Exercices complémentaires Théorèmes énergétiques

Exercice 1 : Distance d'immobilisation d'une voiture sur autoroute (*)

Une voiture roule sur une autoroute à la vitesse de $v_0 = 130$ km/h. On suppose qu'il y a des frottements solides entre la voiture et la route. On rappelle que la réaction de la route se décompose en une composante normale $\overrightarrow{R_N}$ et une composante tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ de sens opposé à la vitesse et dont la norme vérifie $R_T = fR_N$ en notant f le coefficient de frottement. Il faut $D = 500$ m pour que le véhicule s'immobilise lorsqu'aucune force de freinage ne s'exerce.
1. Calculer la distance de freinage D' si la vitesse initiale était de $v_0' = 110$ km/h.
2. Sans faire de calcul explicite, le résultat est-il modifié si la route fait un angle α avec l'horizontale (la voiture montant ou descendant la pente) ?

Exercice 2: Sauvetage en montagne (*)

Deux alpinistes coincés sur une paroi rocheuse sont hélitreuillés. L'hélicoptère se tient en vol stationnaire à une hauteur $h = 20$ m au dessus des alpinistes. Le treuil remonte les deux alpinistes (assimilés à un point matériel M de masse $m = 170$ kg) à une vitesse constante $v_0 = 20$ cm/s.

1. Faire le bilan des forces exercées sur les alpinistes.
2. Calculer la puissance fournie par le treuil.
3. Calculer l'énergie fournie par le treuil.

Exercice 3 : Montagnes russes (**)

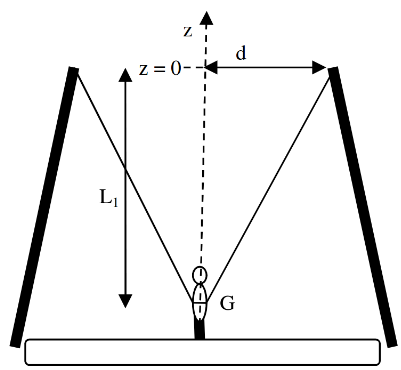
Un véhicule et ses passagers, de masse totale $m = 800$ kg, circule sur des rails. La première phase consiste à hisser le véhicule à une hauteur donnée en le tirant sur une rampe, au moyen d'un système d'entraînement mécanique appliquant une force tractrice $\overrightarrow{F}$ dirigée parallèlement aux rails. La rampe fait un angle α avec l'horizontale. Les frottements solides sont pris en compte selon le modèle de Coulomb : la réaction du support se décompose en deux termes $\overrightarrow{R_T}$ et $\overrightarrow{R_N}$, respectivement tangentiel et normal au support, avec la relation entre leur norme $R_T = fR_N$ où f est le coefficient de frottement.

1. Représenter le problème sur un schéma en faisant apparaître le bilan des forces.
2. Calculer la valeur F de la norme de la force tractrice nécessaire pour permettre au véhicule de monter à vitesse constante. Application numérique avec $\alpha = 30°$ et $f = 0,3$.
3. Quelle puissance mécanique est-elle mise en jeu pour obtenir une vitesse v du véhicule? L'entraînement mécanique est réalisé par un treuil électrique dont le rendement électro-mécanique est $\rho = 0,8$. Quelle puissance électrique consommera-t-il si le véhicule est tracté à la vitesse de 2 m/s ?

Le véhicule va maintenant dévaler une pente faisant un angle β avec l'horizontale, sous le seul effet de son poids. On néglige tous frottements. Il est lâché à l'instant t = 0 sans vitesse au point A situé au sommet de cette pente.

4. A partir de l'équation du mouvement, établir les lois $v_x(t)$ et $x(t)$ décrivant l'évolution dans le temps de sa vitesse horizontale et de son abscisse.
5. On note $h = 20$ m le dénivelé entre A et B et L la distance qui les sépare. Déterminer l'instant t_B de son passage au point B, en fonction de L, β, g, puis de h, β, g. Calculer la vitesse atteinte lors du passage au point B. Commenter.
6. On ne néglige plus les frottements solides. Déterminer la nouvelle vitesse en B. Commenter.

Exercice 4 : Le trampoline à élastique (***)



Un enfant de masse $m = 30$ kg est attaché au moyen d'un harnais à deux filins élastiques. Sa position est repérée par celle de son centre d'inertie G. Le système est réglé de façon à ce que la tension des filins compense le poids de l'utilisateur lorsqu'il se trouve au niveau du tapis de sol, voir la figure. Les filins élastiques sont considérés comme des ressorts de raideur k, de longueur à vide d.

1. Déterminer la constante de raideur k. Application numérique avec $d = 2$ m et $L_1 = 8$ m.
2. Obtenir l'équation différentielle régissant le mouvement de la masse ponctuelle en G.
3. Cette équation différentielle n'étant pas linéaire, son intégration n'est pas envisageable sans une résolution numérique. Montrer qu'en considérant $d \ll z$, on peut écrire :

$$\ddot{z} + \frac{2k}{m}z = -g.$$

4. L'enfant, reposant sur le tapis de sol, donne une impulsion qui lui communique quasi instantanément une vitesse v_i dirigée vers le haut. A partir de l'équation différentielle obtenue en 3, déterminer la loi horaire $z(t)$. A quel instant t_h atteint-il le point le plus haut ? Calculer alors l'altitude maximale atteinte z_h.
5. Exprimer l'énergie potentielle du système. Comment calculer sans l'approximation du 3 , et sans recourir à un schéma numérique, la valeur de z_h ?