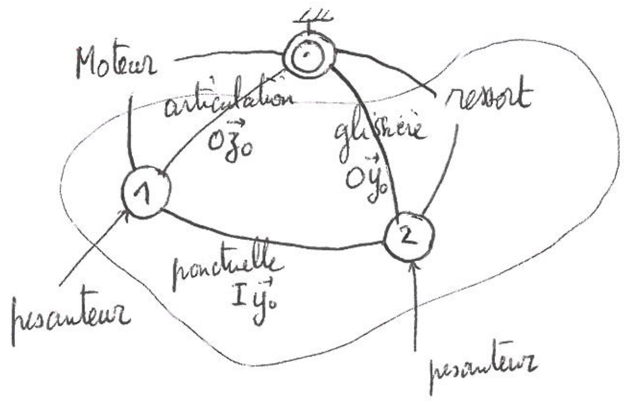
Correction examen 3IC méca 2015

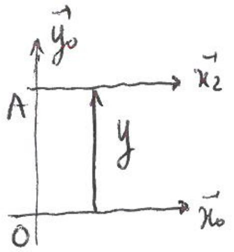
Système à excentrique

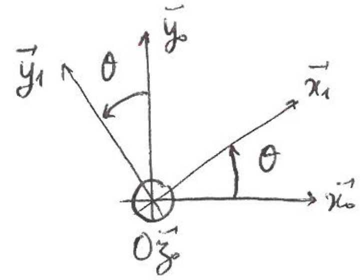
Introduction

Pb plan



2 paramètres θ et y





PARTIE 1

1.1. $\vec{OA} = \vec{OC} + \vec{CI} + \vec{IA}$

$/\vec{y}_0 \quad y = e\sin\theta + r$

$\theta = 0 \quad y = r$

$\theta = \pi/2 \quad y = e + r$

$\theta = -\pi/2 \quad y = r - e$

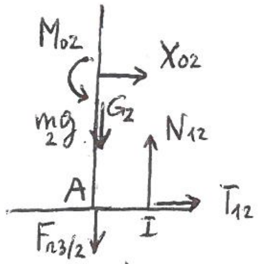
1.2 $F_{r\,3/2} = -(a + ky)$

$\theta = -\pi/2 \quad y_0 = r - e \qquad F_{r_0} = -(a + k(r-e)) \qquad a = -F_{r_0} - k(r-e)$

d'où $F_{r\,3/2} = F_{r_0} - k\{y - (r-e)\}$

1.3 on isole (2)

BAMext (figure)



pesanteur en G_2 $-m_2 g\,\vec{y_0}$

ressort en A $-F_{r3/2}\,\vec{y_0}$

ponctuelle en I $T_{12}\,\vec{x_0} + N_{12}\,\vec{y_0}$

glissière dans le plan $\left\{ \begin{array}{c|c} X_{02} & - \\ 0 & - \\ - & M_{02} \end{array} \right\}_{0,b_0}$

L'équation dans le plan qui ne fait pas intervenir X_{02} et M_{02} est l'équation de la resultante sur $\vec{y_0}$ (liberté de mouvement)

$$\sum \overrightarrow{F_{ext\to 2}} \cdot \vec{y_0} = \overrightarrow{Rd}(2/R_g) \cdot \vec{y_0}$$

1.4 Résultante dynamique : $\overrightarrow{Rd}(2/R_g) = m_2 \cdot \ddot{y}\,\vec{y_0}$

$$\Rightarrow \quad -m_2 g - F_{r3/2} + N_{12} = m_2 \ddot{y}$$

1.5. condition de non décollement : $N_{12} > 0$

on deduit $m_2 \ddot{y} + F_{r3/2} + m_2 g \geq 0$

$$F_{r0} > -m_2(\ddot{y} + g) + k\{y - (r - e)\}$$

1.6

$$F_{r0} > + m_2(e\omega^2 \sin\omega t - g) + k\{e(1 + \sin\omega t)\}$$

$y = e\sin\omega t + r$

$\ddot{y} = -e\omega^2 \sin\omega t$

$$\omega = \frac{6280}{30} = 294 \text{ rad/s}$$

$$e\omega^2 \simeq 1037 \gg g$$

cas defavorable $\sin\omega t = 1$ $\quad F_{r0} > 0,2(e\omega^2) + 5 \cdot e \cdot 2 = 327.4\,N$

PARTIE 2

2.1 L'excentrique possède 2 plans de symétrie orthogonaux passant par O

Ox_1z_1 et Ox_1y_1 d'où une matrice d'inertie diagonale.

2.2 $Ec(\Sigma/R_g) = Ec(1) + Ec(2)$

rotation /O d'axe $O\vec{z_0}$: $\frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}^2$

Translation d'axe $O\vec{y_0}$: $\frac{1}{2} m_2 \dot{y}^2$

$$Ec(\Sigma/R_g) = \frac{1}{2} C_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}^2$$

2.3 on isole le système

Action extérieures et puissances

- → Moteur $C_m \vec{z_0}$ $\qquad \mathcal{P}_{C_m} = C_m . \dot{\theta}$
- → Pesanteur → 2 $\qquad \mathcal{P}_{pes \to 2} = - m_2 g . \vec{y_0} . \dot{y} \vec{y_0} = - m_2 g \dot{y}$
- → Pesanteur → 1 $\qquad \mathcal{P}_{pes \to 1} = - m_1 g \vec{y_0} . \vec{V}_{G_1, 1/0} = - m_1 g . e \dot{\theta} \cos\theta$
- → ressort → 2 $\qquad \mathcal{P}_{ressort \to 2} = \vec{F}_{r 3/2} . \vec{V}_{A, 2/0} = - F_{r0} . \dot{y}$ (avec l'hypothèse)

2.4 Actions intérieures

$T_{12} \vec{x_0} + N_{12} \vec{y_0}$ en I

Vitesse relative $\vec{V}_{I, 2/1} = \vec{V}_{I, 2/0} - \vec{V}_{I, 1/0}$

$\vec{V}_{I, 2/0} = \dot{y} \vec{y_0}$

$\vec{V}_{I, 1/0} = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{OI} = \dot{\theta} \vec{z_0} \wedge (e \vec{x_1} + r \vec{y_0}) = e \dot{\theta} \vec{y_1} - r \dot{\theta} \vec{x_0}$

$$\vec{V}_{I, 2/1} = \dot{y} \vec{y_0} - e \dot{\theta} \vec{y_1} + r \dot{\theta} \vec{x_0} = (r + e \sin\theta) \dot{\theta} \vec{x_0}$$

$$\mathcal{P}_{1 \leftrightarrow 2} = T_{12} . (r + e \sin\theta) . \omega$$

Par ailleurs étant donné le glissement $T_{12} = \pm f . N_{12}$

$T_{12} \vec{x_0}$ s'oppose à la vitesse de glissement $\Rightarrow$ T_{12} négatif

$$\Big\} \quad \mathcal{P}_{1 \leftrightarrow 2} = - f . N_{12} (r + e \sin\theta) \omega$$

2.5

Theoreme de l'energie cinetique

$$\sum \mathcal{P}_{ext\ et\ int} = \frac{dE_c}{dt}$$

$$C_m\dot\theta - m_2 g e\dot\theta\cos\theta - m_1 g e\dot\theta\cos\theta - F_{r0} e\dot\theta\cos\theta - f N_{12}(r + e\sin\theta)\cdot\dot\theta = C_1\dot\theta\ddot\theta + m_2\dot y\ddot y$$

$$C_m = \{(m_1+m_2)g + F_{r0}\}e\cos\omega t + f N_{12}(r + e\sin\omega t) + m_2 e^2(-\omega^2\cos\omega t\sin\omega t)$$

$$N_{12} = m_2\ddot y + F_{r0} + m_2 g$$

$$C_m = \left[(m_1+m_2)g\cos\omega t + f m_2 g(r + e\sin\omega t)\right] + \left[e F_{r0}\{\cos\omega t + f(r + e\sin\omega t)\}\right] + \left[m_2\ddot y\{e\cos\omega t + f(r + e\sin\omega t)\}\right]$$

pesanteur

ressort

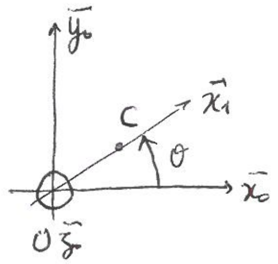
termes dynamiques

2.6

La precharge tend à augmenter sensiblement le couple moteur (et la puissance dissipée au contact)

PARTIE 3

3.1 Nature du mouvement : mouvement de rotation autour d'un axe fixe $O\vec{z_0}$



$\vec{a}_{C,1/0} = -e\dot{\theta}^2\vec{x_1}$ à $\dot{\theta} = cste$

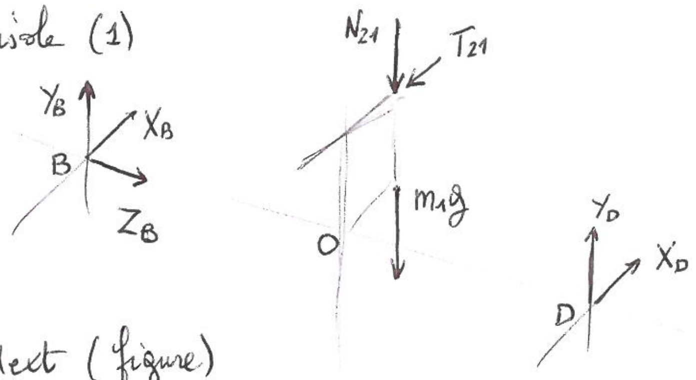
$\Rightarrow$ resultante dynamique $\vec{R_d}(1/0) = -m_1 e\dot{\theta}^2\vec{x_1}$

Moment cinetique en O $\qquad \vec{\sigma}_{O(1/0)} = [I_O]\cdot\{\dot{\theta}\vec{z_0}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ -D_1\dot{\theta} \\ C_1\dot{\theta} \end{pmatrix}_{b_1}$

Moment dynamique en O $\qquad \vec{\delta}_{O(1/0)} = \dfrac{d\,\vec{\sigma}_O(1/0)}{dt} = D_1\dot{\theta}^2\vec{x_1}$ à $\dot{\theta} = cste$.

D'où le torseur dynamique $\qquad \left\{ \begin{array}{c} -m_1 e\dot{\theta}^2\vec{x_1} \\ D_1\dot{\theta}^2\vec{x_1} \end{array} \right\}_O$

3.2 On isole (1)



BAMext (figure)

rotule en B $\qquad \left\{ \begin{array}{c|c} X_B & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{array} \right\}_{B,b_0}$

lineaire annulaire en $D\vec{z_0}$ $\qquad \left\{ \begin{array}{c|c} X_D & 0 \\ Y_D & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{D,b_0}$

$(-T_{12}\vec{x_0} - N_{12}\vec{y_0})$ au point I

pesanteur $-m_1 g\vec{y_0}$ en C

moteur $C_m\vec{z_0}$ autour de $O\vec{z_0}$

PFD $\quad \sum \vec{F}_{ext \to 1} = \vec{R_d}(1/R_g)$

$$\sum \vec{M}_{O\,ext \to 1} = \vec{\delta}_O(1/R_g)$$

Résolution $\cdot\ \vec{OI} \wedge \vec{F_{12}} = \begin{pmatrix} e\cos\theta \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -T_{12} \\ -N_{12} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -e\cos\theta \cdot N_{12} + y \cdot T_{12} \end{pmatrix}_{b_0}$

$$\cdot\ \vec{OC} \wedge -m_1 g \vec{y}_0 = -e\cos\theta \cdot m_1 g \cdot \vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_B + X_D - T_{12} = -m_1 e \omega^2 \cos\theta & (a) \\ Y_B + Y_D - N_{12} - m_1 g = -m_1 e \omega^2 \sin\theta & (b) \\ Z_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (Y_B - Y_D)L = D_1 \omega^2 \cos\theta \\ (X_D - X_B)L = D_1 \omega^2 \sin\theta \\ C_m - e\cos\theta \cdot N_{12} - y f N_{12} - e\cos\theta \cdot m_1 g = 0 & (c) \end{cases}$$

avec $N_{12} = m_2 \ddot{y} + m_2 g + F_{r0}$

les equations (a) et (b) montrent que les efforts dépendent de la precharge

On retrouve l'equation (C) donnant le couple moteur.