

Thème : Rappel cinématique – Centre d’inertie

Support : Machine à vibrer.

La figure (1) représente un système permettant de mélanger les éléments préfabriqués en béton. Le repère (O_0, x_0, y_0, z_0) est lié au sol.

- ✓ Un châssis (1) supporté par 4 roues est solidaire du moule et du corps d’un moteur électrique. Il possède un mouvement de translation rectiligne par rapport au sol suivant x_0 repéré par le paramètre λ . La masse de (1) est $M_1=1000\text{kg}$. Son centre d’inertie est G_1 (figure 1). Le repère (G_1, x_1, y_1, z_1) est lié au châssis (1).
- ✓ L’ensemble tournant (2) est constitué du rotor du moteur électrique (2r) et de deux disques excentrés (2s). (2) est guidé en rotation par rapport à (1) par l’intermédiaire de deux paliers situés en A (liaison rotule) et en B (liaison linéaire annulaire d’axe Bz_1) (figure (2)). Le mouvement de rotation d’axe Oz_1 est paramétré par l’angle θ . $\theta=(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$. L’ensemble tourne à vitesse constante ω ($\theta=\omega.t$). La masse de (2) est $M_2=6\text{kg}$.

On note :

$\vec{OG}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}_{b_2}$: le vecteur définissant la position du centre d’inertie de (2)

e : l’excentration des disques de l’ensemble (2). $e=OC=40\text{mm}$

m_d : la masse d’un disque. $m_d=1,5\text{kg}$. L’épaisseur des disques est supposée négligeable.

L : la cote des paliers par rapport au centre d’inertie de l’arbre du rotor O . $L=152\text{mm}$

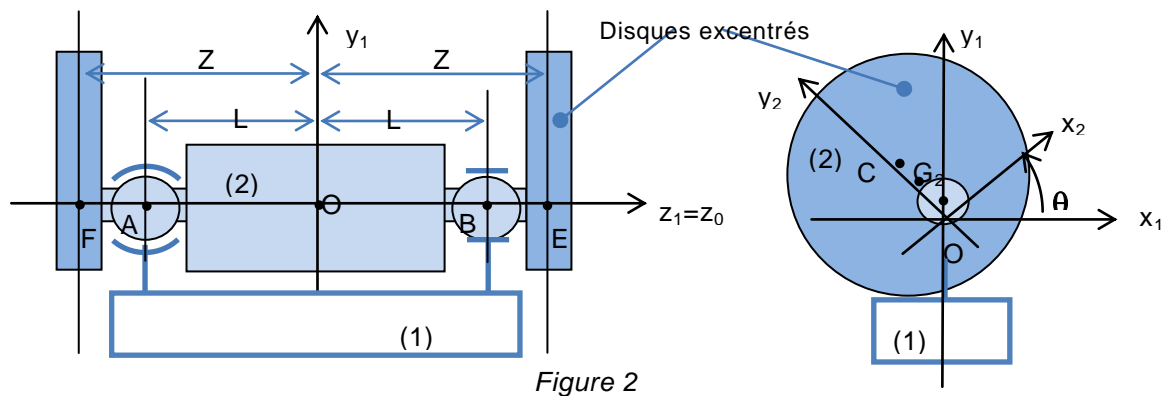
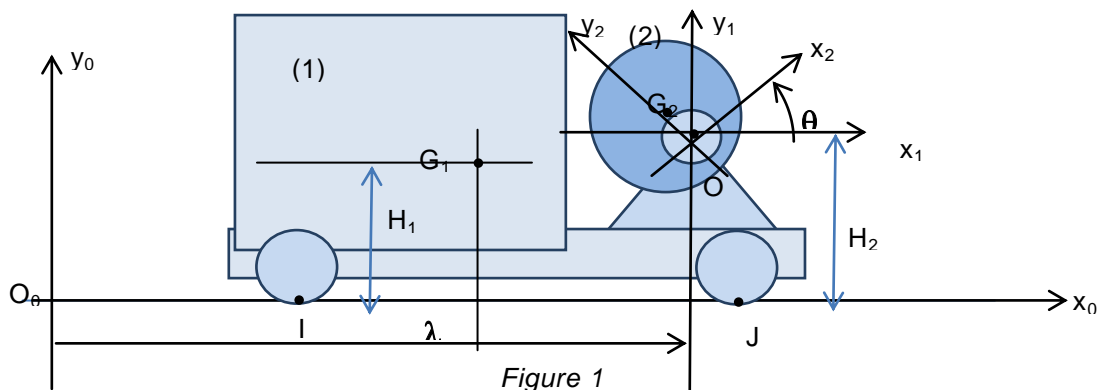
Z : la cote sur l’axe z_1 des centres des disques par rapport au point O . $Z=200\text{mm}$

R : le rayon extérieur des disques. $R=70\text{mm}$

m_r : la masse du rotor (sans les disques). $m_r=3\text{kg}$.

On vérifie $M_2=m_r+2m_d$

La vitesse de rotation de (2)/(1) est constante et est égale à $\omega=210\text{ rd/s}$



Objectif de l’étude : déterminer les grandeurs cinématiques du centre d’inertie de (2)/ R_0

Question 1 : Calculer les composantes du centre d’inertie de l’ensemble tournant (2) dans la base de votre choix.

Question 2 : Calculer le vecteur vitesse et le vecteur accélération du centre d’inertie de (2)/ R_0 en fonction des paramètres du mouvement λ et θ et de leurs dérivées.

Thème : Rappel cinématique – Centre d’inertie

Support : Mélangeur de peinture.

La modélisation utilisée est définie sur la figure 5. Elle utilise 5 solides : le bâti (1), le moyeu principal (2), le pot de peinture (4), le plateau inférieur (3i) et le plateau supérieur (3s). Tous ces solides sont supposés indéformables.

Le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est supposé galiléen. Le moyeu principal (2) est en liaison pivot parfaite par rapport au bâti d'axe (O, \vec{x}_1) . On définit le paramètre angulaire $\alpha = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. Le repère $R_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié à la pièce (2). Le pot de peinture (4) est en liaison pivot parfaite par rapport au moyeu principal (2) d'axe (O, \vec{y}_2) . On définit le paramètre angulaire $\beta = (\vec{z}_2, \vec{z}_4)$. Le repère $R_4 = (O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ est lié à la pièce (4). Le pot de peinture (4) sera considéré comme un cylindre homogène plein de rayon R_4 , de hauteur H_4 et de masse m_4 . Dans notre étude, le pot de peinture sera excentré sur les plateaux et son centre de gravité G sera défini par $\vec{OG} = x_G \cdot \vec{x}_4$.

La matrice d'inertie du pote de peinture (4) en G est défini par :
$$[I_{(G,b_4,(4))}] = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & A_4 \end{pmatrix}$$

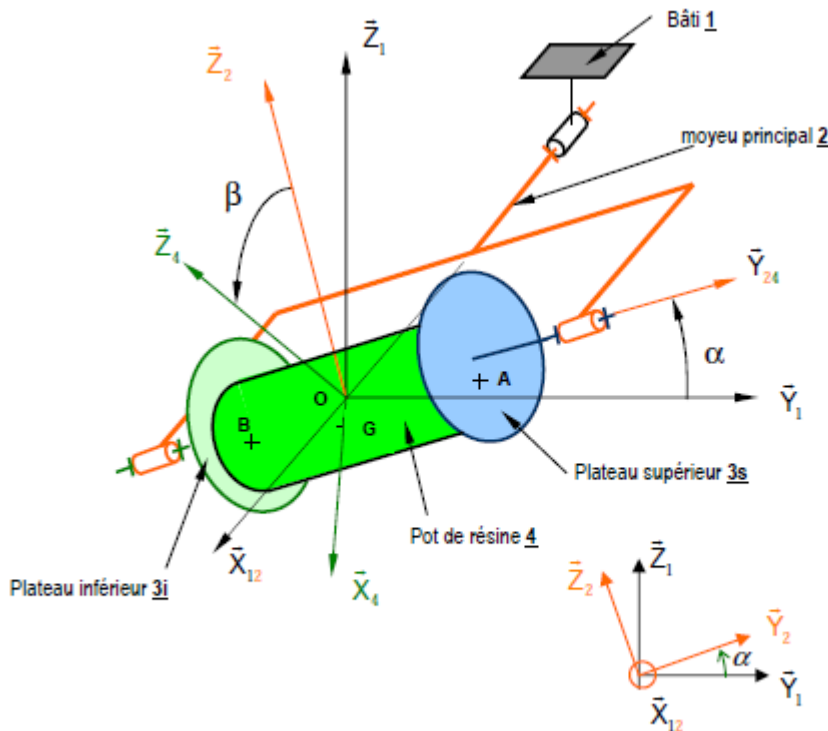


Figure 2



Figure 1

Objectif de l'étude : déterminer les grandeurs cinématiques du centre d'inertie de (4)/(1)

Question 1 : Déterminer le torseur cinématique du moyeu principal (2) dans son mouvement par rapport au bâti (1) réduit au point O

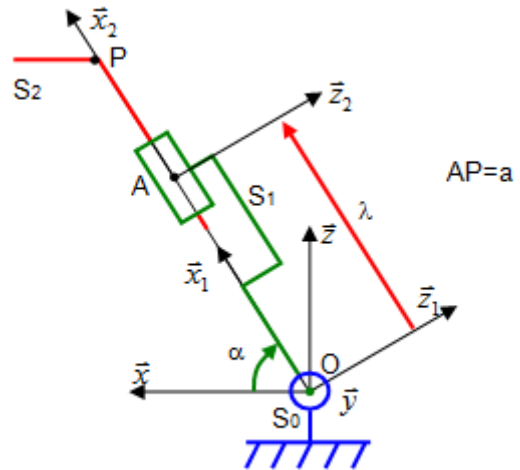
Question 2 : Déterminer le torseur cinématique du pot de résine (4) dans son mouvement par rapport au bâti (1) réduit au point O puis au point G.

Thème : Rappel cinématique – Typologie de problèmes

Problème 1

On souhaite dans le cadre d'une étude préliminaire d'un élévateur déterminer les caractéristiques cinématiques du point P en fonction des paramètres α et λ .

Calculer $\vec{V}_{P \in S_2 / R}$ et $\vec{\gamma}_{P \in S_2 / R}$



Problème 2

On considère un système bielle manivelle

Ecrire la loi entrée-sortie permettant de relier les paramètres α et λ .

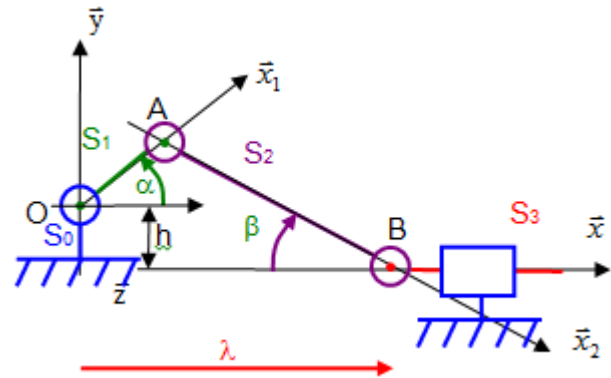
Calculer $\vec{V}_{A \in 1 / R}$, $\vec{V}_{B \in 3 / R}$ et $\vec{V}_{G \in 2 / R}$ en fonction des paramètres α et λ .

On donne

$OA=a$

$AB=L$

$$\vec{AG} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_2$$



Problème 3

On modélise la cinématique d'un véhicule sur une route se déplaçant suivant une trajectoire rectiligne.

On suppose qu'il y a roulement sans glissement au point I.

La roue a un rayon r.

Traduire la condition de roulement sans glissement et donner la relation entre les paramètres de mouvement

Le centre d'inertie G de la roue est légèrement excentré.

On donne $\vec{CG} = e \cdot \vec{x}_1$

Calculer $\vec{V}_{G \in S_2 / R}$ en fonction de α .

