NOM-Prénom : . . . .   Groupe : . . . . . .

1A CC1 Mécanique du point (1h)

Lundi 4 novembre 2024

- Aucun document n'est admis. Une calculatrice est autorisée.
- Pensez à simplifier au maximum vos résultats.
- Vous serez évalués sur les acquis de l'apprentissage suivants :

  MP : Résoudre un problème, calculer et analyser le résultat en mécanique du point.

Ballon sonde

On modélise un ballon sonde par un point matériel (M) de coordonnées $(x(t), y(t))$. Le ballon est lâché depuis le point O à l'instant $t = 0$. Il acquiert quasi-instantanément une vitesse verticale v_0 qui demeure constante tout au long du mouvement. Le vent lui communique une vitesse horizontale $v_x > 0$, orientée suivant l'axe (Ox), et proportionnelle à son altitude y $(y > 0)$ mesurée par rapport au niveau du sol : $v_x = \dfrac{y}{\alpha}$ où α est une constante positive. Nous allons étudier son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen $\mathcal{R}\{O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$.

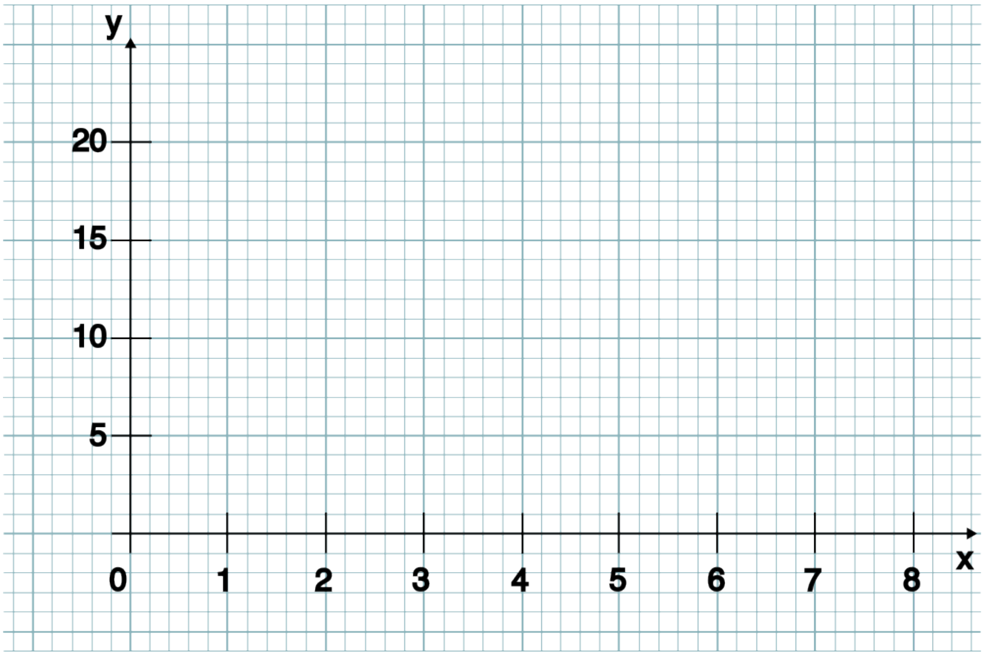
1. Quelle est la dimension de α ? (**0,5 pt**)

2. Montrer que $y(t) = v_0 t$. (**1 pt**)

3. Montrer que $x(t) = \dfrac{v_0 t^2}{2\alpha}$. (**1 pt**)

4. En déduire que l'équation de la trajectoire du ballon sonde est donnée par l'expression suivante : $y(x) = \sqrt{2 v_0 \alpha x}$. (**0,5 pt**)

5. Représenter cette trajectoire pour $x \in [0; 8]$ m, avec une vitesse ascensionnelle v_0 =5 m.s^{-1}, et α=5 s. (**1,5 pt**)



6. Avec les données de l'énoncé et le résultat de la question 2, écrire les composantes du vecteur vitesse dans la base $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y\}$ en fonction de v_0, α et t, puis calculer la norme du vecteur vitesse. (**1 pt**)

7. Représenter le vecteur vitesse du ballon sonde $\vec{v}$ à l'instant initial et à $x = 6$ m, en veillant à ce que les normes des vecteurs tracés soient représentatives de la situation physique. (**1 pt**)

8. Exprimer les composantes de l'accélération du ballon sonde dans la base $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y\}$. (**0,5 pt**)

9. Représenter les vecteurs de la base cylindrique $\vec{e}_\rho$ et $\vec{e}_\theta$, ainsi que ρ et θ (coordonnées du point M) pour $x = 4$ m. (**1 pt**)

10. Exprimer ρ en fonction de v_0, α et t. (**1 pt**)

11. Donner l'expression de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ en fonction de v_0, α et t. (**1,5 pt**)

12. Exprimer $\vec{e}_\rho$ et $\vec{e}_\theta$ dans la base $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y\}$ en fonction de v_0, α et t. (**1,5 pt**)

13. Représenter les vecteurs de la base de Frenet $\vec{e}_T$ et $\vec{e}_N$, en $x = 2$ m. (**1 pt**)

14. Exprimer les coordonnées du vecteur $\vec{e}_T$ dans la base $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y\}$ en fonction de v_0, α et t. (**2 pt**)

15. En se rappelant que $\{\vec{e}_T, \vec{e}_N, \vec{e}_B\}$ est une base orthonormée directe, donner les coordonnées de $\vec{e}_B$ en fonction de $\vec{e}_z$ puis déterminer les coordonnées de $\vec{e}_N$ dans la base $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y\}$. (**2 pt**)

16. Exprimer la composante normale de l'accélération a_N en fonction de v_0, α et t en calculant le produit scalaire $\vec{a} \cdot \vec{e}_N$. (**1 pt**)

17. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire en fonction de v_0, α et t. (**2 pt**)