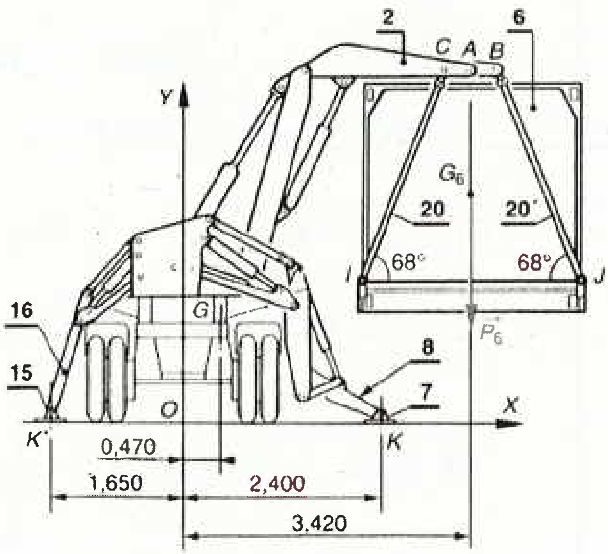
Nom Prénom : Lettre du groupe de TD :

EXAMEN Mécanique 3 IMACS - I3MAPH31
INSA 2022 – 2023 Durée : 1h30

L'usage de tout document est formellement interdit. Les calculatrices sont autorisées pour un usage personnel.
Vous porterez une attention particulière à la rédaction, l'application des théorèmes et unités.

Principe fondamental de la statique

Présentation :
Le système étudié permet le chargement et le déchargement de containers sur un semi-remorque à chargement latéral.
Le container (6), de centre de gravité G6 et de masse m6 = 20000 Kg, est soulevé par l'intermédiaire de quatre câbles (20) et (20') en liaison pivot parfaite d'axe z aux points C (20/2), B (20'/2), I (20/6) et J (20'/6).



Hypothèses :
- Les plans (A,x,y) et (A,y,z) sont des plans de symétrie pour le container (6) et pour les charges qui lui sont appliquées.
- Les unités utilisées sont le mètre (m), la seconde (s) et le newton (N).

Objectif : Déterminer la tension dans les câbles (20) et (20') lors du maintien du container (6).

Questions :

1/ Après avoir isolé le container (6), réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures au solide isolé. On notera XI 20→6 et YI 20→6 les composantes de l'effort exercé en I par un seul câble (20) sur le container (6).

• Action de la corde 20 sur le contener 6 en I. Direction (IC) car masse ~~du~~ câble négligée de I vers C. Intensité inconnue.

• Action du câble 20' sur le contener 6 en J. Direction (JB), sens de J vers B, intensité inconnue.

• Poids du contener en G_6, direction verticale, vers le bas, intensité 200 000 N ($g = 10\,m.s^{-2}$)

On pourra ajouter les réactions de 2 autres câbles, de l'autre côté du contener qui exercent les mêmes efforts qu'en I et J par symétrie du problème.

2/ Appliquer le principe fondamental de la statique au container (6) afin de déterminer les composantes Y20→6 transmises dans les liaisons B, C, I et J. En déduire la tension dans un câble (20) ou (20').

Par symétrie, on ne travaillera que sur la face avant avec un poids divisé par 2.

On isole le contener 6 :

projection suivant x : $X_{I\,20\to6} - X_{J\,20'\to6} = 0$ (1)

projection suivant y : $Y_{I\,20\to6} + Y_{J\,20'\to6} - \frac{P_6}{2} = 0$ (2)

connaissant les direction des forces en I et J, on peut écrire :

$$\frac{Y_{J\,20'\to6}}{X_{J\,20'\to6}} = \frac{Y_{I\,20\to6}}{X_{I\,20\to6}} = \tan 68°$$. De (1) on en déduit que

$$X_{I\,20\to6} = X_{J\,20'\to6} \implies Y_{J\,20'\to6} = Y_{I\,20\to6}$$

en injectant dans (2) on a $2 \times Y_{I\,20\to6} = \frac{P_6}{2} \Rightarrow Y_{I\,20\to6} = \frac{P_6}{4}$

et donc $X_{I\,20\to6} = \frac{Y_{I\,20\to6}}{\tan 68} = \frac{P_6}{4 \times \tan 28}$

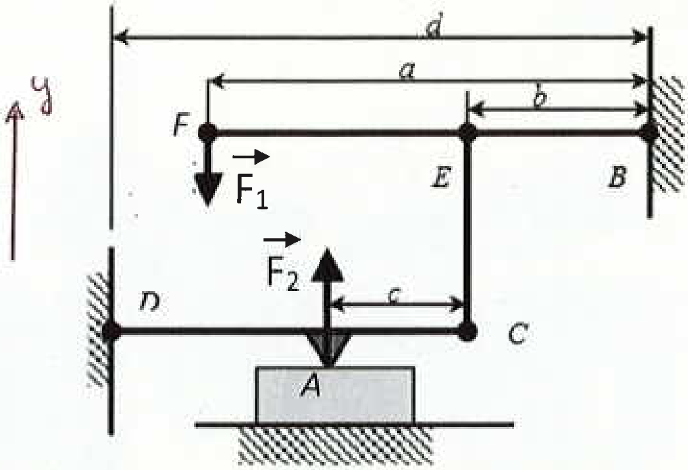
A.N : $X_{I\,20\to6} = 20201\ N$

$Y_{I\,20\to6} = 50000\ N$

la tension dans le câble vaut $\sqrt{X_{I\,20\to6}^2 + Y_{I\,20\to6}^2} = \underline{53927\ N}$

Théorème des travaux virtuels

Le système mécanique S de la figure 1 est constitué de trois tiges rigides FB, CD et CE de masses négligeables. Ces tiges sont articulées en B, C, D et E avec des liaisons parfaites (Sans frottement). Le système se trouve en équilibre sous l'action des deux forces extérieures F_1 en F et F_2 en A.



Questions :

1/ Appliquer le principe des travaux virtuels pour déterminer la force F_2 en fonction de la force F_1.

Aide : Exprimer le lien entre les déplacements verticaux de F et A en supposant que la barre CE est rigide et verticale

dy_F : petit déplacement du point F

dy_A : petit déplacement du point A pour un déplacement dy_F de F.

Avec Thalès on peut écrire : $\dfrac{dy_F}{dy_E} = \dfrac{a}{b}$ $\quad \dfrac{dy_C}{dy_A} = \dfrac{d-b}{d-b-c}$

Donc si on considère EC rigide et qui reste verticale pour les petits déplacements dy_E on a $dy_E = dy_C$

$$\Rightarrow \frac{b}{a} dy_F = \frac{d-b}{d-b-c} \cdot dy_A$$

Théorème des travaux virtuels :

$$\vec{F_1} \cdot d\vec{F} + \vec{F_2} \cdot d\vec{A} = 0$$ (les points D et B sont fixes)

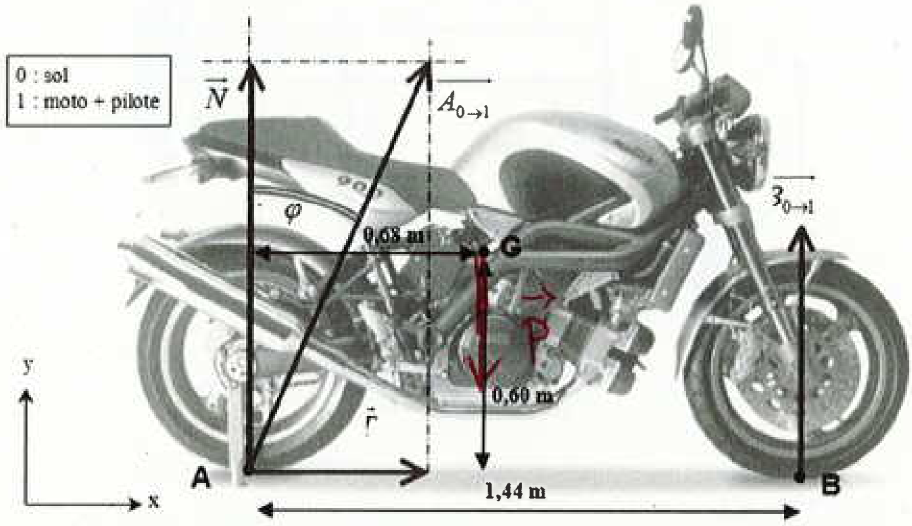
$$-F_1 \cdot dy_F + F_2 \cdot dy_A = 0$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{dy_F}{dy_A} = F_1 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{d-b}{d-b-c}$$

Principe fondamental de la dynamique

On étudie une moto lors de sa phase d'accélération. On souhaite déterminer :

- l'accélération maximale pour laquelle il n'y a pas cabrage de la roue avant,
- la répartition des charges sur les roues lors de cette accélération,
- le temps mis pour passer de 0 à 100 km/h.



Hypothèses :

- Dans sa phase d'accélération, la moto est en mouvement rectiligne uniformément accéléré.
- Le sol exerce sur la roue avant une force B normale au contact. La force du sol sur la roue arrière au point A est inclinée par rapport à la normale. Grace à l'adhérence entre les pneumatiques et la route, cet effort est incliné d'un angle de 31°.
- Le point G est le centre de gravité de l'ensemble {moto + pilote} de masse m = 260 kg

Questions :

1/ **Effectuer le bilan des actions mécaniques extérieures** exercées sur l'ensemble (moto + pilote). **Compléter** ces actions sur le schéma.

- Réaction du sol sur la roue en A. direction normale au sol (verticale) du sol vers la roue. Intensité inconnue.
- Effort transversal de propulsion $\vec{T}$. Tangent à la roue au point A. Dans le sens d'avance de la moto. Intensité inconnue
- Réaction du sol sur la roue avant en B. Verticale du sol vers la roue. Intensité inconnue.
- Poids en G, vertical vers le bas, intensité de 2600 N ($g = 10\,m.s^{-2}$)

On pourrait ajouter les efforts aérodynamiques.

2/ Ecrire les équations du PFD appliqué à ce système (résultantes + moments au point A).

- on isole la moto avec les roues.
- on néglige les efforts aérodynamiques.

projection suivant x :

(1) $T = ma$

projection suivant y : (2) $N + B_{0/1} - P = 0$ (si la hauteur de G ne varie pas, sinon $m\ddot{y}$)

Moments en A autour de $\vec{z}$:

(3) $-P.0{,}68 + B_{0/1}.1{,}44 = 0$ ($= J\ddot{\theta}$ si on ajoute un basculement de la moto)

3/ Quand l'avant de la moto se lève, quelle est la valeur de B0/1 ?

Quand la moto se lève, on a $B_{0/1} = 0$

4/ Calculer l'accélération maximale correspondante.

on a $\frac{T}{N} = \tan 31°$ donc dans (1) on obtient $ma = N.\tan 31$

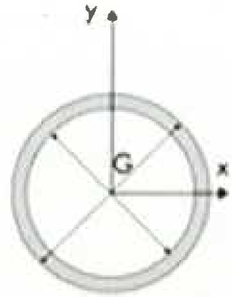
dans (2) $\Rightarrow \frac{ma}{\tan 31} + \underbrace{B_{0/1}}_{0} - P = 0 \Rightarrow a = \frac{P.\tan 31}{m}$

A.N : $a = \frac{2600.\tan 31}{260} = \underline{6\ m.s^{-2}}$

5/ Calculer le temps mis pour passer de 0 à 100 km/h avec l'accélération précédemment trouvée.

$a = \frac{\Delta v}{t}$ 100 km/h $= 27{,}8\ m.s^{-1}$

donc $a = \frac{27{,}8}{t} \Rightarrow t = \frac{27{,}8}{6} = 4{,}63$ s.



Moment d'inertie

Calculer le moment d'inertie autour de l'axe z d'une couronne circulaire de diamètre intérieur d et extérieur D.

$$I_{G,z} = \int_S r^2\, dm = \rho_s \cdot \int_S r^2\, dS = \rho_s \int_S r^3\, dr\, d\theta$$

$$= \rho_s \int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta \int_{r=d/2}^{D/2} r^3\, dr = 2\pi \rho_s \left[\frac{r^4}{4}\right]_{d/2}^{D/2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \rho_s \cdot \left(\frac{D^4}{16} - \frac{d^4}{16}\right) = \frac{\pi}{32} \rho_s \,(D^2 - d^2)(D^2 + d^2)$$

or $\rho_s = \frac{m}{S_{couronne}} = \frac{4.m}{\pi(D^2 - d^2)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{I_{G,z} = \frac{m}{8} \cdot (D^2 + d^2)}$

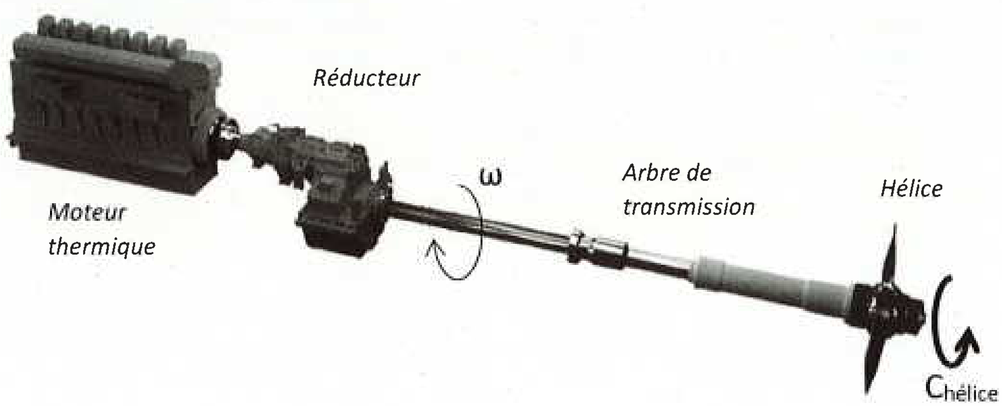
MODELISATION NUMERIQUE

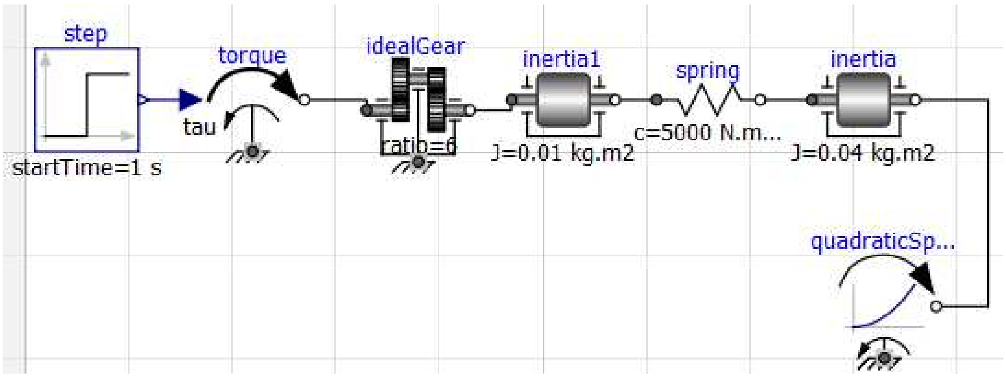
Nous étudions une ligne de transmission d'une propulsion de bateau. L'énergie est fournie par un moteur thermique délivrant à vitesse nominale un couple de 500 N.m.

Un réducteur permet de diminuer la vitesse de rotation du moteur thermique d'un rapport r = 6

Lors de sa rotation dans l'eau, l'hélice va générer un couple résistant $C_{hélice}$ autour de son axe de rotation qui dépend de la vitesse de l'arbre au carré sous la forme : $C_{hélice} = -0{,}5.\ \omega^2$ (le composant quadraticSpeed sur le modèle permet de générer ce couple résistant)

Le composant « Inertia1 » correspond à l'inertie de l'arbre de sortie du moteur et de l'arbre de transmission ramenée sur l'axe de sortie du réducteur.





Modèle OpenModelica de la ligne de transmission

Questions :

1/ A quel composant physique correspondent les composants « inertia », « idealGear » et « torque » ?

« Inertia » correspond au moment d'inertie en rotation de l'hélice

« Ideal gear » correspond au réducteur

« Torque » correspond au couple fourni par le moteur thermique

2/ Relever sur les courbes en page suivante la vitesse de rotation de l'hélice

La vitesse de rotation de l'arbre de sortie est d'environ 80 rad / s

3/ En se plaçant en régime établi (t > 1.5s), à l'aide d'un PFS appliqué sur l'arbre de transmission, retrouver la valeur de la vitesse de rotation de l'hélice

En régime établi, on considère que le ressort n'influe pas sur le couple. Les efforts extérieurs au système sont donc le couple moteur et le couple résistant de l'eau sur l'hélice

On a $C_{moteur} * r + C_{hélice} = 0$ → $0{,}5.\ \omega^2 = C_{moteur} * r$ → $\omega = (C_{moteur} * r / 0.5)^{1/2}$

A.N : $\omega = 77.46$ *rad/s* → *OK*

4/ Expliquer le phénomène transitoire observé entre 1 et 1.3s de simulation,

Lors de la mise en route brutale du moteur, le ressort de torsion emmagasine une grande partie de l'énergie qu'il restitue progressivement jusqu'au retour en régime établi (qui intervient quand les deux inerties arrivent à des vitesses de rotations équivalentes).

Calculer sa fréquence et la comparer avec la pulsation propre d'un système à un degré de liberté en rotation : $\sqrt{\frac{k}{J}}$

(<u>On utilisera seulement l'inertie « inertia 1 »</u> car la différence d'inertie engendre une « lenteur » de mise en mouvement de « inertia » lors de l'augmentation du couple d'entrée)

$$f = \frac{1}{2.\pi}\sqrt{\frac{k}{J}} = \frac{1}{2.\pi}\sqrt{\frac{5000}{0.01}} = 112.5\ Hz$$

Lecture graphique : 17 périodes en 0.15s → f = 17/0.15 = 113 Hz → OK

5/ Proposer une amélioration permettant de limiter l'amplitude maximale dans la zone transitoire.

Ajouter un amortissement en parallèle du ressort de torsion ou utiliser une rampe pour la montée en couple au lieu d'un palier.