Exo 1

Etude dans le référentiel terrestre : base cartésienne $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$

bateau au repos (à l'équilibre) $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

+ poids : $\vec{P} = m_b \vec{g} = -\rho_b V_b g \vec{e_z}$

* poussée d'Archimède : $\vec{F}_{ar} = \rho_e V_e g \vec{e_z}$ (égale au poids du volume d'eau déplacé)

$$-\rho_b V_b g + \rho_e V_e g = 0$$

$$\boxed{\frac{\rho_b}{\rho_e} = \frac{V_e}{V_b}}$$

Exo 2

Etude dans le référentiel terrestre : base cartésienne $(\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$

iceberg au repos : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

+ poids : $\vec{P} = -m_{iceberg} \vec{g} = -\rho_g V g \vec{e_z}$

+ poussée d'Archimède air : $\vec{F}_{air} = \rho_a V_e g \vec{e_z}$

* poussée d'Archimède eau : $\vec{F}_{eau} = \rho_e V_i g \vec{e_z}$

$\Rightarrow -\rho_g V + \rho_a V_e + \rho_e V_i = 0$

$$\rho_a V_e + \rho_e V_i = \rho_g V \qquad V = V_e + V_i$$

$$(\rho_a - \rho_g) V_e = (\rho_g - \rho_e) V_i$$

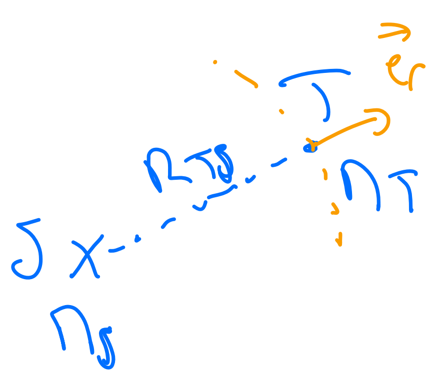
$$\boxed{\frac{V_e}{V_i} = \frac{(\rho_g - \rho_e)}{(\rho_a - \rho_g)} = \frac{\rho_e - \rho_g}{\rho_g - \rho_a}}$$

A.N.: $$\frac{V_e}{V_i} = \frac{1,02\,10^3 - 0,92\,10^3}{0,92\,10^3 - 1,28} \approx \frac{100}{919} = 0,11$$

d'où $$\frac{V_e}{V} = \frac{V_e}{V_i + V_e} = \frac{V_e/V_i}{\frac{V_i}{V_i} + \frac{V_e}{V_i}} = \frac{V_e/V_i}{1 + \frac{V_e}{V_i}}$$

$$\frac{V_e}{V} = \frac{0,11}{1+0,11} \approx 0,1$$ 10 % pour la partie émergée.

Exo3:



Mouvement circulaire uniforme de la Terre dans le réf héliocentrique.

1) Bilan des forces : $\vec{F}_{S \to T} = -\frac{G m_T m_S}{R_{TS}^2} \vec{e_r}$

accélération : centripète : $-R_{TS} \dot{\theta}^2 \vec{e_r}$

$\dot{\theta}$: vitesse angulaire $= \frac{2\pi}{T}$: le temps mis pour une révolution (1 tour)

$$\cancel{+}\cancel{m_T} R_{TS} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \cancel{+} \frac{G \cancel{m_T} m_S}{R_{TS}^2}$$

$$\boxed{m_S = \frac{R_{TS}^3 \times 4\pi}{G T^2}}$$

2) A.N : $m_S = \frac{(1{,}5\ 10^8)^3 \times 4\pi}{6{,}67\ 10^{-11} \times 365 \times 24 \times 3600}$

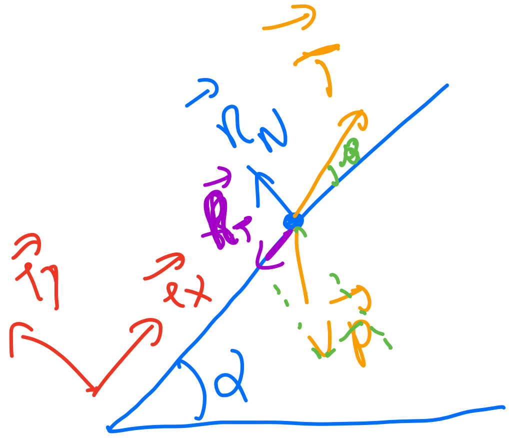
$$= \frac{1{,}5^3 \times 4 \times \pi \times 10^{24}}{6{,}67 \times (365 \times 24 \times 36 \times 10^{-9})^2}$$

$$\approx 9{,}5\ 10^{-12} \times 10^{24} \times 10^{18}$$

$$\simeq 9{,}5\ 10^{30}\ \text{kg}$$

Rmq : La masse du Soleil est estimée à $1{,}98 \cdot 10^{30}$ kg

Exo 3 :



$$\vec{R} = \begin{vmatrix} -R_T \\ R_N \end{vmatrix} \qquad \vec{T} = \begin{vmatrix} T\cos\beta \\ T\sin\beta \end{vmatrix} \qquad \vec{P} = \begin{vmatrix} -mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{vmatrix}$$

1) a) force de réaction contact :

$$\begin{cases} m\ddot{x} = T\cos\beta - R_T - mg\sin\alpha \\ m\ddot{y} = R_N + T\sin\beta - mg\cos\alpha \end{cases}$$

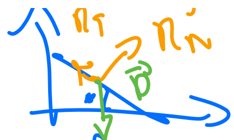
Mvt uniforme $\Leftrightarrow$ $\ddot{x} = \ddot{y} = 0$

$$\vec{R} = R_T\,\vec{e}_x + R_N\,\vec{e}_y$$

$$\boxed{\vec{R} = (T\cos\beta - mg\sin\alpha)\,\vec{e}_x + (mg\cos\alpha - T\sin\beta)\,\vec{e}_y}$$

b) pas de frottement : $R_T = 0$ $\quad \boxed{\vec{R} = (mg\cos\alpha - T\sin\beta)\,\vec{e}_y}$

2a) : $\boxed{m\ddot{x} = g\sin\theta - g f_d \cos\theta}$



2b) au repos : $R_T < f_s R_N$

le système se met en mvt si $R_T = f_s R_N$

rappel : $f_s > f_d$

La réaction normale compense la projection du poids : $R_N = mg\cos\theta$

et au repos $R_T = mg\sin\theta$

$$\Rightarrow R_T = f_s R_N$$

$$mg\sin\theta = f_s\, mg\cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \arctan f_s}$$