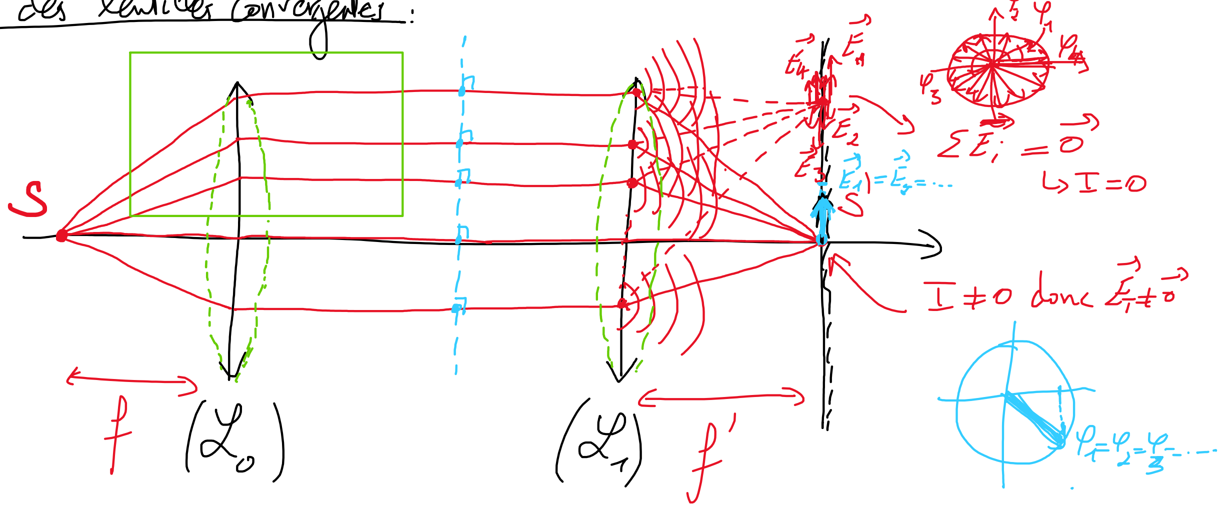
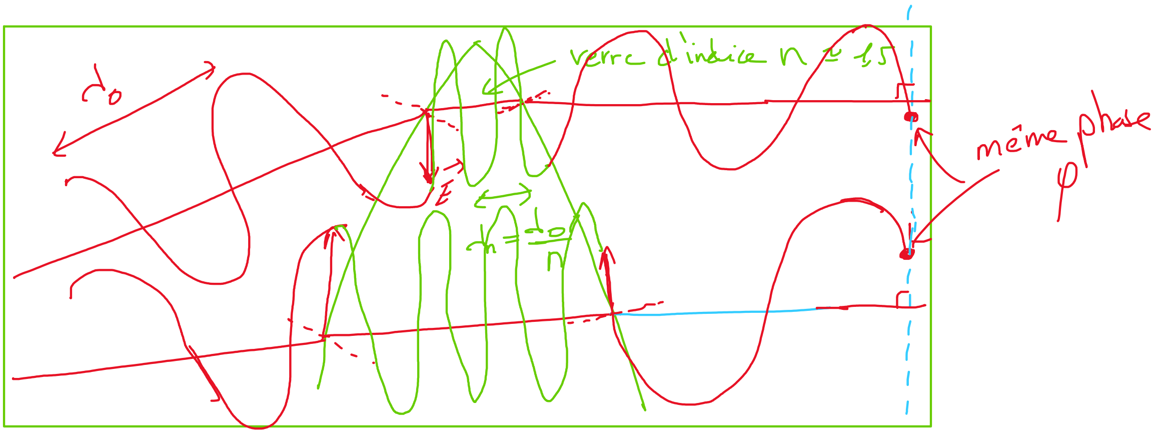
Chapitre 2 : interférence (réseaux)

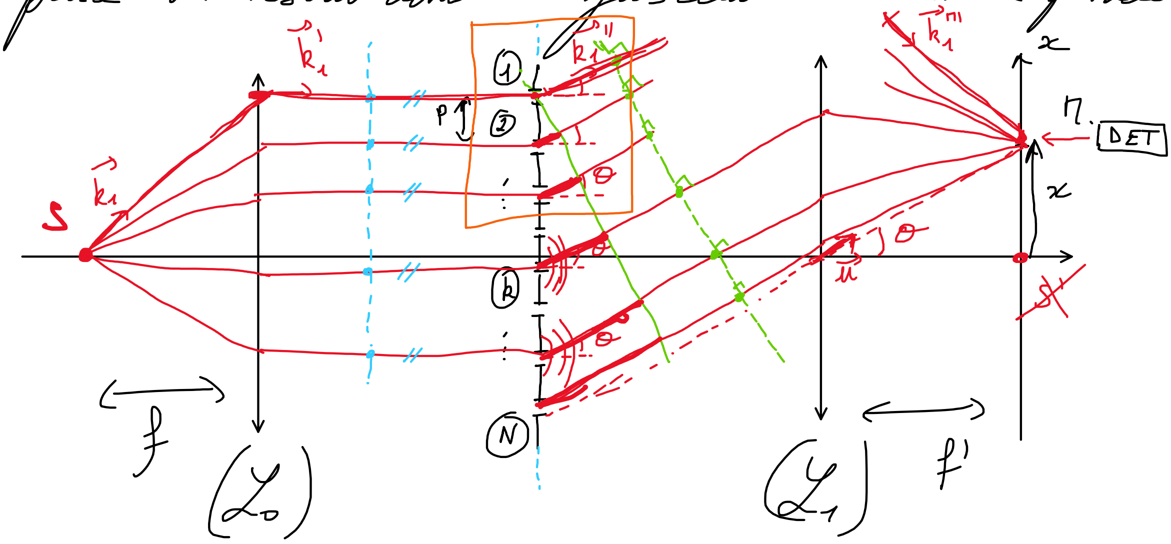
lundi 8 février 2021 12:08

Propriété des lentilles convergentes :





On place un réseau dans le faisceau de lumière "parallèle" :



En M, on doit sommer N contributions à $\vec{E}_T$:

$$\vec{E}_T = \sum_{k=1}^{N} \vec{E}_k(M,t)$$

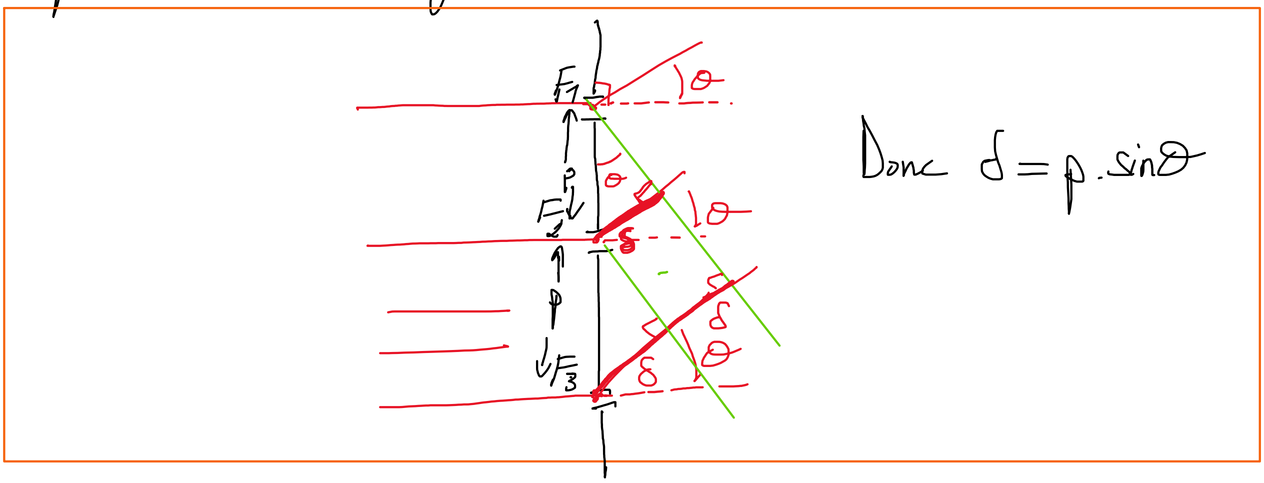
$$\sum^{N} \quad \vec{\ } \quad i\varphi_k(M,t)$$

$$= \sum_{i=1} \underline{E_0} \cdot e^{i\varphi_i} \quad \text{avec } \varphi_i(r,t) = k_i \cdot r - \omega t$$

$$= \vec{E_0}\, e^{i\varphi_1(r,t)} \cdot \left[1 + e^{i(\varphi_2-\varphi_1)} + e^{i(\varphi_3-\varphi_1)} + \dots \right.$$
$$\left. \dots + e^{i(\varphi_N-\varphi_1)} \right]$$

Or entre le point S et toutes les fentes du réseau, il n'y a pas de déphasage créé grâce aux propriétés des lentilles convergentes puisque S est dans le plan focal objet et le réseau est orthogonal aux rayons parallèles.
C'est la même chose entre M et un plan orthogonal aux rayons parallèles dirigés selon $\vec{u}$, en sortie du réseau.

Ainsi, les déphasages sont simplement dus aux distances parcourues entre les fentes et ce second plan orthogonal.



Donc $\delta = p.\sin\theta$

Donc $\Delta\varphi_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$

$\Delta\varphi_{31} = \varphi_3 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \times (2\delta)$

$\vdots$

$\Delta\varphi_{k1} = \varphi_k - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(k-1)\delta$

$\vdots$

Et $\underline{\vec{E}_T}(r,t) = \vec{E_0} e^{i\varphi_1} \cdot \sum_{k=1}^{N} e^{\frac{2i\pi}{\lambda}(k-1)}$

$\frac{2i\pi}{\dots} N\delta$

$$\vec{\mathcal{E}}_T(n,t) = \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\varphi_1} \cdot \frac{1 - e^{\lambda}}{1 - e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\delta}}$$

$$= \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\varphi_1} \cdot e^{i\frac{\pi}{\lambda}(N-1)\delta} \cdot \frac{e^{-i\frac{\pi N\delta}{\lambda}} - e^{+i\frac{\pi N\delta}{\lambda}}}{e^{-i\frac{\pi\delta}{\lambda}} - e^{+i\frac{\pi\delta}{\lambda}}}$$

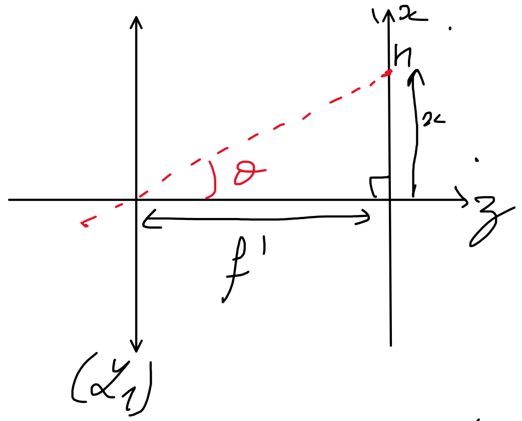
$$\vec{\mathcal{E}}_T(n,t) = \vec{\mathcal{E}}_0 \cdot \underbrace{e^{i\varphi_1(n,t)} \cdot e^{i\frac{\pi}{\lambda}(N-1)\delta}}_{\text{module}=1} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi N\delta}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)}$$

Et $I_T(n) = \frac{\varepsilon_0 c}{2}|A_T|^2$

$$= \underbrace{\frac{\varepsilon_0 c}{2}\mathcal{E}_0^2}_{I_0} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi N\delta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)}$$

Au final $\boxed{I_T(n) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi N\delta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)} \quad \text{avec } \delta = p\sin\theta}$

On veut $I_T(x) = ?$



On a $\tan\theta = \frac{x}{f'}$

On est dans le cadre de la théorie scalaire !

↳ rayons para-axiaux $\Rightarrow \theta \ll 1$ $\left(\text{car } x \ll f',\ p \ll f'\right)$

D'où $\tan\theta \overset{\text{D.L.1}}{\simeq} \theta \simeq \frac{x}{f'}$

et $\sin\theta \simeq \theta = \frac{x}{f'}$ $\Rightarrow \boxed{\delta \simeq \frac{px}{f'}}$

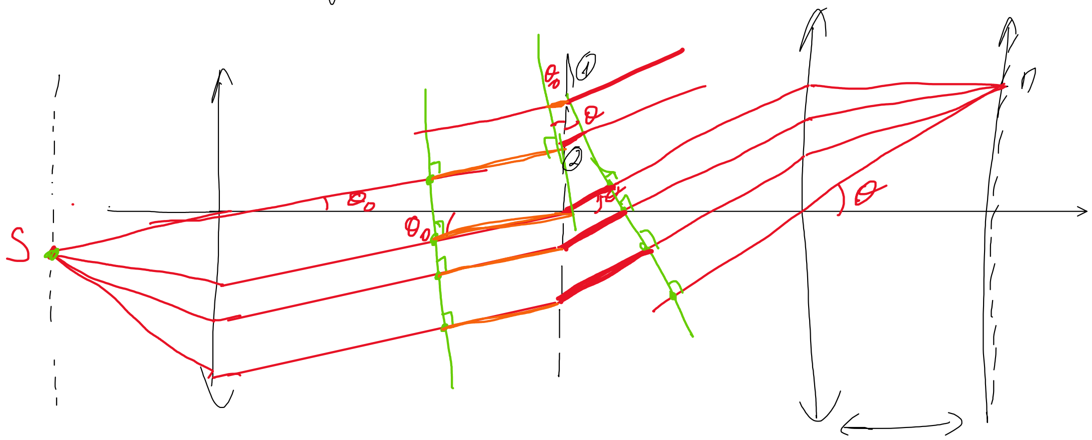
On obtient:

$$I_T(x) = \sin^2\left(\frac{\pi N p x}{\cdots}\right)$$

$$I_T(x) = I_0 \, \frac{\ldots\left(\frac{\ldots}{df'}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi p x}{df'}\right)}$$

Rem : → $I_T(x)$ est non nul pour des valeurs de $x \neq 0$.
→ I_T est bien positif ! (A vérifier)

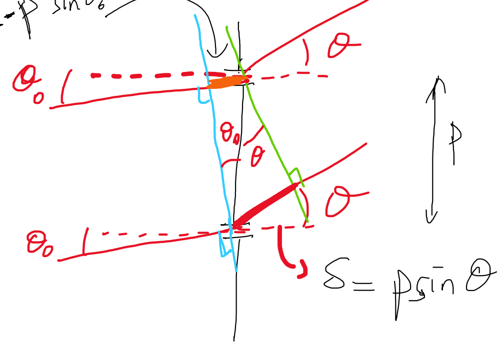
Rem : Angle d'incidence $\theta_0 \neq 0$



f'

$\delta = n_2 - n_1 = p . \sin\theta - p . \sin\theta_0$

$\delta' = -p \sin\theta_0$



$\delta = p \sin\theta$

$$\Rightarrow \delta_T = n_2 - n_1 = \delta + \delta' = p\left[\sin\theta - \sin\theta_0\right]$$