{x} + h \cdot \vec{z}$$

$$\overline{GG_1} = -l_2 \cdot \vec{y} - l_3 \cdot \vec{x}$$

$$\overline{GG_2} = l_2 \cdot \vec{y} - l_3 \cdot \vec{x}$$

Le véhicule a pour masse M et les passagers m<sub>1</sub> et m<sub>2</sub>. On suppose que le véhicule à l'arrêt est en équilibre et que les contacts (ponctuels de normale  $\vec{z}$ ) en A, B et C se font sans frottement.



AN :  $L_1 = 2,1m$  ;  $L_2 = 0,6m$  ;  $l_1 = 0,8m$  ;  $l_2 = 0,5m$  ;  $l_3 = 0,4m$  ;  $M = 600kg$  ;  $g = 10m \cdot s^{-2}$  ;  $m = 80kg$ .

$m_1 = 40kg$  ;  $m_2 = 80kg$

**Question 1 :** Dans le cas où les masses m<sub>1</sub> et m<sub>2</sub> sont égales (m<sub>1</sub>=m<sub>2</sub>=m).

Proposer un modèle plan et déterminer l'expression littérale en fonction des masses et des données géométriques les actions en A, B et C.

Effectuer l'application numérique.

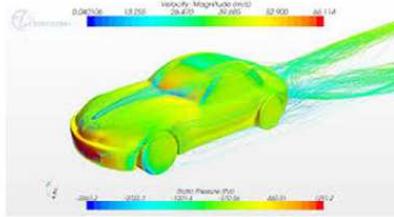


**Question 2 :** Que se passe-t-il lorsque les masses  $m_1$  et  $m_2$  sont différentes.  
Déterminer les actions en A, B et C en fonction des masses et des données géométriques dans le cas général.  
Effectuer l'application numérique.



## DYNAMIQUE DE TRANSLATION

Une voiture roule sur une trajectoire rectiligne à vitesse constante. Elle aborde une montée.



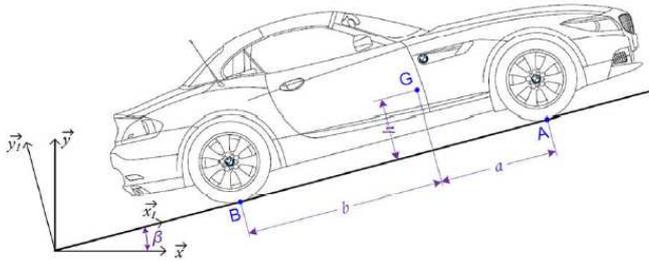
Masse de la voiture :  $m = 1500 \text{ kg}$

Frottement aérodynamique

$$F_d = \frac{1}{2} \rho C_x S v^2$$

- $\rho = 1.20$  : densité volumique de l'air ( $\text{kg/m}^3$ )
- $v$  : vitesse du véhicule (m/s)
- $S = 1.5 \text{ m}^2$  : surface frontale ( $\text{m}^2$ )
- $C_x = 0.35$  : coefficient de trainée (sans unité)

1/

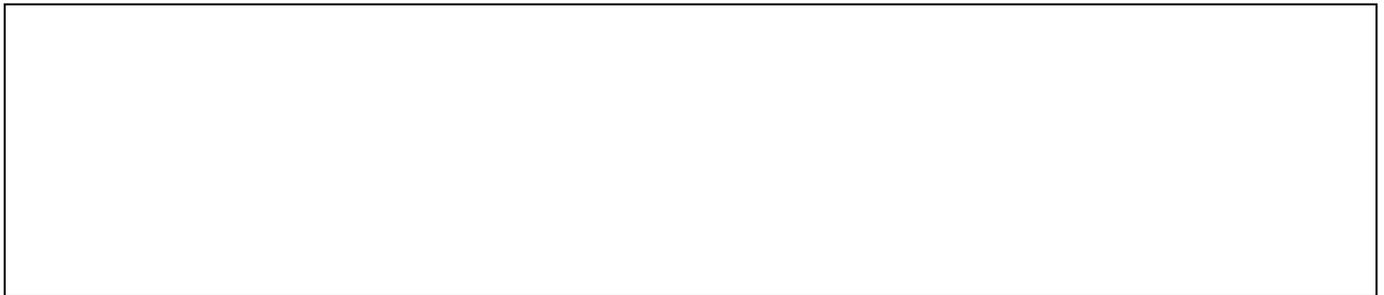


Force de résistance au roulement

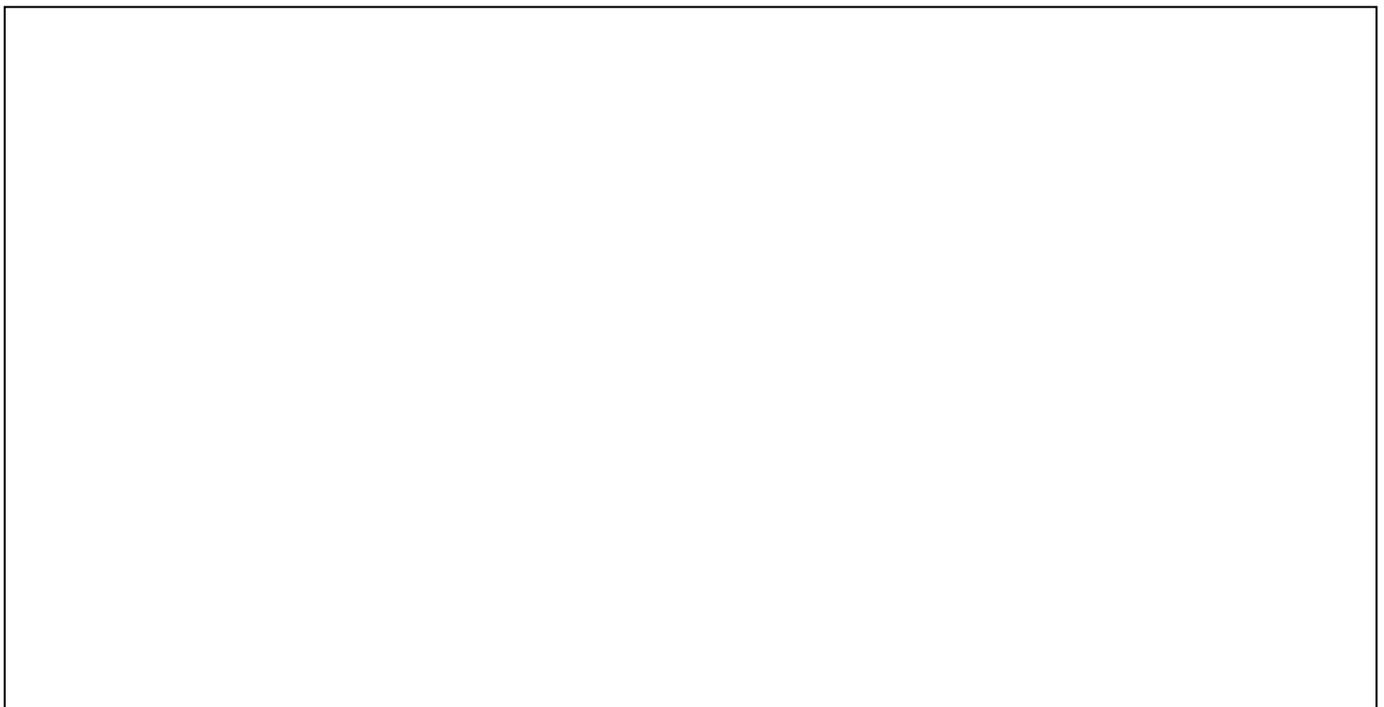
$$F_r = C_{rr} N$$

- $C_{rr} = 100 \cdot 10^{-4}$  : coefficient de la résistance au roulement (sans unité)
- $N$  : force normale (N)

**Question 3 :** Positionner les forces extérieures appliquées sur le système étudié et donner leurs caractéristiques.

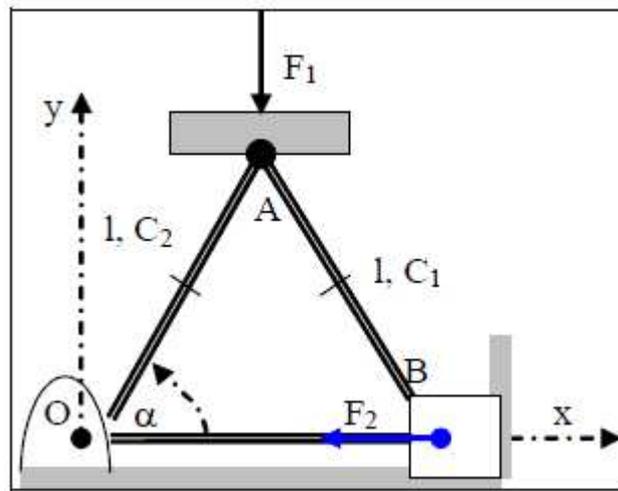


**Question 4 :** Calculer la puissance nécessaire à développer pour assurer une vitesse de 100 km/h sur une pente de 5%.



## THEOREME DES TRAVAUX VIRTUELS

On appelle *levier à pression* le système de 2 tiges identiques (de même masse  $m$ ) articulées dont l'une a une extrémité immobile  $O$  et l'autre une extrémité  $B$  qui peut se déplacer suivant l'axe  $Ox$ .  
On exerce en  $A$  une force verticale  $F_1$  dirigée vers le bas.



**Question 5 :** Exprimez à l'aide du théorème des travaux virtuels, la force  $F_2$  que doit exercer le bâti en  $B$  pour que le système soit en équilibre.

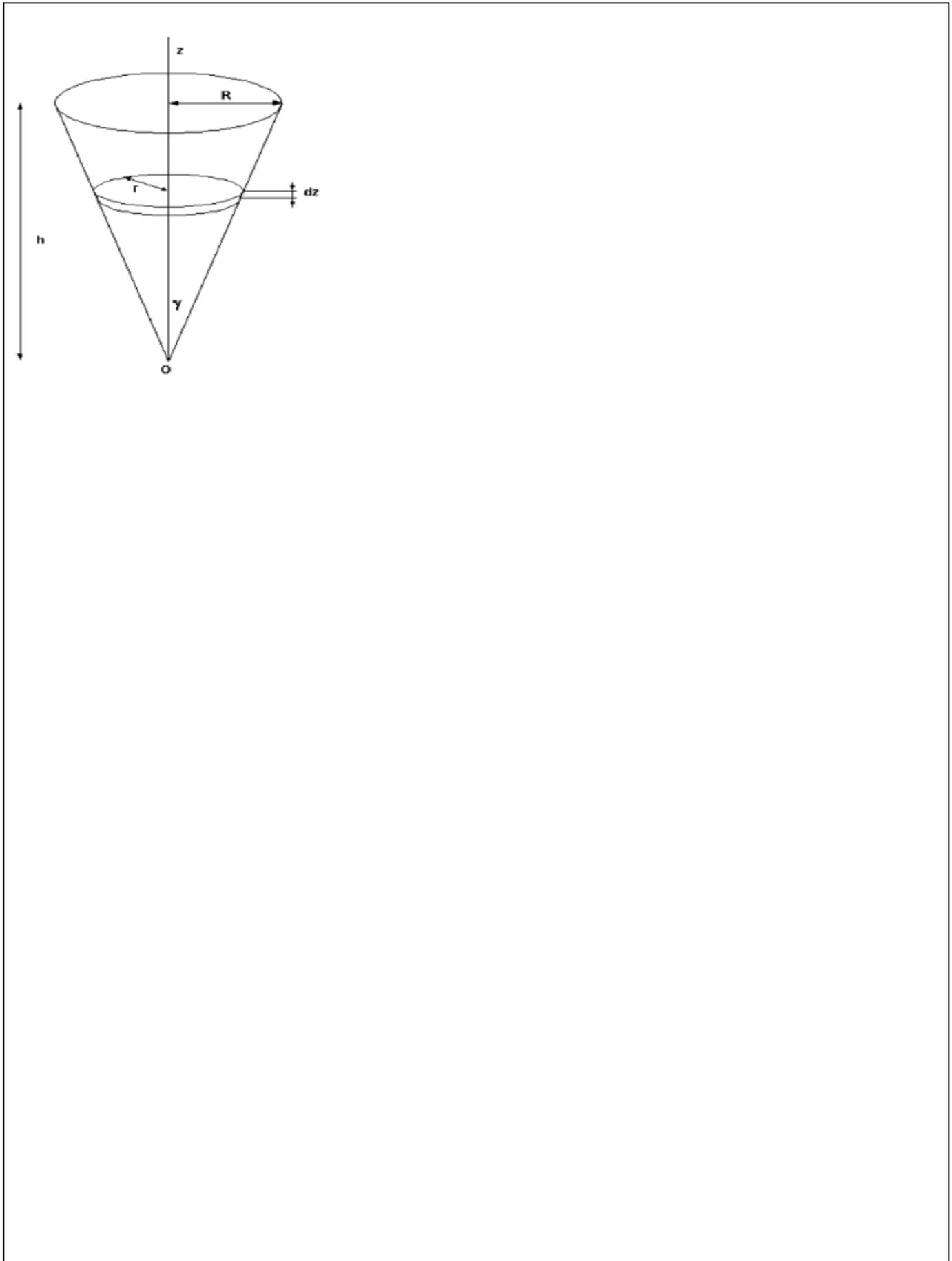
Limitons-nous au cas particulier important où les liaisons en  $O$ ,  $A$  et  $B$  sont parfaites, en l'absence de frottement et en l'absence de glissement.

Aide au raisonnement :

- Définir le système à isoler
- Répertorier les forces extérieures et leur point d'application
- Déterminer les coordonnées des points d'application des forces
- Calculer les variations élémentaires de ces positions
- Appliquer le théorème des travaux virtuels
- Résoudre

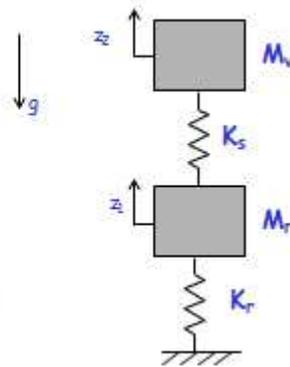
## MOMENT D'INERTIE

**Question 6 :** Déterminer le moment d'inertie selon  $z$ , d'un cône creux de masse  $m$ , hauteur  $H$ , rayon à la base  $R$ .



## ENERGIE POTENTIELLE

On propose la modélisation ci-dessous d'une suspension de voiture.



**Question 7 :** Déterminer les expressions des positions d'équilibre d'une suspension à l'aide de l'énergie potentielle du système.