NOM-Prénom : . . . . . . . . . . . .   Groupe : . . . . . .

# 1A CC2 Mécanique du point (1h)

Lundi 28 novembre 2022

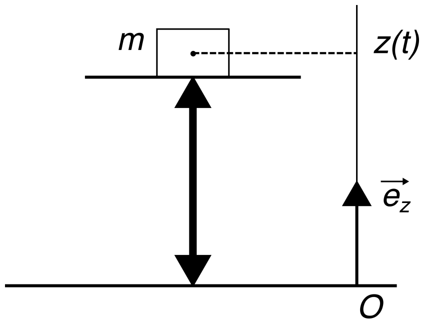
- Répondre sur le sujet, penser à simplifier au maximum vos résultats et à utiliser les résultats des questions précédentes même si n'avez pas réussi leur démonstration.
- Aucun document n'est admis, une calculatrice est autorisée.
- Vous serez évalués sur les acquis de l'apprentissage suivants :

  **MP1** : Connaître les concepts généraux de la mécanique du point

  **MP2** : Résoudre un problème, calculer et analyser le résultat en mécanique du point.

## Masse sur un support oscillant

On considère, dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ supposé galiléen, le montage ci-contre, dans lequel une masse $m$ repose sur un plateau, lui-même monté sur un actionneur qui impose un mouvement sinusoïdal de va-et-vient vertical de sorte que la coordonnée $z(t)$ de la masse s'écrit : $z(t) = z_0 + A\cos(\omega t)$, avec $A$ une constante positive. Il n'existe aucun frottement dans ce système. Le système évolue dans le champ de pesanteur terrestre dirigé selon $-\vec{e}_z$, avec $g = 9,81$ m.s$^{-2}$.




1. Faire le bilan des forces qui s'appliquent sur la masse $m$, et donner leurs expressions. (**MP1** : 2 pts)

2. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la masse $m$, et en détaillant la démarche, déterminer l'expression de composante selon $\vec{e}_z$ de la force de réaction du support, en fonction de $m,\ g,\ A,\ \omega$ et $t$. (**MP1** : 2 pts)

3. Dans les expressions des forces, comment se traduit le fait que le masse reste en contact avec le plateau et ne décolle pas ? (**MP2** : 1 pt)

4. Déterminer les valeurs minimale et maximale de la composante selon $\vec{e}_z$ de la force de réaction du support. (**MP2** : 1 pt)

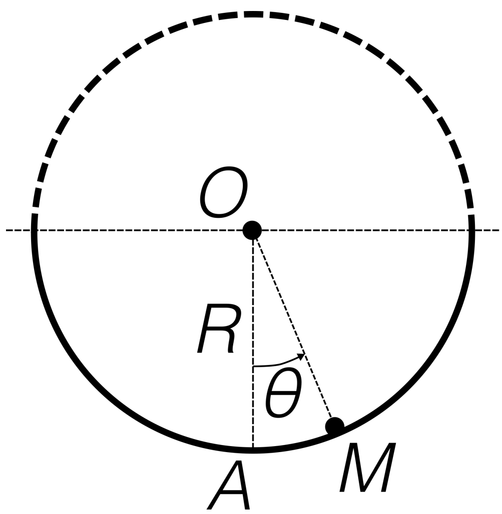
5. En déduire que la pulsation des oscillations ($\omega$) ne doit pas dépasser une valeur limite pour s'assurer que la masse reste au contact du plateau. (**MP2** : 1 pt)

6. Calculer numériquement la valeur de la fréquence limite pour $A = 5$ cm et $m = 500$g. (**MP2** : 1 pt)

## Une bille dans une gouttière circulaire

On étudie dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ supposé galiléen, le mouvement d'une petite bille de masse $m$, modélisée par un point matériel ramené à son centre d'inertie noté $M$. Elle peut glisser sans frottement dans une gouttière circulaire de rayon $R$. On décrit son mouvement à l'aide de l'angle $\theta$ repéré par rapport à la verticale comme sur le schéma. Initialement en $A$, l'objet est lancé avec une vitesse horizontale vers la droite de valeur $v_0$. On admet que le mobile demeure dans le plan de la figure pendant tout son mouvement. La bille est soumise au champ de pesanteur $\vec{g} = g\vec{e}_x$.

1. Compléter le schéma ci-dessous, en faisant apparaître clairement et sans se soucier de l'échelle, les vecteurs du repère cartésien et de la base cylindrique, ainsi que les forces extérieures agissant sur la masse $m$. (**MP1** : 2 pts)



2. En tenant compte de sa trajectoire, établir les expressions des vecteurs position $\overrightarrow{OM}$, vitesse $\vec{v}$ et accélération $\vec{a}$ du mobile selon les vecteurs de la base cylindrique. (**MP2** : 1 pt)

3. Établir le bilan des forces appliquées au point $M$ et les exprimer dans la base cylindrique. (**MP1** : 1 pt)

4. A l'aide du principe fondamental de la dynamique, établir l'équation différentielle du mouvement. (**MP1** : 1 pt)

5. On se place dans le cadre des "petites oscillations". En détaillant la démarche, indiquer ce que cela signifie et écrire l'équation différentielle en tenant compte de cette approximation. (**MP2** : 1 pt)

6. Donner la forme générale de la solution de l'équation différentielle dans le cadre de l'approximation précédente. La résoudre complètement pour obtenir $\theta(t)$. (**MP2** : 3 pts)

7. Faire une représentation graphique de la fonction $\theta(t)$. (**MP1** : 1 pt)

8. Exprimer la période du mouvement en fonction des paramètres du problème. Calculer numériquement cette période, avec $R = 10$ cm ; $g = 9,81$ m.s$^{-2}$. (**MP1** : 1 pt)

9. La solution obtenue conduit à un mouvement perpétuel. En quoi ce modèle n'est-il pas réaliste ? Décrire qualitativement et sans calcul comment se produit le mouvement réel. (**MP2** : 1 pt)