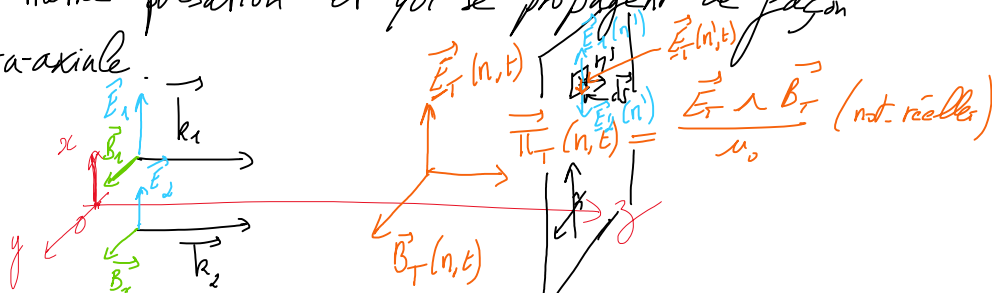


Théorie scalaire :

On ne va considérer que des superpositions d'ondes c.m. de même pulsation et qui se propagent de façon para-axiale.



Ici \vec{k}_1 et \vec{k}_2 sont quasiment parallèles à (Ox)

De plus on ne considère que des polarisations rectilignes selon le même axe.

$$\begin{aligned} \vec{E}_T(n,t) &= \vec{E}_1(n,t) + \vec{E}_2(n,t) \\ &= A_1 \vec{u}_x e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)} + A_2 \vec{u}_x e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t)} \\ &= \underbrace{[A_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} + A_2 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}}]}_{A_T e^{i\vec{k}_T \cdot \vec{r}}} e^{-i\omega t} \cdot \vec{u}_x \\ &= A_T e^{i\vec{k}_T \cdot \vec{r}} \cdot e^{-i\omega t} \cdot \vec{u}_x \end{aligned}$$

Rem: On peut noter :

$$\begin{cases} \varphi_1(n) = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} (+ \varphi_1^0) \\ \varphi_2(n) = \vec{k}_2 \cdot \vec{r} (+ \varphi_2^0) \end{cases} \left(\begin{array}{l} \text{Rappel:} \\ \vec{r} = \vec{on} \end{array} \right)$$

Dans ces conditions :

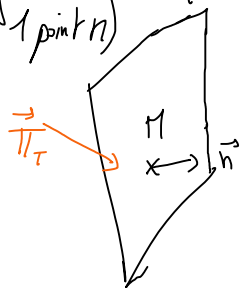
$$\begin{aligned} \underline{A}_1(n) &= A_1 e^{i\varphi_1(n)} \\ \underline{A}_2(n) &= A_2 \cdot e^{i\varphi_2(n)} \end{aligned}$$

De même $\underline{A}_T(n) = A_T e^{i\varphi_T} = \underline{A}_1(n) + \underline{A}_2(n)$

Calcul de l'intensité : $I_T(n)$

Rem: Par définition (intensité en 1 point n)

$$I_T(n) = \frac{1}{T} \int_0^T (\vec{\Pi}_T \cdot \vec{n}) dt$$



avec \vec{n} le vecteur normal à la surface en point n .

$$\underline{I}_T(n) = \langle \underline{\vec{\Pi}} \cdot \vec{n} \rangle = \langle \underline{\vec{\Pi}} \rangle \cdot \vec{n}$$

Or: $\langle \underline{\vec{\Pi}} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re} \left\{ \underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^* \right\} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}}{\mu_0} dt$

En effet, si $\begin{cases} \underline{\vec{E}} = \underline{A} \cdot e^{-i\omega t} \vec{u}_x \\ \underline{\vec{B}} = \underline{F} e^{-i\omega t} \vec{u}_y \end{cases}$ avec $\underline{A} = A e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$
 et $\underline{F} = \frac{A}{c}$

alors $\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^* = (\underline{A} \cdot e^{-i\omega t}) \times (\underline{F} e^{-i\omega t})^* \times (\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y)$
 $= \underline{A} \cdot e^{-i\omega t} \cdot \underline{F}^* \cdot e^{i\omega t} \cdot \vec{u}_z$
 $= \underline{A} \cdot \underline{F}^* \cdot \vec{u}_z$
 $= \underline{A} \cdot \frac{A^*}{c} \cdot \vec{u}_z$
 $= \frac{|A|^2}{c} \cdot \vec{u}_z$

D'où $\underline{I}(n) = \langle \underline{\vec{\Pi}} \rangle \cdot \vec{n} = \frac{1}{2\mu_0} \text{Re} \left\{ \underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^* \right\} \cdot \vec{n}$
 $= \frac{1}{2\mu_0 c} \text{Re} \left\{ |A|^2 \right\} \cdot \vec{u}_z \cdot \vec{n}$

$$\underline{I}(n) = \frac{|A|^2}{2\mu_0 c}$$

 car ici $\vec{n} = \vec{u}_z$

Le calcul de l'intégrale avec les notations réelles ($\underline{\vec{E}} = A \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \vec{u}_x$)
 nous fait passer par $\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) dt$.

Or $\langle \cos^2 \rangle = \langle \sin^2 \rangle = \frac{1}{2}$

* Cas de la superposition de 2 OPPM dans le cadre de
 la théorie scalaire:

$$\underline{I}_T(n) = \frac{|A_T|^2}{2\mu_0 c} = \frac{\epsilon_0 c}{2} |A_T|^2$$

Or $|A_T|^2 = |A_1 + A_2|^2$
 $= (A_1 + A_2)(A_1 + A_2)^*$
 $= \left[A_1 e^{i\varphi_1} + A_2 e^{i\varphi_2} \right] \cdot \left[A_1 e^{-i\varphi_1} + A_2 e^{-i\varphi_2} \right]$
 $\Delta^2 + \Delta^2 + \Delta A \left[e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} \right]$

$$= |A_1 + A_2| = \dots$$

$$= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi) \quad \text{avec} \quad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

D'où $I_T(n) = \frac{\epsilon_0 c}{2} A_1^2 + \frac{\epsilon_0 c}{2} A_2^2 + 2 \left(\frac{\epsilon_0 c}{2} \right) A_1 A_2 \cdot \cos \Delta\varphi$

Avec $I_1(n) = \frac{\epsilon_0 c}{2} |A_1|^2 = \frac{\epsilon_0 c}{2} A_1^2$ et $I_2(n) = \frac{\epsilon_0 c}{2} A_2^2$, on obtient:

$$I_T(n) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi)$$

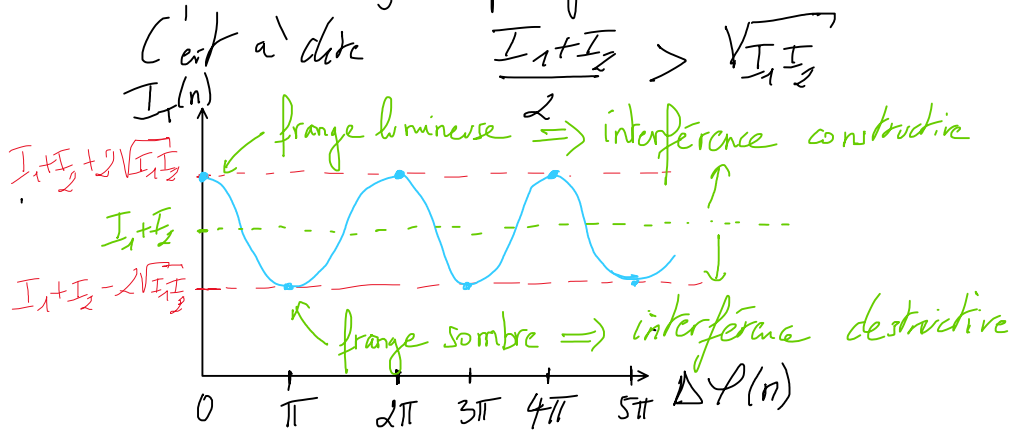
Rem: On voit bien que $I_T \neq I_1 + I_2$
le terme $2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi)$ est le terme d'interférence.

Analyse de la formule:

* $I_T(n) = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ quand $\cos \Delta\varphi = +1$

• $I_T(n) = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ quand $\cos \Delta\varphi = -1$

Rem: $I_T(n)$ est toujours positif !



Une figure d'interférence peut être caractérisé par son contraste :

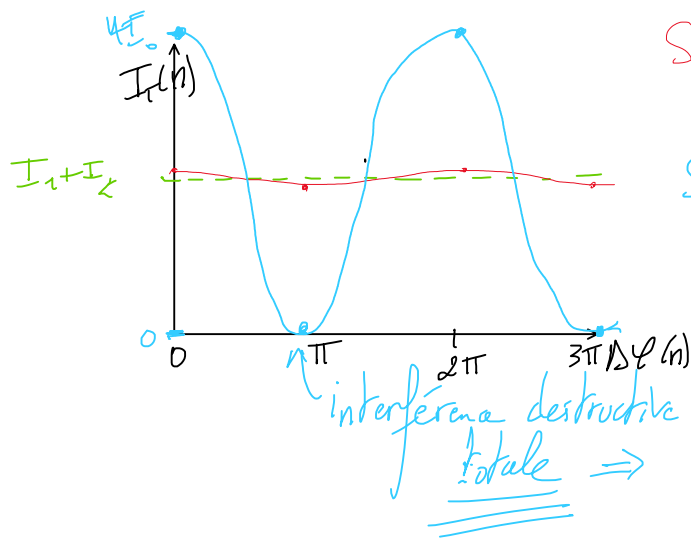
$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Ici: $C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$

Le contraste est maximal quand $I_1 = I_2$: il faut

$$C = 1$$

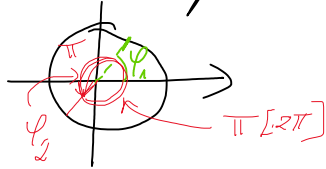
Rem:



Si $C \neq 0$, ie $I_2 \ll I_1$
 Si $C = 1$, ie $I_1 = I_2 = I_0$
 et $\begin{cases} I_{\min} = 0 \\ I_{\max} = 4I_0 \end{cases}$
 $\vec{E}_1 \rightarrow \varphi_1$
 $\Delta\pi \Rightarrow \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$
 $\vec{E}_2 \rightarrow \varphi_2 = \pi [2\pi]$

Si $I_1 = I_2 = I_0$, alors: $I_T(n) = 2I_0 + 2\sqrt{I_0 I_0} \cos(\Delta\varphi)$
 2 sources rigoureusement identiques. $I_T(n) = 2I_0 [1 + \cos \Delta\varphi]$

Rem: En tout point de l'écran où $I_T(n)$ est nulle, cela signifie que les champs $\vec{E}_1(n,t)$ et $\vec{E}_2(n,t)$ sont toujours en opposition de phase: $\Delta\varphi = \pi [2\pi]$



Cohérence temporelle:

Les détecteurs dont nous disposons en physique sont caractérisés par des temps d'intégration T_d .
 Autrement, $T_d > 10^{-6} s$. (caméra ultrarapide (ultra-chère))

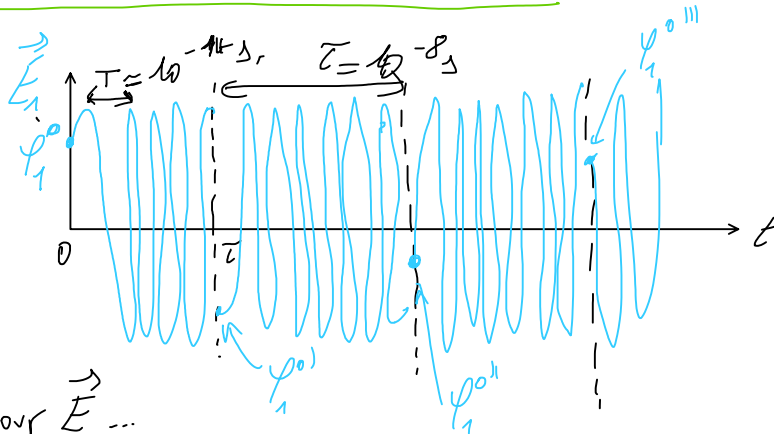
Avec une détection à œil: ~ 25 images/s
 $\hookrightarrow T_d = 40 \text{ ms} = 4 \cdot 10^{-2} s$.

Donc mon œil va "intégrer" $I_T(n)$ sur un temps T_d :
 $\int_{-T_d/2}^{+T_d/2} I_T(n) dt \Rightarrow \dots$

$$\frac{1}{T} \int_0^T \dots dt \quad \left(\int_0^T \dots dt \right) \quad \left(\int_0^T \dots dt \right)$$

uniquement si $\vec{\Pi}_T(n, t)$ ne change pas pendant T_d !

Or ce n'est pas le cas général : la lumière se comporte comme une succession de flash lumineux de "durée de vie" $\tau \approx 10^{-8} \Delta$.



Idem pour \vec{E}_2 ...

Problème : Mon détecteur va intégrer le signal sur au mieux $10^{-6} \Delta$ donc il va voir au moins 100 changements de "flash superposés", i.e. 100 variations de la valeur de $\varphi_2^0 - \varphi_1^0$

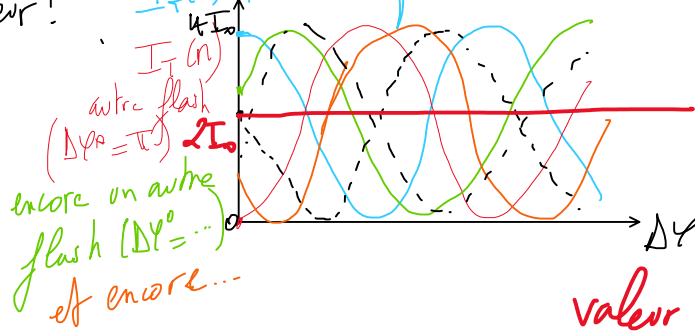
Rappel :

$$\Delta\varphi = \varphi_2(n) - \varphi_1(n) = \left(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \varphi_2^0 \right) - \left(\vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \varphi_1^0 \right)$$

$$= \underbrace{\left[\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 \right]}_{\text{dépend de } n \text{ et des positions des sources de } E_1 \text{ et } E_2} + \underbrace{\left(\varphi_2^0 - \varphi_1^0 \right)}_{\text{dépend des "flash" (noté } \Delta\varphi^0 \text{)}}$$

A cause des variations de $\Delta\varphi^0$, $\Delta\varphi$ va prendre au moins 100 valeurs aléatoires entre 0 et 2π pendant l'acquisition de l'image à l'écran par mon

détecteur! $I_T(n)$ pendant 1 période. (ici $\Delta\varphi^0 = 0$)



Au final, mon détecteur me renvoie la

valeur moyenne: $2I_0$

$$I_{\text{détectée}}(n) = \langle I_T(n) \rangle_{T_d} = \langle 2I_0 \left[1 + \cos \left(\underbrace{\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1}_{\text{ne change pas}} + \Delta\varphi^0 \right) \right] \rangle_{T_d}$$

prend plein de valeurs aléatoires entre 0 et 2π

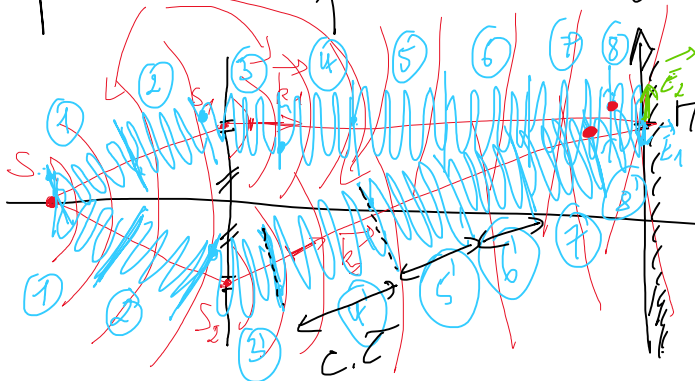
$$I_{\text{détectée}}(n) = 2I_0$$

Pour éviter cela, il faut s'arranger pour que $\Delta\varphi^0$ ait toujours la même valeur \Rightarrow on utilise un "système interférentiel" qui d'abord "sépare les flashes" issus d'une seule source pour créer l'équivalent de 2 sources et imposer la superposition à l'écran des mêmes flashes.

Dans ce cas on a toujours $\varphi_2^0 = \varphi_1^0$ donc $\Delta\varphi^0 = 0 \forall t$, et on retrouve la formule $I_T(n) = 2I_0 \left[1 + \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1) \right]$.

Interféromètre:

- par division du front d'onde: écran



$$\vec{n}_1 = S_1 \vec{n}$$

$$\vec{n}_2 = S_2 \vec{n}$$

$$\varphi_1 = \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1 + \varphi_1^0$$

$$\varphi_2 = \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 + \varphi_2^0$$

Avec ce système, $\varphi_1^0 = \varphi_2^0$ à tout instant

Donc $\Delta\varphi = \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1$ est indépendant du temps et donc du détecteur!

Cela fonctionne à condition de superposer les "mêmes" numéros de flash (8 avec 8', 7 avec 7', etc...)

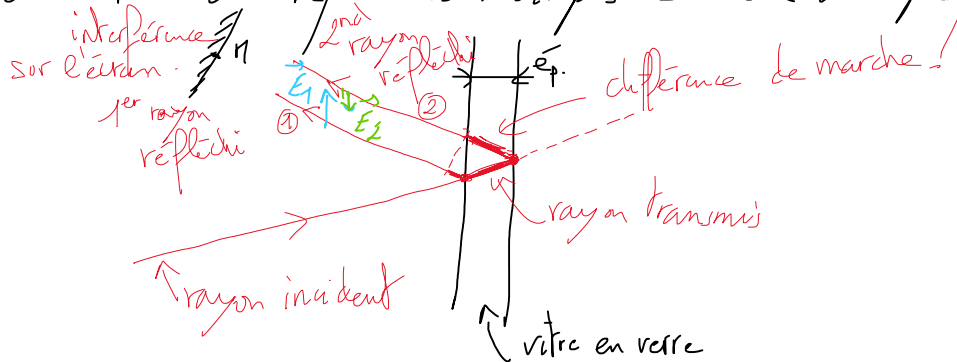
Si ce n'est pas le cas, ie $n_2 - n_1 > c \cdot \bar{t}$, alors

je vais avoir $\Delta\varphi = \varphi_{\text{flash } i+1} - \varphi_{\text{flash } i} \neq 0$
 \hookrightarrow prend une valeur aléatoire toutes les 10^8 !

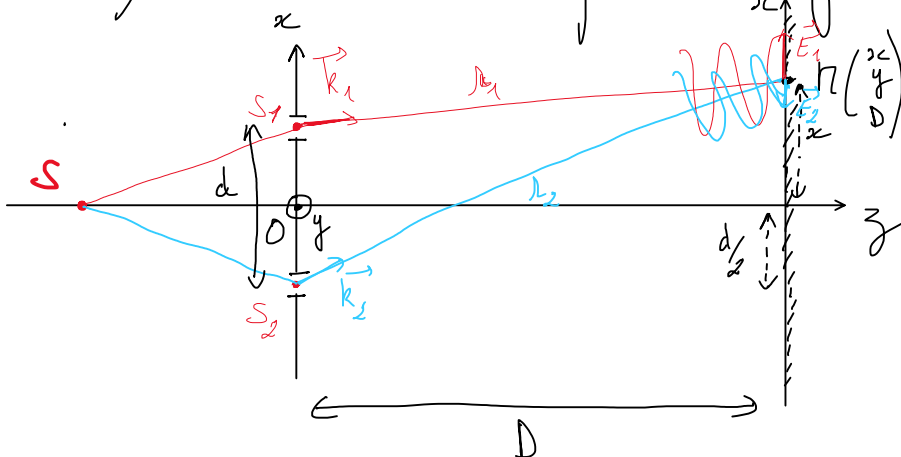
En conclusion, la différence de marche $\delta = n_2 - n_1$ doit être très inférieure à $c\bar{t}$: $\delta \ll c\bar{t}$

* par division d'amplitude.

Utilisation des réflexions multiples sur une vitre par exemple:



Un très bon système modèle: les fentes d'Young



Calcul de l'intensité: $I_i \quad I_1 = I_2 = I_0$

$$I(n) = 2I_0 [1 + \cos \Delta\varphi] \quad \text{avec } \Delta\varphi = \vec{k}_2 \cdot \vec{\rho}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{\rho}_1$$

On a : $\Delta\varphi = k_2 (\vec{u}_2 \cdot \vec{\rho}_2) - k_1 (\vec{u}_1 \cdot \vec{\rho}_1)$ \vec{u}_i : vecteur unitaire dans la direction de \vec{k}_i (resp. pour \vec{u}_1)

$$= k_2 r_2 - k_1 r_1$$

$$= k (r_2 - r_1) \quad \text{car les ondes sont de même pulsation d'où } k = \frac{\omega}{c}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$$

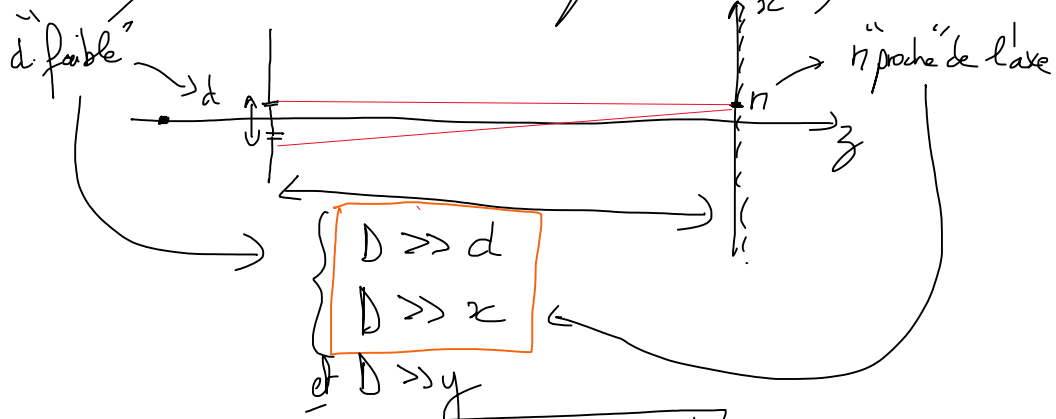
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Calcul de $\delta = r_2 - r_1$:

$$r_2 = S_2 n = \|\vec{S}_2 n\| = \sqrt{(x+d/2)^2 + y^2 + D^2}$$

$$r_1 = S_1 n = \|\vec{S}_1 n\| = \sqrt{(x-d/2)^2 + y^2 + D^2}$$

On est dans le cadre de la théorie scalaire (les rayons considérés sont "para-axiaux")



1a :

$$r_2 = \sqrt{D^2 \left(1 + \frac{(x+d/2)^2 + y^2}{D^2} \right)}$$

$$= D \sqrt{1 + \frac{(x+d/2)^2 + y^2}{D^2}}$$

$$\stackrel{DL.1}{\approx} D \left(1 + \frac{1}{2} \times \frac{(x+d/2)^2 + y^2}{D^2} \right)$$

De même $r_1 \stackrel{DL.1}{\approx} D \left[1 + \frac{1}{2} \times \frac{(x-d/2)^2 + y^2}{D^2} \right]$

Donc $\delta = r_2 - r_1 = \frac{(x+d/2)^2 - (x-d/2)^2}{2}$

2.D

$$S \approx \frac{d \cdot x}{D}$$

Av final,
$$I(n) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{d \cdot x}{D} \right) \right]$$

↳ ne dépend plus que de x !

↳ Indépendant de la convention choisie: $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$
 $\text{ou } \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

↳ on obtient des lignes infinies selon (oy) et d'intensité variable selon x

↳ la figure dépend des paramètres géométriques (d, D) du système mis en place.

↳ La valeur de I_1 et I_2 est choisie par celui qui fait le calcul! Nous avons pris $I_1 = I_2 = I_0$.
 Dans le fascicule, il a été choisi $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2}$.