

## Torseur dynamique des éléments constitutifs d'un système bielle-manivelle

L'objectif de l'étude consiste à mettre en évidence d'influence des grandeurs dynamiques sur les actions mécaniques de liaison dans le cas du compresseur d'air JUN-AIR 41.

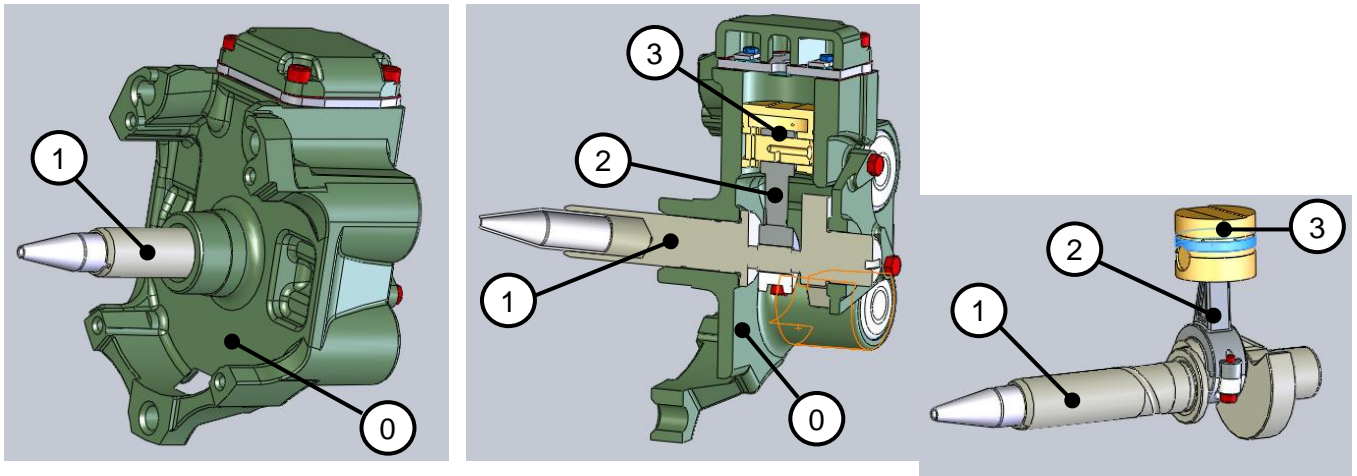


Figure 1

On considère le compresseur JUN-AIR représenté figure 1 constitué

- ✓ d'un corps (0) fixe. On lui lie le repère considéré comme galiléen  $R_0=(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ .
- ✓ d'un vilebrequin (1) en rotation autour de l'axe  $O_1z_1$  de paramètre  $\alpha$  avec  $\alpha = (\vec{x}_0,\vec{x}_1)$ .  $O_1$  est un point fixe tel que  $\vec{O_0O_1} = h.\vec{z}_0$ . On pose  $\vec{O_1A} = r.\vec{x}_1$
- ✓ d'une bielle (2) en liaison pivot en A par rapport à (1) d'axe  $Az_1$  et en liaison pivot par rapport au piston (3) d'axe  $Bz_1$ . La position de la bielle est paramétrée par le paramètre  $\beta$  avec  $\beta = (\vec{x}_0,\vec{x}_2)$ . On pose  $\vec{AB} = L.\vec{x}_2$
- ✓ d'un piston (3) en mouvement de translation rectiligne par rapport au corps d'axe  $O_1x_0$ . Le paramètre de translation est  $\lambda=O_1B$

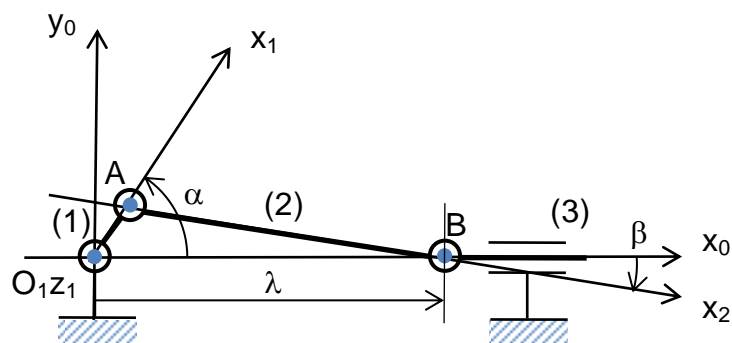


Figure 2

**Objectif de l'étude : déterminer les grandeurs dynamiques du vilebrequin pour regarder leur incidence sur les efforts de guidage.**

La figure 3 correspond à une représentation volumique du vilebrequin (1) avec le système d'axes associés. Le logiciel CAO permet d'avoir accès aux propriétés de masse du vilebrequin.

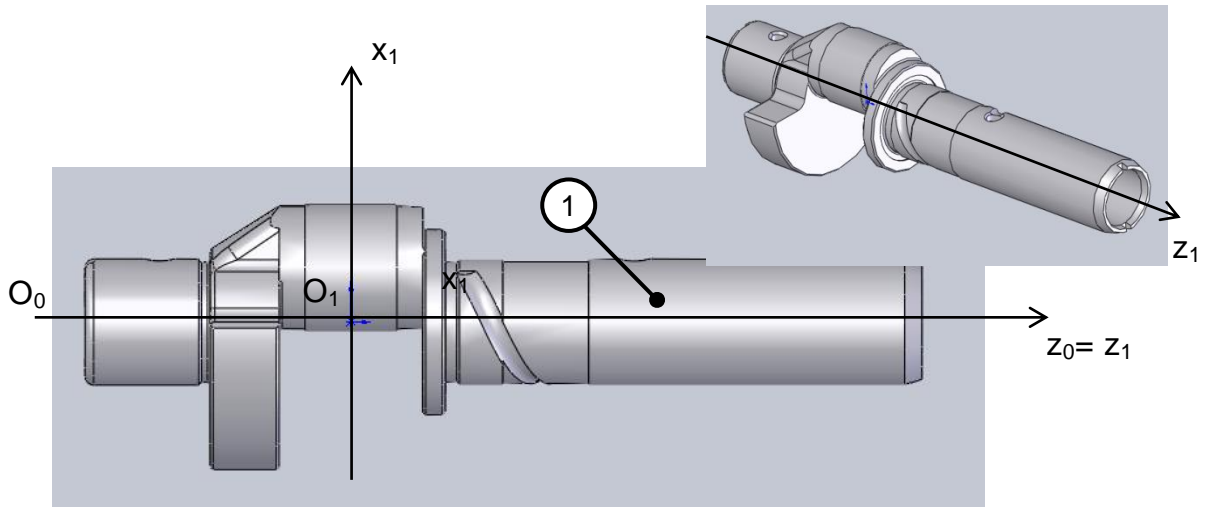


Figure 3 – vilebrequin (1)

Extrait du logiciel CAO concernant l'ensemble (1)

Masse = 0,41 kg  
 Volume = 58064.39 millimètres cubes  
 Superficie = 24097.46 millimètres carrés

Centre de gravité  $G_1$  dans le repère  $O_1x_1y_1z_1$  : (millimètres)  
 $X_{G_1} = -0.66$   
 $Y_{G_1} = 0.02$   
 $Z_{G_1} = 9.58$

Axes principaux et moments d'inertie principaux : (kg \* millimètres carrés)  
 Pris au centre de gravité.  
 $n_x = (1.00, 0.03, 0.00)$   $I_x = 562.92$   
 $n_y = (-0.03, -1.00, 0.01)$   $I_y = 568.82$   
 $n_z = (0.00, -0.01, 1.00)$   $I_z = 59.19$

Matrice d'inertie: (grammes \* millimètres carrés)  
 Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées  $G_1x_1y_1z_1$ .  
 $L_{xx} = 562.39$   $L_{xy} = 0.08$   $L_{xz} = 16.25$   
 $L_{yx} = 0.08$   $L_{yy} = 568.82$   $L_{yz} = -0.10$   
 $L_{zx} = 16.25$   $L_{zy} = -0.10$   $L_{zz} = 59.72$

Matrice d'inertie: (kg \* millimètres carrés)  
 Pris au système de coordonnées de sortie  $O_1x_1y_1z_1$ .  
 $I_{xx} = 599.67$   $I_{xy} = 0.07$   $I_{xz} = 13.70$   
 $I_{yx} = 0.07$   $I_{yy} = 606.27$   $I_{yz} = -0.00$   
 $I_{zx} = 13.70$   $I_{zy} = -0.00$   $I_{zz} = 59.89$

La masse du vilebrequin est notée  $M_1$ . On suppose que (1) tourne à vitesse constante  $\dot{\alpha} = \omega = \text{cste}$

**QUESTIONS**

*La pièce vilebrequin est-elle équilibrée statiquement ? – Justifier votre réponse.  
 Donner l'expression de la résultante dynamique de (1)/(0) en fonction des données.  
 Calculer la norme de cette résultante pour une vitesse de rotation de 3000tr/min.*

*Donner l'expression du moment dynamique de (1)/(0) au point  $O_1$  en fonction des données.  
 Calculer la norme de ce moment dynamique pour une vitesse de rotation de 3000tr/min (on prendra les valeurs numériques nécessaires dans l'extrait du logiciel CAO ci-dessus)*

**Objectif de l'étude : déterminer les grandeurs dynamiques du piston pour regarder leur incidence sur les efforts de guidage.**

La figure 4 correspond à une représentation volumique du piston (3).

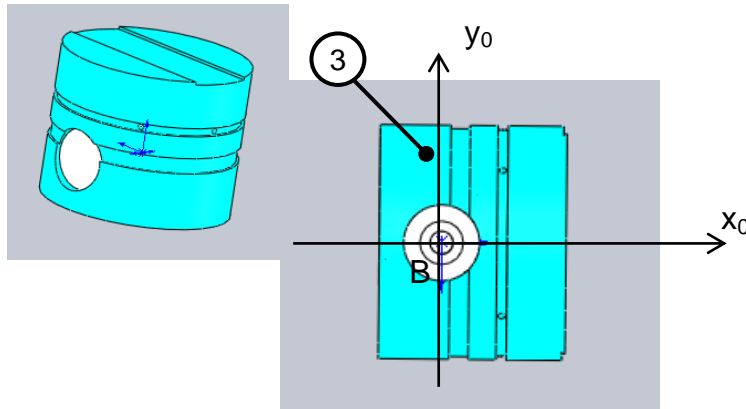


Figure 4

Extrait du logiciel CAO concernant le piston (3)

Masse = 0,05 kg		
Volume = 12974.9 millimètres cubes		
Superficie = 9033.09 millimètres carrés		
Centre de gravité $G_3$ dans le repère B $x_0y_0z_0$ : (millimètres)		
$X_{G_3} = 4.04$		
$Y_{G_3} = 0.07$		
$Z_{G_3} = -0.00$		
Matrice d'inertie: (grammes * millimètres carrés)		
Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées $G_3x_0y_0z_0$ .		
$L_{xx} = 7.24$	$L_{xy} = 0.00$	$L_{xz} = 0.00$
$L_{yx} = 0.00$	$L_{yy} = 6.96$	$L_{yz} = 0.00$
$L_{zx} = 0.00$	$L_{zy} = 0.00$	$L_{zz} = 5.66$

La masse du piston est notée  $M_3$ .

### QUESTIONS

Donner l'expression littérale du torseur dynamique de (3)/(0) au point B en fonction des données.

Une étude cinématique donne :

$$\begin{cases} \sin\beta = -\frac{r}{L} \cdot \sin\alpha \\ \lambda = r \cdot \cos\alpha + L \cdot \cos\beta \end{cases}$$

$r=9.5\text{mm}$  et  $L=47.5\text{mm}$

On suppose alors que  $r/L$  est petit devant 1 ce qui revient à poser  $\cos\beta=1$  et  $\sin\beta=\beta$

On suppose toujours que (1) tourne à vitesse constante  $\dot{\alpha}=\omega=\text{cste}$

Déduire alors l'expression du torseur dynamique de (3)/(0) au point B en fonction de  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$ .

Calculer les valeurs maximales de la résultante dynamique et du moment dynamique en B. En les comparant à  $F_c$ , conclure si on peut négliger les effets dynamiques sur le piston.

**Objectif de l'étude : déterminer les grandeurs dynamiques de la bielle pour regarder leur incidence sur les efforts de guidage.**

La figure 5 correspond à une représentation volumique de la bielle (2).

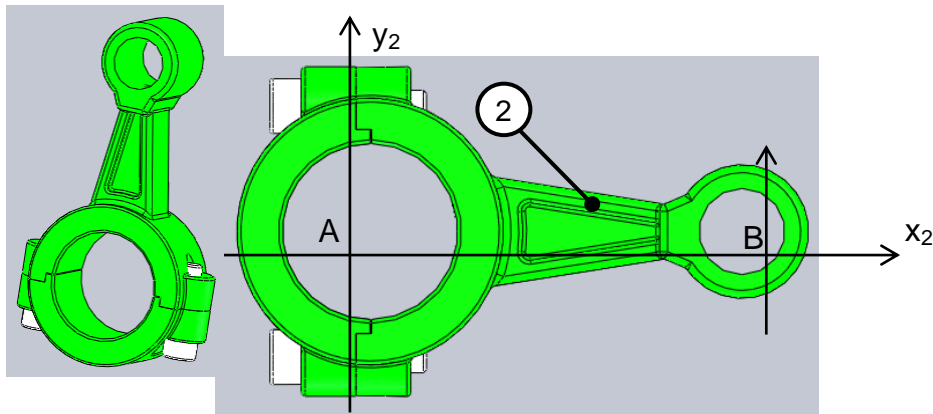


Figure 5

Extrait du logiciel CAO concernant la bielle (2)

Masse = 0,1 kg  
 Volume = 13740 millimètres cubes  
 Superficie = 8360.05 millimètres carrés

Centre de gravité  $G_2$  dans le repère A  $x_2y_2z_0$  : (millimètres)  
 $X_{G_2} = 11.5$   
 $Y_{G_2} = 0.00$   
 $Z_{G_2} = -0.01$

Matrice d'inertie: (grammes \* millimètres carrés)  
 Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées  $G_2x_2y_2z_0$ .

Lxx = 11.43	Lxy = 0.00	Lxz = 0.02
Lyx = 0.00	Lyy = 42.91	Lyz = 0.00
Lzx = 0.02	Lzy = 0.00	Lzz = 50.72

La masse de la bielle est notée  $M_2$ .

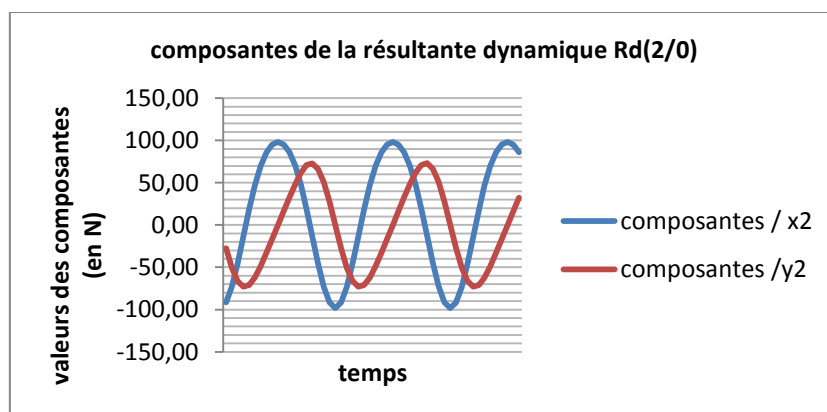
**QUESTIONS**

Montrer que la résultante dynamique de la bielle (2)/(0) s'écrit :

$$\overrightarrow{Rd}_{(2/0)} = -M_2 \cdot r \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \vec{x}_1 + M_2 \cdot c \cdot \ddot{\beta} \cdot \vec{y}_2 - M_2 \cdot c \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \vec{x}_2 \quad (i)$$

Donner l'expression littérale du torseur dynamique de (2)/(0) au point  $G_2$

Les courbes ci-dessous donnent les composantes de la résultante dynamique sur les axes  $x_2$  et  $y_2$ . Les efforts de (1) sur (2) en A et de (3) sur (2) en B sont du même ordre de grandeur que  $F_c$ .



Conclure sur l'influence des grandeurs dynamiques sur les efforts aux paliers en A et B.