

# Notions sur la théorie des mécanismes

---

*Ce document vient en complément du polycop de TI du S3*

## 1. Introduction

Lors de la conception d'une machine, il est nécessaire de s'assurer que chaque mécanisme envisagé donne bien les mobilités souhaitées. L'étude du mécanisme permet également d'obtenir des informations précieuses pour la conception des liaisons.

*Définition d'un mécanisme : un mécanisme est un ensemble de pièces positionnées entre-elles par des liaisons dans le but de réaliser une ou plusieurs fonctions.*

La théorie des mécanismes a donc pour but :

- ✓ Dans un contexte d'analyse, de vérifier l'aptitude d'un mécanisme existant à réaliser la loi entrée/sortie recherchée, et de mettre en évidence les conditions géométriques dont dépend éventuellement le bon fonctionnement de l'appareil.
- ✓ Dans un contexte de conception, de rechercher des dispositions constructives qui réalisent la loi entrée/sortie souhaitée d'une part, et pour lesquelles on est certain de pouvoir calculer les actions mécaniques internes en vue du dimensionnement, des organes mécaniques d'autre part.

C'est à la fois :

- ✓ Une méthode d'analyse qui conduit à une mise en équation
- ✓ Une méthode de résolution qui met en évidence le fonctionnement cinématique
- ✓ Une méthode de contrôle qui fournit des conditions de compatibilité.

Les hypothèses de travail en théorie des mécanismes sont celles de la cinématique du solide :

- ✓ Des pièces modélisées par des solides indéformables
- ✓ Des liaisons parfaites (sans frottement) => complémentarité entre le torseur des efforts et le torseur cinématique
- ✓ Des liaisons à contact bilatéral => le contact est supposé maintenu si le sens des actions mécaniques est inversé. (cas des liaisons ponctuelles, linéaire rectiligne, appui plan)
- ✓ Des pièces de masse nulle (efforts d'inertie nuls)

## 2. Précisions sur la notion de liaison

Les liaisons simples sont décrites en détail dans le polycop du S3. En complément, pour la théorie des mécanismes, il faut savoir que **les liaisons par engrenage, par courroies et par chaînes bloquent 1 degré de liberté**. Pour une liaison par engrenage très large, on peut considérer qu'il y a un contact linéaire rectiligne et par conséquent que la liaison bloque 2 degrés de liberté.

La liaison hélicoïdale possède deux degrés de libertés liés par la relation  $\nu = \frac{\omega.p}{2\pi}$ . Or la théorie des mécanismes ne comptabilise que les équations indépendantes. En conséquence, **on considère que la liaison hélicoïdale bloque 5 degrés de liberté**.

Certaines liaisons simples font intervenir des zones de contact infiniment petites (ponctuelle, linéaire rectiligne, linéaire annulaire). Pour diminuer la pression de contact, le concepteur peut exploiter des liaisons surfaciques montées en série.

Exemple : liaison ponctuelle construite avec une rotule et un appui plan en série

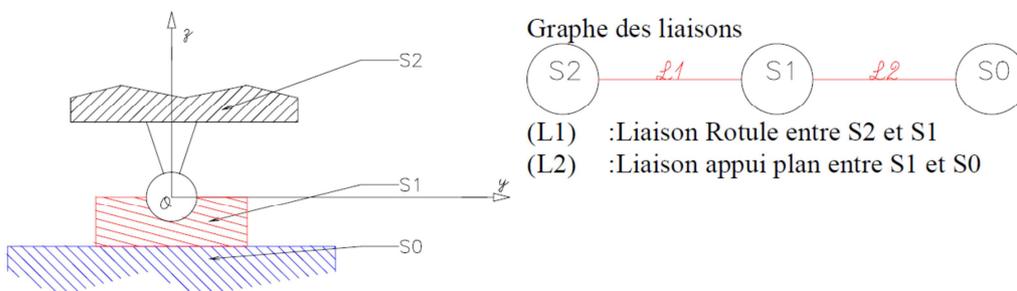


Schéma cinématique

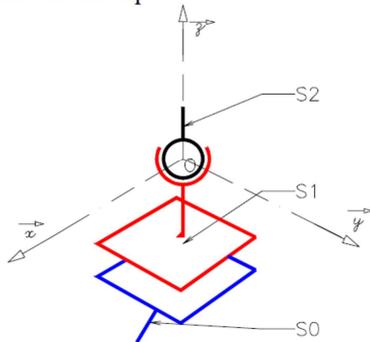
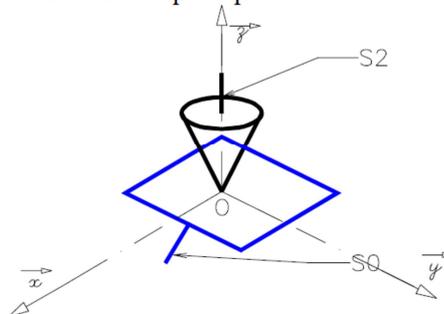


Schéma cinématique équivalent



Pour considérer une telle liaison, plusieurs approches sont possibles en fonction de l'objectif de l'étude.

- Pour étudier les mobilités locales alors il faut considérer chacun des solides et chacune des liaisons.

Pour l'exemple : on considère les 3 solides et les liaisons appui plan et rotule.

- Pour étudier le mécanisme globalement, il vaut mieux directement considérer la liaison équivalente.

Pour l'exemple : on considère uniquement les solides 0 et 2 avec une liaison ponctuelle.

### 3. Théorie des mécanismes

Pour mener correctement une étude de mécanisme il est essentiel, en plus de la notion de liaison, de bien appréhender la notion de chaîne cinématique et la notion de mobilité.

#### 3.1 Notion de mobilité : étude cinématique

Le degré de mobilité ( $m$ ) caractérise le nombre de mouvements indépendants d'un mécanisme. Un système est immobile lorsque  $m=0$ . Un système est mobile de mobilité  $m$  lorsque  $m>0$ .

Le degré de mobilité est la somme des mobilités utiles  $m_u$  et des mobilités internes  $m_i$ .

*Mobilité utile* : c'est en général la ou les mobilités souhaitées du mécanisme mais aussi toute mobilité qui entraîne le mouvement de plusieurs pièces.

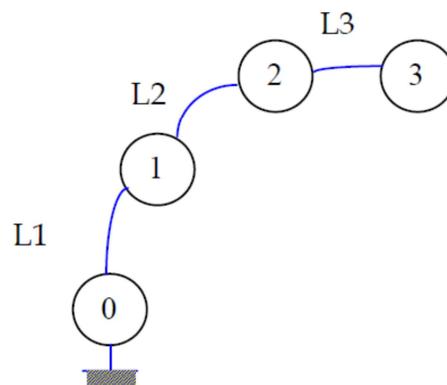
☺ Astuce : dans un mécanisme fonctionnel, le nombre de mobilités utiles correspond au nombre de mobilités pilotées par les actionneurs intervenant dans le mécanisme.

*Mobilité interne* : c'est une mobilité qui caractérise le mouvement d'une pièce indépendamment des autres pièces. (par exemple : rotation d'une pièce sur elle-même, c'est le cas de la liaison ponctuelle présentée en 2.2 pour laquelle le solide S1 peut tourner sur lui-même sans perturber le reste du mécanisme).

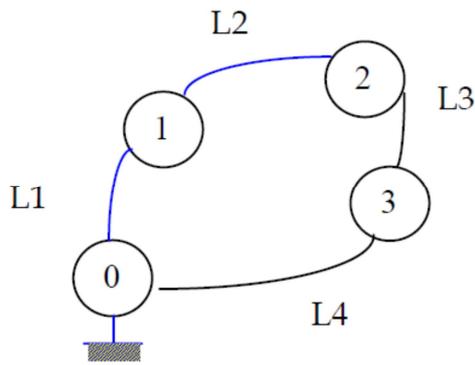
La notion de mobilité interne est étendue aux mobilités du mécanisme qui ne concerne que des pièces internes dont le mouvement n'entraîne pas de mouvement des pièces en relation avec le milieu extérieur.

#### 3.2 Notion de chaîne cinématique

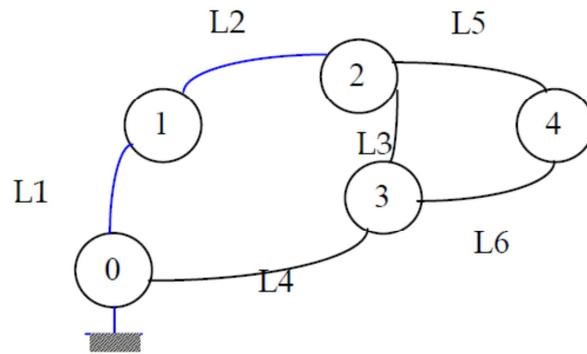
Une **chaîne ouverte** est un mécanisme pour lequel le graphe des liaisons n'est pas bouclé. C'est le cas des bras de robot manipulateurs par exemple. Une **chaîne fermée simple** est un mécanisme pour lequel le graphe des liaisons se compose d'une boucle simple unique. Une **chaîne fermée complexe** est un mécanisme pour lequel le graphe des liaisons se compose de plusieurs boucles imbriquées.



Chaîne ouverte



Chaîne fermée simple



Chaîne fermée complexe

### 3.3 Isostaticité ou degrés d'hyperstatisme d'un mécanisme

Le degré d'hyperstatisme ( $h$ ) d'un mécanisme caractérise la surabondance des liaisons constituant le mécanisme.

Un système est isostatique ( $h=0$ ) s'il est possible de déterminer la totalité des inconnues de liaison en appliquant le principe fondamental de la statique (ou de la dynamique) à chacune des pièces du mécanisme.

Chaque inconnue non déterminable par le PFS est un degré d'hyperstatisme ( $h>0$ ).

Le degré d'hyperstatisme  $h$  est donc la différence entre le nombre d'inconnues et le rang du système d'équations obtenues par l'analyse du mécanisme. Il se calcule à l'aide de la formule ci-dessous pour une **chaîne fermée simple** :

$$h = N_s + m_u + m_i - 6(p-1)$$

- $N_s$  : somme des degrés de liaisons générés par les liaisons du mécanisme.
- $m_u$  : mobilités utiles du mécanisme
- $m_i$  : mobilités internes du mécanisme
- $p$  : nombre de classes d'équivalences du mécanisme (bâti compris). Cela correspond au nombre de corps considérés dans le graphe des liaisons.

Il faut faire très attention à l'étude des chaînes fermées complexes. Une technique consiste à étudier séparément chacune des boucles pour traiter plusieurs chaînes fermées simples. Heureusement, il n'y a généralement pas de souci lorsque le bouclage du graphe des liaisons se fait par le bâti. C'est le cas de l'exemple de la transmission de moto (polycop TI du S3) pour lequel CE1 est relié au bâti.

Exemple : transmission de moto (polycop TI du S3)

- $N_s = 5+5+5 +1+1= 17$ . (3 pivots + 1 courroie + 1 engrenage)
- $m_u = 1$  (1 moteur)
- $m_i = 0$
- $p = 4$

$$h = 17 + 1 + 0 - 6(4 - 1) = 0$$

Le système est isostatique.

#### 4. Conclusion mécanisme isostatique ou hyperstatique, lequel choisir ?

La tendance naturelle pour un concepteur est de s'orienter vers un mécanisme isostatique. En effet, un **mécanisme isostatique présente de nombreux avantages** :

- ✓ Le PFS (ou PFD) permet de déterminer toutes les actions mécaniques de liaison et donc de faire les choix technologiques adaptés
- ✓ Pas de contraintes internes
- ✓ Le montage est facilité car les liaisons n'ont pas besoin d'être parfaitement positionnées. Le mécanisme trouve « seul » sa position de fonctionnement.

Mais un mécanisme isostatique présente aussi un inconvénient majeur : si une liaison se détériore, tout le mécanisme est mis hors service. Un concepteur expérimenté pourra donc dans certaines situations tirer profit des **avantages des mécanismes hyperstatiques** :

- ✓ Le mécanisme est plus rigide car certains degrés de liberté sont bloqués plusieurs fois
- ✓ Le mécanisme est plus robuste.

L'inconvénient majeur d'un mécanisme hyperstatique est que le montage nécessite un soin particulier pour ne pas mettre en place des contraintes internes non souhaitées.

De plus, le calcul des actions de liaisons est plus complexe car il faut prendre en compte la relation effort/déplacement des pièces mises en jeu.

☺ *Astuce : dans une phase de bureau d'étude d'avant projet le palliatif consiste à étudier une suite de mécanismes isostatiques obtenus en enlevant les blocages surabondants du mécanisme principal. On dimensionne alors les composants au pire des cas obtenus.*

Il n'y a donc pas obligatoirement une solution unique à un problème donnée mais bien souvent plusieurs solutions acceptables qui ont chacune des avantages et des inconvénients. Il appartient au concepteur de faire les choix qui lui paraissent les plus adaptés à la situation. La vie est bien souvent affaire de compromis !