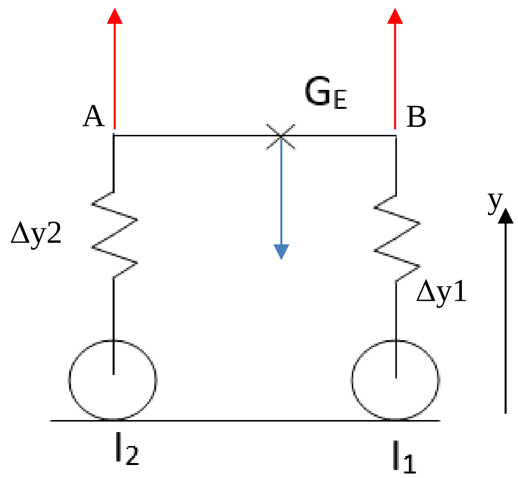
TD Mécanique - Eléments de correction

PARTIE PFS

Exercice 2 :



On isole A, G_E, B :
3 forces extérieures : Poids, réaction en A, réaction en B
PFS en projection suivant y : $R_A + R_B - P = 0$
PFS en moment autour de z en A :
$-(m + M)*g*L_2+RB*(L_1+L_2) = 0$

$R_B = -k*\Delta y1$ avec $\Delta y1 = y1-y0$ (y0 longueur libre du ressort)
$R_A = -k*\Delta y2$

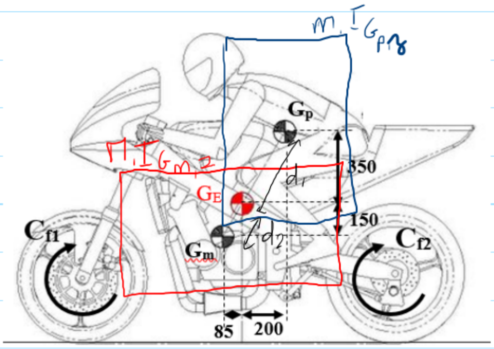
Donc $\Delta y1 = - (m + M)*g* L_2/(k * (L_1+L_2))$

$\Delta y2 = - (m + M)*g* L_2/k * (1- L_2 /(L_1+L_2))$

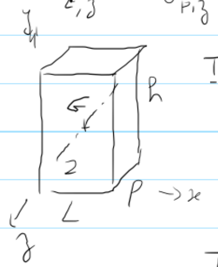
A.N : Si $L_1 = L_2 = 0.7$ m → $\Delta y1 = \Delta y2 = 0.144$ m

PARTIE Moment d'inertie

Exercice 2 : Calcul de l'inertie totale et calcul de l'inertie d'un parallélépipède :



$$I_{G_{E,z}} = I_{G_{P,z}} + m.d_1^2 + I_{G_{m,z}} + M.d_2^2$$



$$I_{G_z} = \int_V r^2 dm$$

Section constante suivant z donc :

$$I_{G_z} = \rho.P \int_S r^2 dS = \rho.P \int_S x^2+y^2 dx dy$$

$$I_{G_z} = \rho P\left(\int_S x^2 dx dy + \int_S y^2 dx dy\right)$$

$$= \rho.P\left(\int_{-L/2}^{L/2} x^2.dx \int_{-h/2}^{h/2} dy + \int_{-L/2}^{L/2} dx.\int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy\right)$$

$$I_{G_z} = \rho P.\left(h\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2} + L\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-h/2}^{h/2}\right)$$

$$I_{G_z} = \rho.P\left(\frac{h.L^3}{12} + \frac{h^3.L}{12}\right) = \rho.\underbrace{P.h.L}_{V}\left(\frac{L^2}{12} + \frac{h^2}{12}\right)$$

donc $\boxed{I_{G_z} = m.\frac{L^2+h^2}{12}}$ (avec $m = \rho V$)

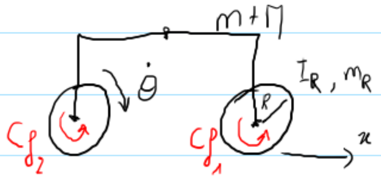
$$I_{G_{E,z}} = \frac{90(0,13^2+0,04^2)}{12} + 90.(0,35^2+0,2^2) + \frac{210(0,05^2+0,15^2)}{12} + 210.(0,085^2+0,15^2)$$

$\boxed{I_{G_{E,z}} = 78,5 \text{ kg.m}^2}$

PARTIE PFS

Exercice 2 :

On utilise le modèle simplifié ci-dessous (pas de suspensions)



$$E_k = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 + 2\times\underbrace{\left(\frac{1}{2} I_R \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_R \dot{x}^2\right)}_{\text{rotation + translation des roues}} \quad ; E_p = 0$$

Roulement sans glissement : $\dot{x} = R\dot{\theta}$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2}(m+M)\dot{x}^2 + I_R \frac{\dot{x}^2}{R^2} + m_R \dot{x}^2 \qquad I_R = m_R R^2 \text{ (cylindre creux)}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_k}{dt} = (m+M)\dot{x}\ddot{x} + 2m_R \dot{x}\ddot{x} + 2m_R \dot{x}\ddot{x} = \dot{x}\ddot{x}(m+M+4m_R)$$

$$\sum P_{F_{ext}} = (C_{f_1} + C_{f_2})\cdot\dot{\theta} = (C_{f_1} + C_{f_2})\cdot\frac{\dot{x}}{R}$$

$$\frac{d(E_k+E_p)}{dt} = \sum P_{F_{ext}} - P_{F_{int}} \Rightarrow \ddot{x} = \frac{(C_{f_1} + C_{f_2})}{R\cdot(m+M+4m_R)}$$

On obtient $\ddot{x} = -4.6\ m/s^{-2}$.