INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES TOULOUSE

Département Sciences et Technologies Pour l'Ingénieur

Pré-orientation Ingénierie de la Construction

EPREUVE DE MECANIQUE Module I3ICMT11 (1h15')

Durée 1h15, aucun document personnel autorisé (formulaire fourni en annexe)

Novembre 2014

Etude d'un embrayage centrifuge

L'éco-marathon Shell est une compétition qui consiste à consommer le moins de carburant possible pour parcourir une distance donnée avec un véhicule à moteur thermique transportant une personne. La réglementation interdit l'exploitation des batteries de démarrage du moteur pour transmettre de la puissance aux roues du véhicule. Les concepteurs doivent dont associer au démarreur une fonction qui ne transmet aucun couple moteur vers les roues en dessous d'une vitesse de rotation donnée du moteur thermique. Cette fonction est souvent réalisée par un embrayage centrifuge qui fait l'objet de cette étude simplifiée.

Description de l'embrayage centrifuge[1]

La solution technologique adoptée est présentée sur la figure 1. Elle associe :

- le rotor moteur (**1**) qui est en liaison pivot d'axe $O\vec{z}_0$ et de paramètre angulaire $\theta_1 = (O\vec{x}_0, O\vec{x}_1)$ avec le bâti fixe (**0**),
- le rotor en cloche récepteur (**2**) qui est en liaison pivot d'axe $O\vec{z}_0$ et de paramètre angulaire α, non représenté sur la figure, avec le bâti fixe (**0**),
- deux masselottes (**3**) et (**3'**) qui sont en liaison glissière d'axe $O\vec{x}_1$ et de paramètres de position x (et x' non représenté sur la figure) avec le rotor (**1**),
- deux ressorts, non représentés sur la figure qui rappellent les masselottes vers le centre O.

Le fonctionnement de l'embrayage centrifuge est caractérisé par plusieurs phases :

a. phase d'approche

Sous l'effet de la rotation du rotor moteur (**1**) par rapport au bâti fixe (**0**), les masselottes (**3**) et (**3'**) ont tendance à s'écarter de l'axe $O\vec{z}_0$.

b. phase de contact avec glissement

Lorsque les masselottes (**3**) et (**3'**) arrivent au contact du rotor (**2**), un glissement apparaît à cause de la différence de vitesse angulaire des rotors (**1**) et (**2**). Sous l'effet du frottement de contact, les masselottes (**3**) et (**3'**) commencent alors à entraîner en rotation le rotor récepteur (**2**).

c. phase de contact sans glissement

Lorsque le rotor (**2**) a atteint la vitesse angulaire du rotor moteur (**1**), l'embrayage est assimilable à une liaison complète entre ces 2 corps.

[1] Toutes les informations et descriptions utiles à la compréhension ne sont pas nécessaires à la rédaction de cette épreuve.

Hypothèses et notations

On note $C(t)\vec{z}_0$ le couple extérieur exercé sur le rotor (**1**) de la part du moteur thermique,

- Soit $G_1 \left|\begin{matrix} -X_G \\ 0 \\ Z_G \end{matrix}\right._{\mathcal{R}_1}$ le centre de gravité du rotor moteur 1dans le repère $\mathcal{R}_1 = \{O : \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0\}$
- la matrice d'inertie du rotor moteur (**1**) définie en G_1 est de la forme $\left[I_{G_1,\mathcal{B}1}(1)\right] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}$ en projection sur la base $\mathcal{B}_1 = \{\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0\}$,
- la matrice d'inertie du rotor récepteur (**2**) est de la forme $\left[I_{O,\mathcal{B}2}(2)\right] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}$ en projection sur la base $\mathcal{B}_2 = \{\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0\}$,
- les masselottes (**3**) et (**3'**) sont identiques, de masse m, de centres de gravité respectifs G_3 et $G_{3'}$ et de matrices d'inertie

$$\left[I_{G_3,\mathcal{B}1}(3)\right] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \qquad \left[I_{G_{3'},\mathcal{B}1}(3')\right] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}$$

- les paramètres x et x' représentant les longueurs variables $\overline{OG_3}$ et $\overline{OG_{3'}}$ ont la même valeur. Les masselottes (**3**) et (**3'**) entrent en contact avec le rotor récepteur (**2**) pour $x = x_c$ et $x' = -x_c$.
- les liaisons glissières (1/3 et 1/3') et pivot (1/0 et 2/0) sont supposées parfaites,
- pour tous les corps, l'action de la gravité est négligée,
- le ressort de rappel exerce sur la masselotte (**3**) un effort $\vec{F}_R = -k\,x\,\vec{x}_1$ où k est la raideur du ressort. D'une façon similaire, le ressort de rappel exerce sur la masselotte (**3'**) un effort $\vec{F}_R = k\,x\,\vec{x}_1$.

A – Informations inertielles

A1 – A l'examen de la **Figure 2**, justifier la forme adoptée dans les hypothèses pour la position du centre d'inertie $G_1 \left|\begin{matrix} -X_G \\ 0 \\ Z_G \end{matrix}\right._{\mathcal{R}_1}$ du rotor moteur (**1**).

A2 – A l'examen de la **Figure 2**, justifier la forme adoptée dans les hypothèses pour la matrice d'inertie du rotor moteur (**1**).

A3 – Au vu des résultats inertiels du rotor moteur (**1**) calculée en G_1 $\left[I_{G_1,\mathcal{B}1}(1)\right]$ donnés par le logiciel CATIA © sur la **Figures 3a**, déterminer numériquement la matrice d'inertie du rotor moteur (**1**) calculée en O $\left[I_{O,\mathcal{B}1}(1)\right]$. Vérifier votre résultat en utilisant les résultats CATIA © visualisés sur la **Figures 3b.**

B - Calculs préliminaires

*Etude du rotor moteur (**1**)*

B1 – Exprimer en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le torseur cinétique réduit au point G_1 du rotor moteur (**1**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) $\left[C_i\ (1/\mathcal{R}_0)\right]_{G_1}$.

B2 – Exprimer en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le torseur dynamique réduit au point G_1 du rotor moteur (**1**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) $\left[\mathcal{D}\ (1/\mathcal{R}_0)\right]_{G_1}$.

B3 – Déterminer alors en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le torseur dynamique réduit au point O du rotor (**1**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**) $\left[\mathcal{D}\ (1/\mathcal{R}_0)\right]_O$.

*Etude de la masselotte (**3**)*

B4 - Exprimer en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le vecteur vitesse angulaire $\vec{\Omega}_{1/0}$, la vitesse $\vec{V}_{G_3,3/0}$ et l'accélération $\vec{a}_{G_3,3/0}$ du centre d'inertie de la masselotte (**3**) dans son mouvement par rapport au bâti fixe (**0**).

B5 – Exprimer en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le torseur cinétique réduit au point O de la masselotte (**3**) dans son mouvement par rapport au bâti fixe (**0**) $\left[C_i\ (3/\mathcal{R}_0)\right]_O$.

B6 – Exprimer en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le torseur dynamique réduit au point O de la masselotte (**3**) dans son mouvement par rapport au bâti fixe (**0**) $\left[\mathcal{D}\ (3/\mathcal{R}_0)\right]_O$.

Etude du système $S=\{1,\ 3,\ 3'\}$

B7 – Exprimer le moment dynamique $\vec{\delta}_O(S/0)$ du système matériel $S=\{1,\ 3,\ 3'\}$ constitué du rotor (**1**) et des deux masselottes (**3**) et (**3'**). On exploitera les conditions de symétrie des masselottes en écrivant que $\vec{\delta}_O(3/0)=\vec{\delta}_O(3'/0)$.

C - Etude de la phase de contact avec glissement

*On considère dans cette partie que les masselottes(3) et (3') sont au contact du rotor récepteur (**2**) avec glissement relatif.*

C1 – Exprimer en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le torseur $\left[F_{Ext/S}\right]_O$ réduit au point O des actions extérieures appliquées sur le système matériel $S=\{1,\ 3,\ 3'\}$ lorsque les masselottes (**3**) et (**3'**) sont en contact avec le rotor récepteur (**2**). Pour les contacts ponctuels 3/2 et 3'/2 on fera apparaître dans le torseur des actions extérieures les composantes normales $F_{N\,2/3}$ et $F_{N\,2/3'}$ ainsi que les composantes tangentielles $F_{T\,2/3}$ et $F_{T\,2/3'}$. On expliquera pourquoi les composantes tangentielles sont portées par l'axe $\vec{y}_1$.

C2 – Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble $S=\{1,\ 3,\ 3'\}$ au point O.

Question Bonus :

BO - Après avoir calculé la matrice d'inertie $\left[I_{O,\mathcal{B}1}(1)\right]$, déterminer directement en projection sur la base $\mathcal{B}_1$ le moment dynamique $\vec{\delta}_O(1/0)$ au point O du rotor moteur (**1**) dans son mouvement par rapport au bâti (**0**). Vérifier avec le résultat déterminé à la question B3

Formulaire Mécanique du Solide

Torseur cinématique en un point A du mouvement d'un solide rigide :

$$\left[C_{S/\mathcal{R}}\right]=\left[\begin{matrix}\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \\ \vec{V}(A\in S/\mathcal{R})\end{matrix}\right]_A \quad \text{avec} \quad \vec{V}(A\in S/\mathcal{R})=\vec{V}(B\in S/\mathcal{R})+\vec{AB}\wedge\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}$$

Relation de dérivation dans une base mobile :

$$\left(\frac{d\,\vec{u}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_1}=\left(\frac{d\,\vec{u}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_2}+\vec{\Omega}_{2/1}\wedge\vec{u}$$

Moment dynamique en A : $\vec{\delta}_A(S/\mathcal{R})=\left(\frac{d}{dt}\vec{\sigma}_A(S/\mathcal{R})\right)_{\mathcal{R}}+m\vec{V}(A/\mathcal{R})\wedge\vec{V}(G\in S/\mathcal{R})$

$$\vec{\sigma}_A(S/\mathcal{R})=\left[I_{A,\mathcal{B}}(S)\right]\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}+m\ \vec{AG}\wedge\vec{V}(A\in S/\mathcal{R}) \quad \text{avec } A\in S$$

$$\left[I_{A,\mathcal{B}}(S)\right]=\begin{bmatrix}\int_S(y^2+z^2)dm & -\int_S xydm & -\int_S xzdm \\ & \int_S(z^2+x^2)dm & -\int_S yzdm \\ & & \int_S(x^2+y^2)dm\end{bmatrix}$$

Théorème de Huygens : $\left[I_{A,\mathcal{B}}(S)\right]=\left[I_{G,\mathcal{B}}(S)\right]+\left[I_{A,\mathcal{B}}(G,m(S))\right]$