

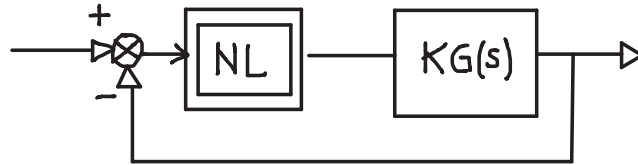
INSA Toulouse spécialité AE
Analyse des Systèmes Non Linéaires (ASNL)

Documents Autorisés - Calculatrices interdites - Durée 40mn

Les deux exercices sont indépendants. Il sera tenu compte dans la notation des justifications apportées. Barème indicatif : Exercice 1, 6 points. Exercice 2, 4 points.

Exercice 1

On considère le système suivant



avec

$$KG(s) = Ke^{-Ts}, \quad T > 0, K > 0$$

On rappelle que $e^{-jT\omega} = \cos(\omega T) - j\sin(\omega T)$. Le gain du premier harmonique associé à la non linéarité est donné par

$$N(x_1) = \frac{4M}{\pi x_1} + m$$

1. A partir de $N(x_1)$, déduire le graphe de la non-linéarité
2. Tracer succinctement dans le plan complexe le lieu de transfert $KG(j\omega)$ et le lieu critique $C(x_1) = -1/N(x_1)$
3. Discuter l'existence d'auto-oscillations en fonction de K et lorsqu'elles existent, donner pour chacune d'elles, l'amplitude x_{10} et la fréquence ω_0
4. Discuter la stabilité des auto-oscillations lorsqu'elles existent.

Exercice 2

Soit le système non linéaire décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

1. Ecrire la représentation d'état correspondant au vecteur d'état $(x_1, x_2) = (x, \frac{dx}{dt})$
2. Etudier la stabilité des points d'équilibre par la première méthode de Lyapunov en fonction de a .
3. Discuter la stabilité du système à partir de la seconde méthode de Lyapunov en fonction de a et en déduire une estimation du domaine d'attraction pour les cas où le système est stable.