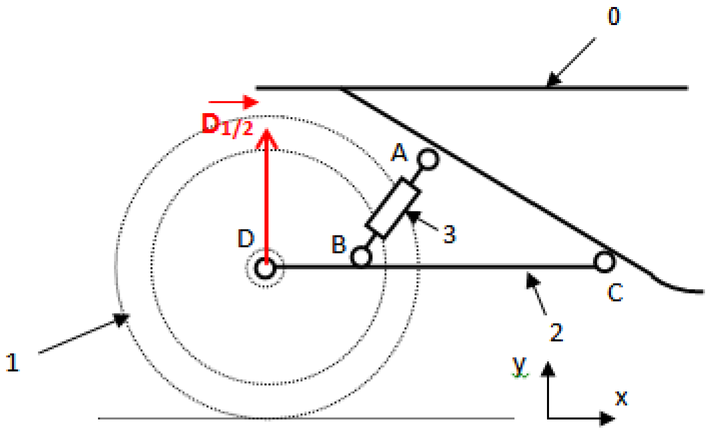
# TD: PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

**EXERCICE 1 :** (Annale 2020-2021)

Le système étudié est la suspension arrière de moto représentée ci-dessous.
On négligera le poids du bras oscillant n°2. Il est à l'horizontal dans la position d'étude.




0 - Cadre
1 – Roue
2 – Bras oscillant
3 - Amortisseur
BD = a = 200 mm
BC = b = 550 mm
Angle BA/BC = 58°
$D_{1/2}$ = 2000 N

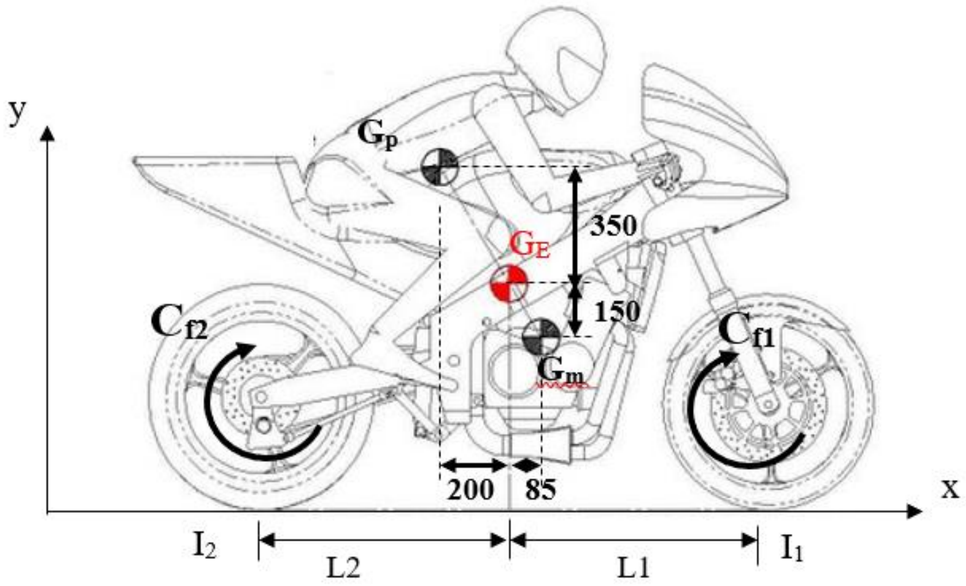
**Q1 :** On souhaite connaître les efforts aux points C et B. Quel système proposez-vous d'isoler ?

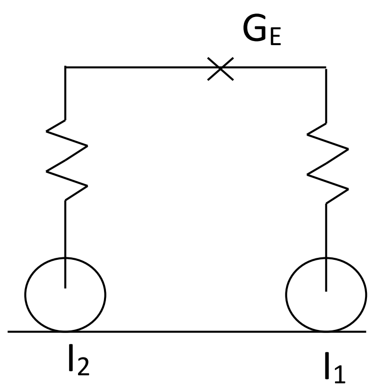
**Q2 :** Effectuer l'inventaire des forces (point, direction, sens, intensité)

**Q3 :** A l'aide d'une démarche rigoureuse et du PFS, calculer les efforts suivants :
- Force au point C
- Force dans l'amortisseur AB.

**EXERCICE 2 :**

On étudie la moto dans sa globalité avec le pilote que l'on assimile au modèle ci-contre :



**Données :**

- Masse du pilote : m = 90 kg
- Masse de la moto : M = 210 kg
- Masse d'une roue : $m_R$ = 12 kg
- Raideur des ressorts de chaque suspension : 20 000 N/m

**Q1 :** Calculer la compression des ressorts, fonction de L1 et L2. On négligera la faible rotation de la moto.

**Q2 :** Réaliser l'application numérique dans le cas où L1 = L2 = 70 cm.

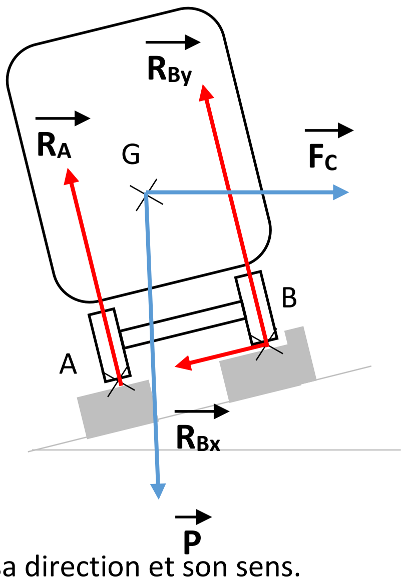
## EXERCICE 3 :

On souhaite calculer la vitesse maximale à laquelle un train de masse

M = 3 tonnes peut rouler dans un virage relevé d'angle α = 12° et de rayon de courbure R = 100m

On donne AB = 2m et la hauteur (verticale) du centre de gravité G au contact roue/rail = h = 1.2m

Lors du virage, le train subit une force centrifuge, radiale, vers l'extérieur du virage, d'intensité $F_C = M.V^2/R$




**Q1 :** Pour chaque action mécanique extérieure du système ci-contre, justifier sa direction et son sens.

**Q2 :** Exprimer, à l'aide du Principe Fondamental de la Statique, la force de réaction au point A: $R_A$.

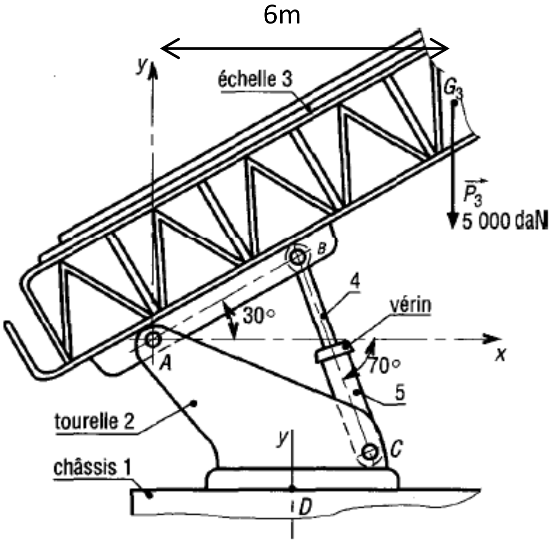
**Q3 :** Quelle condition permet d'exprimer le basculement du train ?
Calculer alors la vitesse maximale du train en virage.

## EXERCICE 4 : (Annale 2021-2022)

Une échelle de pompier 3, partiellement représentée, est articulée en A (pivot d'axe (A, z)) sur une tourelle 2.
La tourelle peut pivoter (rotation d'axe (D, y)) par rapport au châssis du camion 1.

Le levage est réalisé par un vérin hydraulique {4 + 5} (4 : tige, 5 : corps) articulé en B sur l'échelle et en C sur la tourelle. Les liaisons en B et C sont des liaisons rotules de centres B et C (ou des articulations de centre B et C).

L'étude est réalisée dans le plan de symétrie du dispositif. L'ensemble est en équilibre.
La tourelle est à l'arrêt et le vérin est bloqué en position.
P3 modélise le poids de l'échelle ; le poids du vérin est négligé.




**Q1 :** Effectuer l'inventaire des forces (point, direction, sens, intensité)

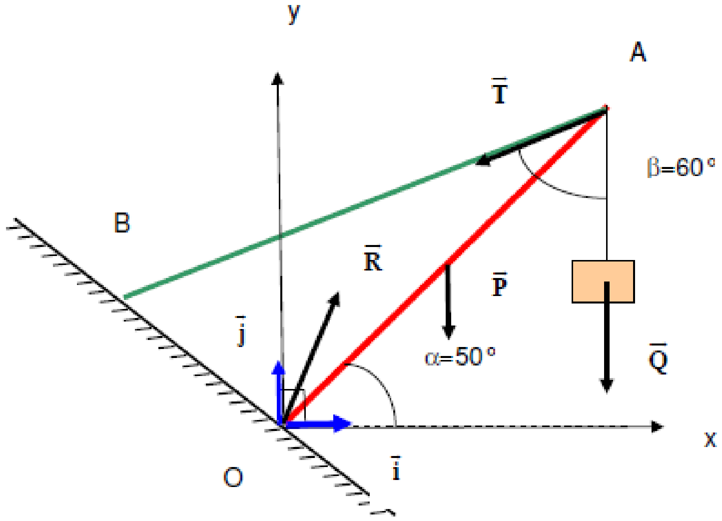
**Q2 :** A l'aide d'une démarche rigoureuse et du PFS, calculer les efforts suivants :
- Force au point A
- Force au point B
- Force au point C

Aide au raisonnement : Il vous sera nécessaire de procéder à deux isolements

**Q3 :** Le vérin peut développer une poussée de 110 kN.  Est-il bien dimensionné ?

**EXERCICE 5 :** (Annale 2019-2020)

Un mât OA, de longueur L, de masse M, articulé en O grâce à une liaison pivot est maintenu en équilibre par un câble BA de poids négligeable. En A est suspendue une charge de poids Q.



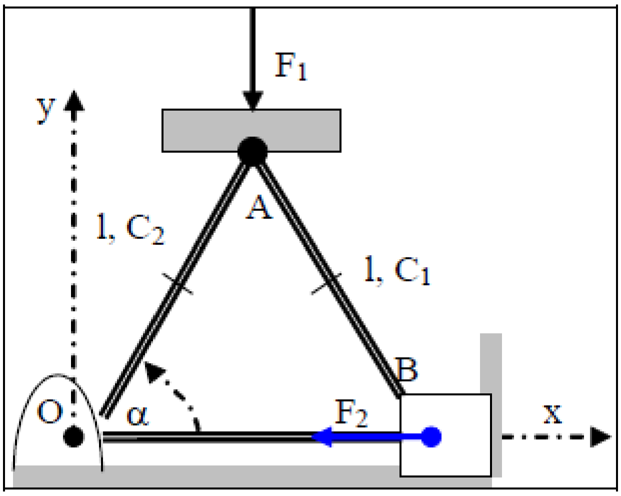

**Q1 :** Expliquer les quatre forces représentées ci-dessus. Qui agit sur quoi ?

**Q2 :** En appliquant le PFS, déterminer la tension du câble T ainsi que les caractéristiques de l'action R.

# TD : THEOREME DES TRAVAUX VIRTUELS

**EXERCICE 1 :** (Application de cours)

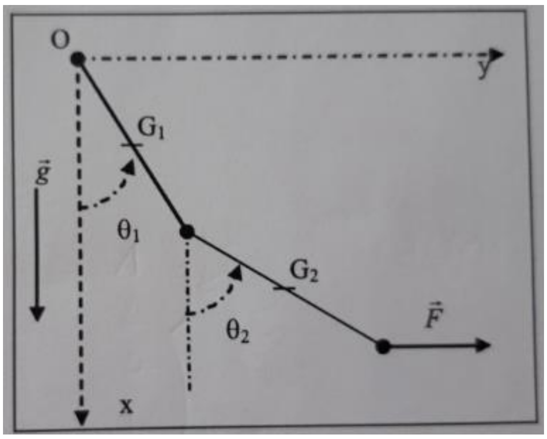
On appelle *levier à pression* le système de 2 tiges identiques (de même masse m) articulées dont l'une a une extrémité immobile O et l'autre une extrémité B qui peut se déplacer suivant l'axe Ox.
On exerce en A une force verticale F1 dirigée vers le bas.




**Q :** Exprimez à l'aide du théorème des travaux virtuels, la force F2 que doit exercer le bâti en B pour que le système soit en équilibre.
Limitons nous au cas particulier important où les liaisons en O, A et B sont parfaites, en l'absence de frottement et en l'absence de glissement.

**EXERCICE 2 :** (Annale 2020-2021)

Un pendule double, constitué de deux tiges identiques, de masse m, de longueur l, est écarté de sa position d'équilibre verticale, grâce à une force horizontale F appliquée à l'extrémité de la tige inférieure. Les liaisons aux deux articulations sont parfaites.

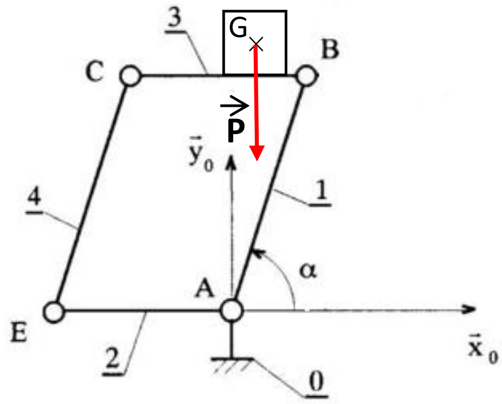



**Q :** Exprimez à l'aide du théorème des travaux virtuels, les valeurs des angles ϴ1 et ϴ2, que font, avec la verticale descendante, ces deux tiges à l'équilibre.

**EXERCICE 3 :**

Soit le parallélogramme déformable ci-contre composé de deux barres (2) et (3) de mêmes longueurs « l » et de deux autres barres (2) et (4) de longueurs « L ».
La barre (2) est fixe et il y a une articulation de type pivot entre chaque barre.

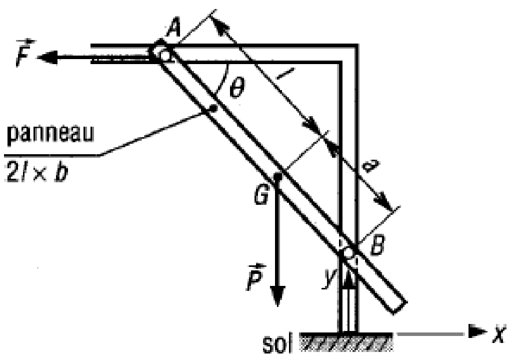
On pilote angulairement la liaison pivot en A en faisant varier l'angle α à l'aide d'un moteur. Sur la barre (3) est posée une masse de centre de gravité G et de poids P.




**Q :** A l'aide du théorème des travaux virtuels, exprimer le couple C à exercer au point A autour de l'axe z pour soulever la charge P.

**EXERCICE 4 :** (Annale 2021-2022)

Un panneau de porte de garage coulisse en A (glissière horizontale) et en B (glissière verticale) sous l'action de la charge F appliquée au milieu du panneau.
Le poids P du panneau est schématisé ci-dessous.




**Q :** Exprimez à l'aide du théorème des travaux virtuels, la valeur de la force F (toujours horizontale) en fonction de P si la porte est supposée en équilibre.

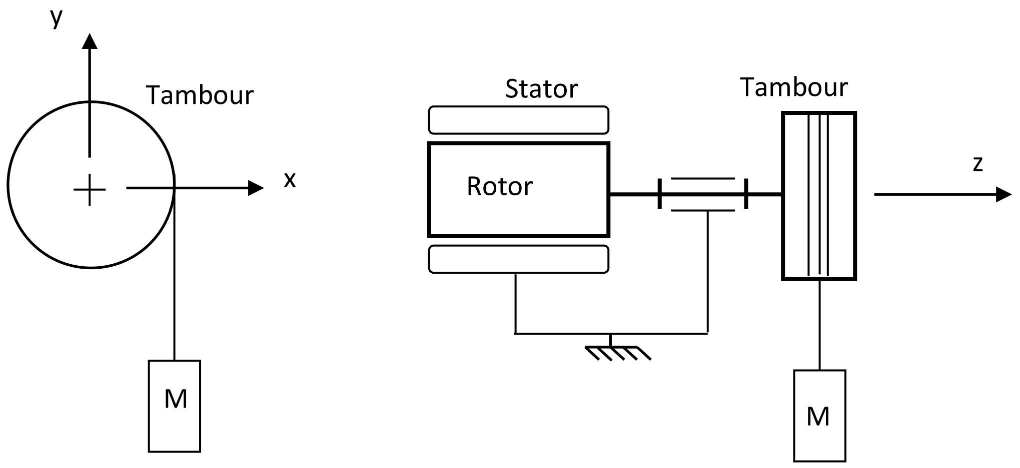
---

Aide au raisonnement :
- Définir le système à isoler
- Répertorier les forces extérieures et leur point d'application
- Déterminer les coordonnées des points d'application des forces
- Calculer les variations élémentaires de ces positions
- Appliquer le théorème des travaux virtuels
- Résoudre

# TD : PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

**EXERCICE 1 :** (Annale 2020-2021)

Le système ci-dessous est composé d'un tambour de masse m, diamètre D, épaisseur e et d'un rotor d'inertie J autour de l'axe z.
Un couple frottant $C_f$ s'exerce dans le palier autour de l'axe z.
La corde, indéformable, de masse négligeable, s'enroule sans glissement autour du tambour.



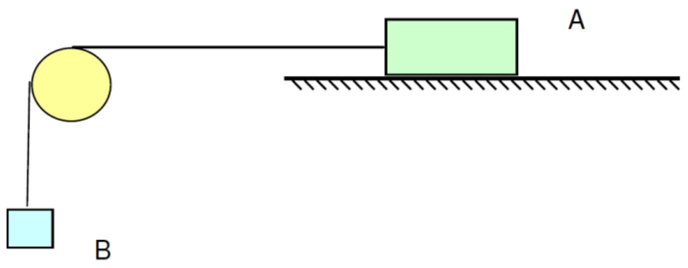

**Q :** Exprimer le couple que doit exercer le moteur au démarrage pour obtenir une vitesse de rotation du tambour $N_t$ (tr/min) en un temps $t_a$ en fonction des paramètres du problème.

**EXERCICE 2 :** (Annale 2019-2020)

On considère l'ensemble représenté, constitué de deux corps A et B de masses respectives M et m reliés par un fil inextensible et de masse négligeable passant sur la gorge d'une poulie assimilable à un disque de masse m' et de rayon r. Les frottements s'exerçant sur la poulie équivalent à un couple dont le moment par rapport à l'axe est constant et a pour valeur C.
On prendra l'hypothèse que le fil ne glisse pas sur la poulie.
Les frottements qui s'exercent sur A équivalent à une force opposée à la vitesse et de valeur constante f.
Le système, maintenu en équilibre, est abandonné.
On notera D le centre de rotation de la poulie.

**Q :** Déterminer l'accélération du corps B.

Etapes : -Etablir le PFD sur chacun des solides A et B ainsi que sur la poulie
-Etablir la relation du mouvement sans glissement du fil sur la poulie

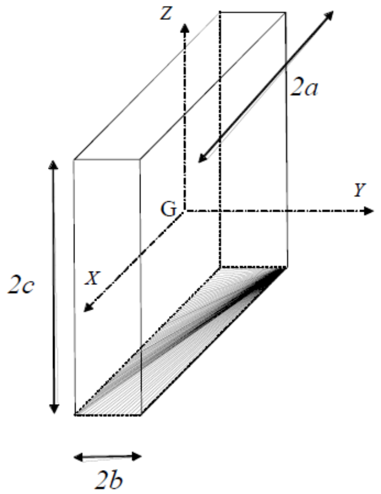


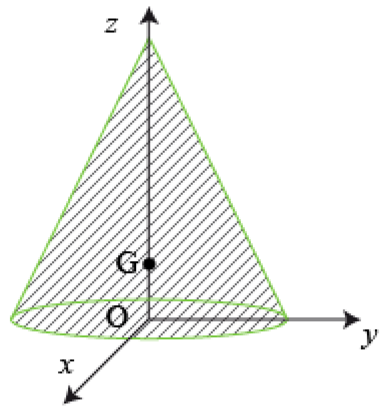
# TD : MOMENT D'INERTIE

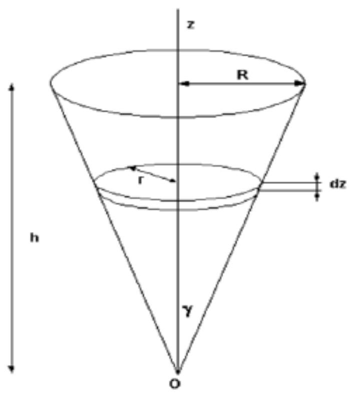
## EXERCICE 1 :

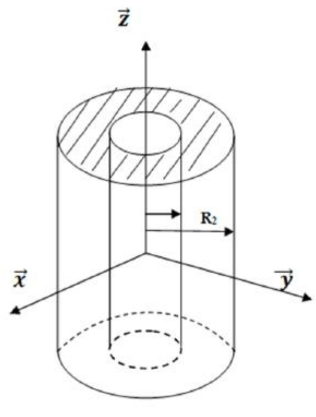
**Q :** Donner le moment d'inertie selon Oz des solides ci-dessous :

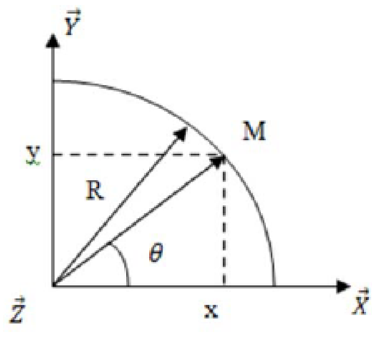
1- Un parallélépipède rectangle (2a, 2b, 2c) de masse m.
2- Un cône plein de masse m, hauteur H, rayon à la base R. Le volume du cône est le tiers de celui du cylindre.
3- Un cône creux de masse m, hauteur H, rayon à la base R.
4- Un cylindre creux de masse m, rayon intérieur R1 et rayon extérieur R2, hauteur H
5- Un quart de cercle de rayon R
6- Un quart de disque de rayon r0.

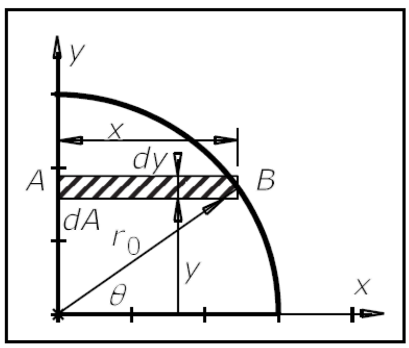


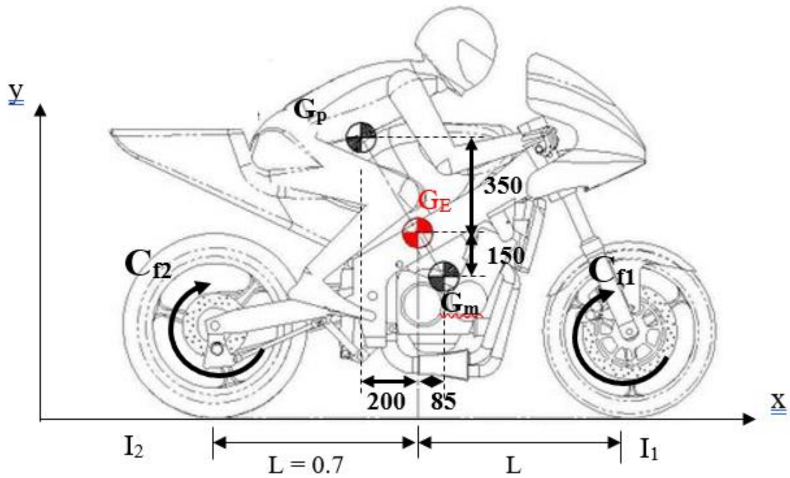



**EXERCICE 2 :**

On étudie à nouveau la moto et son pilote, avec L1=L2= 70 cm.

Pour le calcul des inerties, on assimile la moto à un parallélépipède de dimension hxLxl = 50x150x40cm de centre de gravité Gm et le pilote à un autre parallélépipède de dimension 130x40x30cm de centre de gravité Gp.

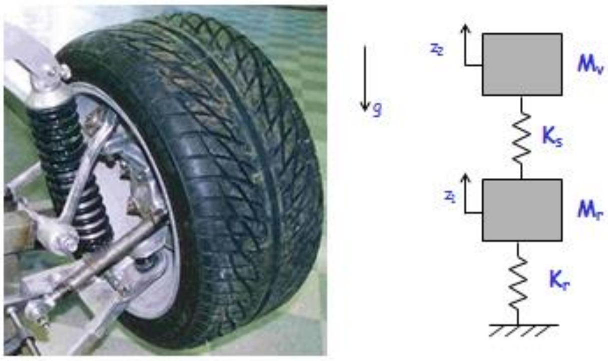



**Q : Calculer l'inertie** de l'ensemble {moto+pilote} au point $G_E$ autour de l'axe z.

# TD : ENERGIE POTENTIELLE ET THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

## EXERCICE 1 :

On propose la modélisation ci-dessous d'une suspension de voiture.




**Q :** Déterminer les expressions des positions d'équilibre d'une suspension à l'aide de l'énergie potentielle du système.

## EXERCICE 2 :

On étudie à nouveau la moto de l'exercice 2 de la partie statique et du moment d'inertie.

On souhaite calculer la décélération de la moto lors de l'application de couples de freinage Cf1 et Cf2 sur le disque de frein avant et arrière de la moto.

**Q : En appliquant le théorème de l'énergie cinétique** sur un modèle simple sans suspension**, montrer** que la décélération de la moto en fonction des couples de freinage sur chaque roue suit la relation suivante :

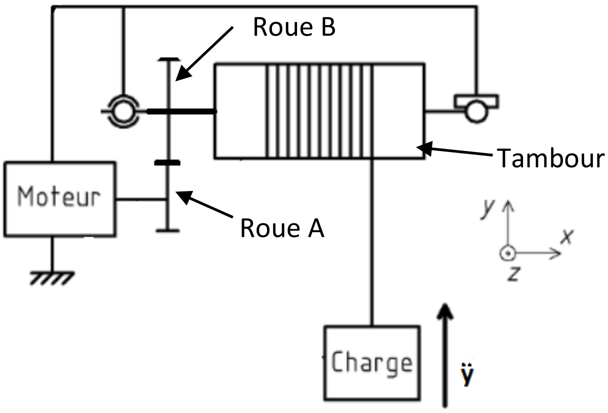
$$\ddot{x} = -\frac{C_{f1} + C_{f2}}{(M + m + 4.m_R).R}$$

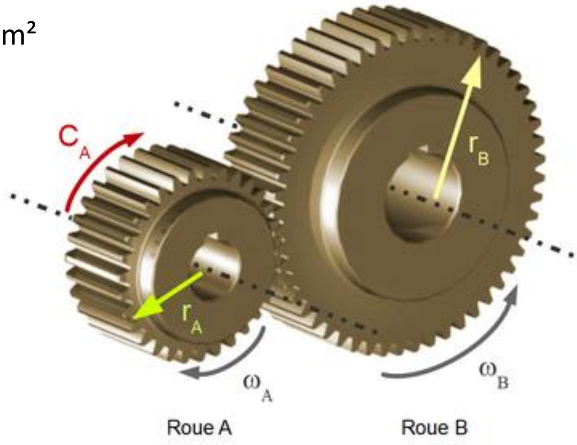
**EXERCICE 3 :** (Annale 2021-2022)

Le relevage d'une charge de masse m = 6.8 kg est assuré par un moteur électrique et d'un réducteur composé de deux roues dentées de rapport de réduction 2.5. Le fil est considéré inextensible.

**Données :** Roue A : rayon $r_A$ = 150 mm ; inertie $I_A$ = 0.0576 kg.m²

Roue B + tambour : rayon $r_B$ = 375 mm ; inertie $I_B$ = 1.08 kg.m²




**Q :** A l 'aide du théorème de l'énergie cinétique en puissance, calculer le couple $C_A$ en sortie de moteur permettant de générer une accélération de levée de la charge de 12 m/s²