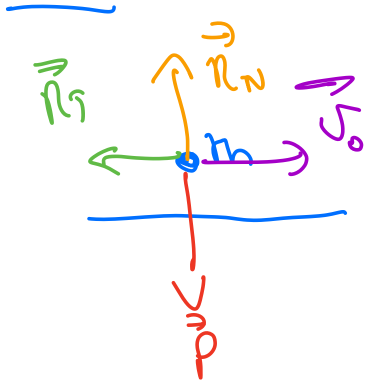
## Exo 1




1) Applicat° directe du théo de l'énergie mécanique (force non conservative)

$$\Delta E_m = W^{nc}_{0\to D}$$

Seule $R_T$ travaille ici, (les autres sont ⊥ au déplacement)

$$W^{n}_{0\to} = \int_0^D \vec{R}_T \, d\vec{l} = -R_T D$$

$\Delta E_m = \Delta E_c$ car pas de variation de $E_p$

$$\Delta E_c = 0 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = R_T D \to \frac{1}{2} m v_0'^2 = R_T D'$$

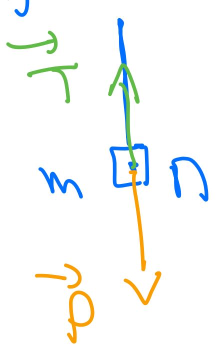
$$\frac{D'}{D} = \frac{v_0'^2}{v_0^2} \qquad \boxed{D' = D\left(\frac{v_0'}{v_0}\right)^2} \sim 357\,m$$

2) Avec une route en pente, on a une $\Delta E_p$ qui modifie le bilan de $E_m$. Si $\Delta E_p > 0$ (si la voiture monte) le poids aide au freinage

Si $\Delta E_p < 0$ (si la voiture descend)
le poids s'oppose au freinage.

## Exo 2

1)




2) $\mathcal{P} = \frac{\delta W_{fourni}}{dt} = \vec{T} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{T} \cdot \vec{v_0}$

$T = mg$ ($\vec{T}$ compense le poids)

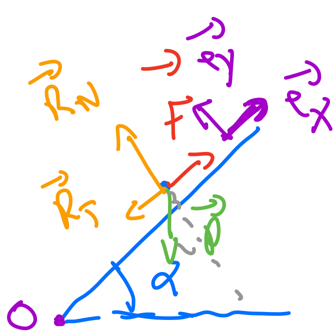
$$\boxed{\mathcal{P} = mg v_0}$$

3) Soit $\tau$ le temps nécessaire pour effectuer la remontée :

$$\Delta E_T = \int_0^\tau T\,dt = mg \int_0^\tau v_0\,dt = mg v_0 \tau = mgH$$

## Exo 3

1)



2) Déplacement à vitesse constante $\Leftrightarrow$ pas d'accélération suivant (Ox)

$\Rightarrow F - R_T - mg\sin\alpha = 0$

$R_T = f R_N$ avec $R_N = mg\cos\alpha$ (pas d'accélération suivant Oy)

$$\boxed{F = f mg\cos\alpha + mg\sin\alpha}$$

<u>A.N</u> : $F \simeq 6100\ N$

3) * Seule la traction fournit de l'énergie au système :

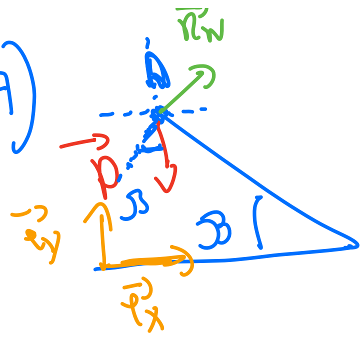
$$\boxed{\mathcal{P}_F = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

<u>A.N</u> : $\mathcal{P} \simeq 6100 \times 2 \sim 12{,}2\ kW$

* $\rho = \frac{\mathcal{P}_{utile}}{\mathcal{P}_{el}} = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_{el}} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{el} = \frac{\mathcal{P}}{\rho}}$

<u>A.N</u> : $\mathcal{P}_{el} \simeq \frac{12200}{0{,}8} \sim 15{,}3\ kW$

4)

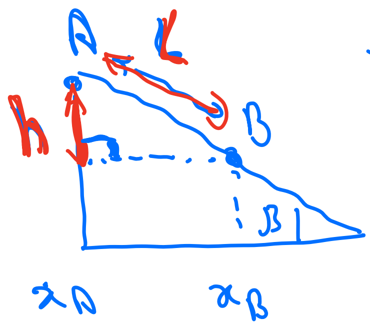



$$m\ddot{x} = R_N \sin\beta$$

$$\boxed{v_x(t) = \left(\frac{R_N}{m}\sin\beta\right)t} \quad \dot{x}(0)=0$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{R_N}{m}\sin\beta\right)t^2} \quad , x(0)=0$$

5)




en $t_B$, le chariot arrive en $x_B$

$$x_B = L\cos\beta$$

En regardant le bilan des forces sur la direction perpendiculaire à la pente on trouve $R_N = mg\cos\beta$

$$x(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{\cancel{m}g\cos\beta}{\cancel{m}}\sin\beta\right)t^2$$

$$x_B = L\cancel{\cos\beta} = x(t_B) = \frac{1}{2}\left(g\sin\beta\cancel{\cos\beta}\right)t_B^2$$

$$t_B^2 = \frac{2L}{g\sin\beta} \qquad \boxed{t_B = \left(\frac{2L}{g\sin\beta}\right)^{1/2}}$$

$$L = \frac{h}{\sin\beta} \Rightarrow t_B = \left(\frac{2h}{g\sin^2\beta}\right)^{1/2} = \frac{1}{\sin\beta}\left(\frac{2h}{g}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{t_B = \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

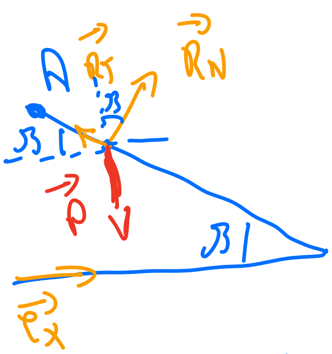
• $$v_x(t_B) = \frac{\cancel{m} g\cos\beta}{\cancel{m}}\sin\beta\, t_B = \cos\beta\sqrt{2hg}$$

$$\boxed{v_x(t_B) = \cos\beta\sqrt{2hg}}$$

$$\|\vec{v}\| = \frac{v_x}{\cos\beta}$$


$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{2hg}}$$

b)




Sur $(Ox)$ ; $m\ddot{x} = R_N\sin\beta - R_T\cos\beta$

Or $R_N = mg\cos\beta$ et $R_T = f R_N$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{R_N}{m}\sin\beta - f\frac{R_N}{m}\cos\beta$$

$$\boxed{v_x(t) = \frac{R_N}{m}(\sin\beta - f\cos\beta)\,t}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}\frac{R_N}{m}(\sin\beta - f\cos\beta)\,t^2$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{2}g\cos\beta(\sin\beta - f\cos\beta)\,t^2}$$

$$t_B^2 = \frac{2x_B}{g\cos\beta(\sin\beta - f\cos\beta)} = \frac{2L\cancel{\cos\beta}}{g\cancel{\cos\beta}(\sin\beta - f\cos\beta)}$$

$$\boxed{t_B = \sqrt{\frac{2L}{g(\sin\beta - f\cos\beta)}}}$$

$$L = \frac{h}{\sin\beta}$$

$$\boxed{t_B = \sqrt{\frac{2h}{g(\sin^2\beta - f\sin\beta\cos\beta)}}}$$

$$v_x(t_B) = g\cos\beta(\sin\beta - f\cos\beta)\sqrt{\frac{2h}{g\sin\beta(\sin\beta - f\cos\beta)}}$$

$$\boxed{v_x(t_B) = \cos\beta\sqrt{\frac{2hg(\sin\beta - f\cos\beta)}{\sin\beta}}}$$

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \frac{v_x}{\cos\beta} = \sqrt{\frac{2hg(\sin\beta - f\cos\beta)}{\sin\beta}}}$$

## Exo 4

1) A l'équilibre la force de rappel compense le poids

$$mg = \underline{\underline{2}} \times k \times \left(\underline{\sqrt{L_1^2+d^2} - d}\right) \Rightarrow k = \frac{mg}{2\left(\sqrt{L_1^2+d^2} - d\right)}$$

pour les 2 filins — allongement du filin.

A.N : $k = 20{,}7\ N.m^{-1}$

2) $m\ddot{z} = -mg - 2k(\ell - d)$ avec $\ell = \sqrt{z^2+d^2}$

$$m\ddot{z} = -mg - 2k\left(\sqrt{z^2+d^2} - d\right)$$

3) Si $z \gg d$, alors $\sqrt{z^2+d^2} \sim z$ et $\sqrt{z^2+d^2} - d \sim z$

$$\Rightarrow m\ddot{z} \approx -mg - 2kz$$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \frac{2k}{m} z = -g$$

Eq diff du $2^{nd}$ ordre à coeff. constant

+ solution Eq Homogène : Eq caractéristique : $r^2 + \frac{2k}{m} = 0$

$\Delta < 0 \Rightarrow \boxed{z_0(t) = A\cos(\omega t + \phi)}$ avec $\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$

+ solut° particulière : $z_p$ = cote (car le 2nd membre est une constante)

$\dot{z}_p = 0$, $\ddot{z}_p = 0$ $\Rightarrow$ $\frac{2h}{m} z_p = -g$ $\boxed{z_p = \frac{-mg}{2h}}$

* solut° complète : $z(t) = z_0(t) + z_p$

$$z(t) = A\cos(\omega t + \phi) - \frac{mg}{2h}$$

* $z(0) = A\cos(\phi) - \frac{mg}{2h} = -L_1$

$$\dot{z}(t) = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$$

$$\dot{z}(0) = -A\omega\sin(\phi) = v_i$$

(i) On déduit $\tan(\phi) = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{-v_i/\omega}{-L_1 + \frac{mg}{2h}}$

et $A = \frac{-v_i}{\omega\sin(\phi)}$ $\sin(\phi) = \sqrt{\frac{\tan^2(\phi)}{1+\tan^2(\phi)}} = \sqrt{\frac{v_i^2}{\omega^2(L_1 - \frac{mg}{2h})^2 + v_i^2}}$

* $t_h$ ? pour avoir $t_h$, on sait qu'on a $\dot{z}(t_h) = 0$

le premier max est pour $\omega t_h + \phi = \pi$

$$\boxed{t_h = \frac{\pi - \phi}{\omega}}$$

$$z_h = z(t_h) = A\cos(\omega t_h + \phi) - \frac{mg}{2k}$$
$$= A\cos(\pi - \phi + \phi) - \frac{mg}{2k}$$
$$= \frac{v_i}{\omega \sin\phi} - \frac{mg}{2k}$$

$$= \frac{v_i}{\omega\sqrt{\frac{v_i^2}{\omega^2\left(L_y - \frac{mg}{2k}\right)^2 + v_i^2}}} - \frac{mg}{2k}$$

5) $E_p = mgz + k\left(\sqrt{z^2+d^2} + d\right) + E_0$

$\forall$ les forces sont conservatives

$$\Delta E_m = 0 \quad \Delta E_p = -\Delta E_c$$

$$mgz_h + k\left(\sqrt{z^2+d^2} + d\right) - mg(-L_y) + k\left(\sqrt{(-L_y)^2+d^2}+d\right)$$
$$= \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\Rightarrow mgz_h - k\sqrt{z_h^2+d^2} = \frac{1}{2}mv_i^2 - mgL_y - k\sqrt{L_y^2+d^2}$$