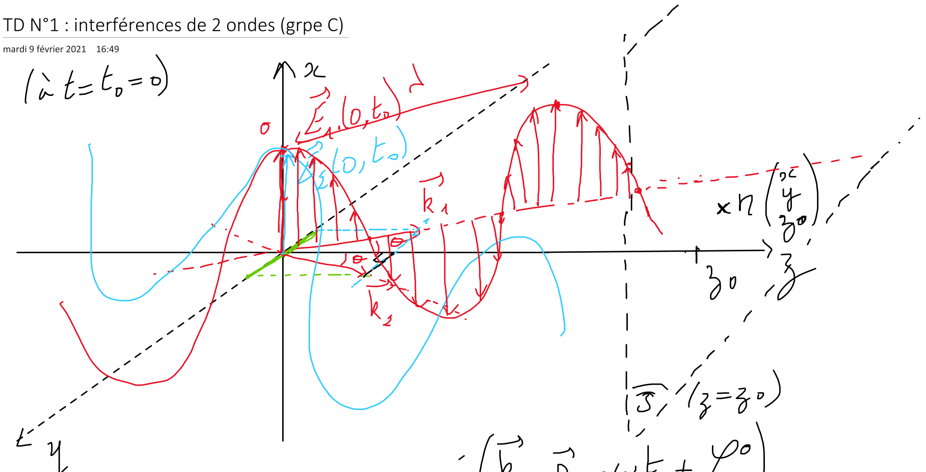
TD N°1 : interférences de 2 ondes (grpe C)

mardi 9 février 2021 16:49



<u>Énoncé</u> :

$$\vec{E}_1 = E_1^0 \cdot e^{i(\vec{k}_1\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_1^0)}\,\vec{e_x}$$
$$\vec{E}_2 = E_2^0 \cdot e^{i(\vec{k}_2\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_2^0)}\cdot\vec{e_x}$$

2 OPPMs polarisées rectilignt. selon (Ox)

Rappel : $\vec{r}=\vec{OM} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$

* cohérentes $\Rightarrow$ $\varphi_1^0=\varphi_2^0=\varphi_0$

* même pulsation $\Rightarrow$ $\omega_1=\omega_2=\omega$ et $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_0$

ou encore $\|\vec{k}_1\|=\|\vec{k}_2\| = \dfrac{2\pi}{\lambda_0} = k$

* <u>Angle θ</u> $\Rightarrow$ $\vec{k}_1 = \begin{pmatrix}0\\-k\sin\theta\\+k\cos\theta\end{pmatrix}$ et $\vec{k}_2 = \begin{pmatrix}0\\+k\sin\theta\\+k\cos\theta\end{pmatrix}$

* $\vec{E}_1(0,t) = \vec{E}_2(0,t) = \vec{E}_0\cdot e^{-i\omega t}$

Or $\vec{E}_1(0,t) = E_1^0\cdot e^{i(-\omega t+\varphi_0)}\cdot\vec{e_x}$
$\vec{E}_2(0,t) = E_2^0\cdot e^{i(-\omega t+\varphi^0)}\,\vec{e_x}$

Par identification : $\begin{cases} E_1^0 = E_2^0 = E_0 & \text{avec } \vec{E}_0 = E_0\cdot\vec{e_x} \\ \varphi^0 = 0 \end{cases}$

<u>1)</u> Donner les expressions de $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$, puis de $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$ et $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$.

Donc $\begin{cases} \vec{E}_1(M,t) = E_0\cdot e^{i[k(-y\sin\theta+z\cos\theta)-\omega t]}\cdot\vec{e_x} \\ \vec{E}_2(M,t) = E_0\cdot e^{i[k(+y\sin\theta+z\cos\theta)-\omega t]}\cdot\vec{e_x} \end{cases}$

avec $k=\dfrac{\omega}{c}$

<u>En notation réelle</u> : $\vec{E}(M,t) = Re[\vec{E}(M,t)]$

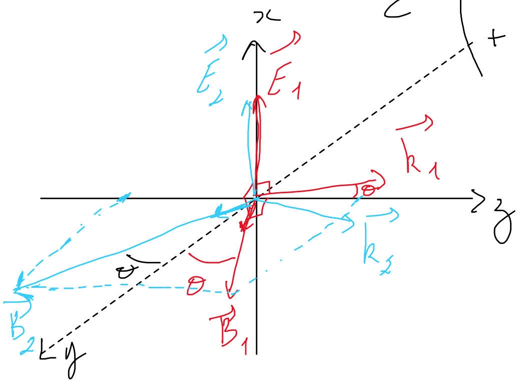
$\begin{cases} \vec{E}_1(M,t) = E_0\cos\left[k(-y\sin\theta+z\cos\theta)-\omega t\right]\cdot\vec{e_x} \end{cases}$

$$\vec{E_2}(n,t) = E_0 \cos\left[k(+y\sin\theta + z\cos\theta) - \omega t\right] \cdot \vec{e_x}$$

Pour les champs magnétiques : $\vec{B} = \dfrac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ $\left(\|\vec{B}\| = \dfrac{\|\vec{E}\|}{c}\right)$

$$\vec{B_1} = \frac{1}{c}\begin{pmatrix} 0 \\ -\sin\theta \\ \cos\theta \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_{1x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

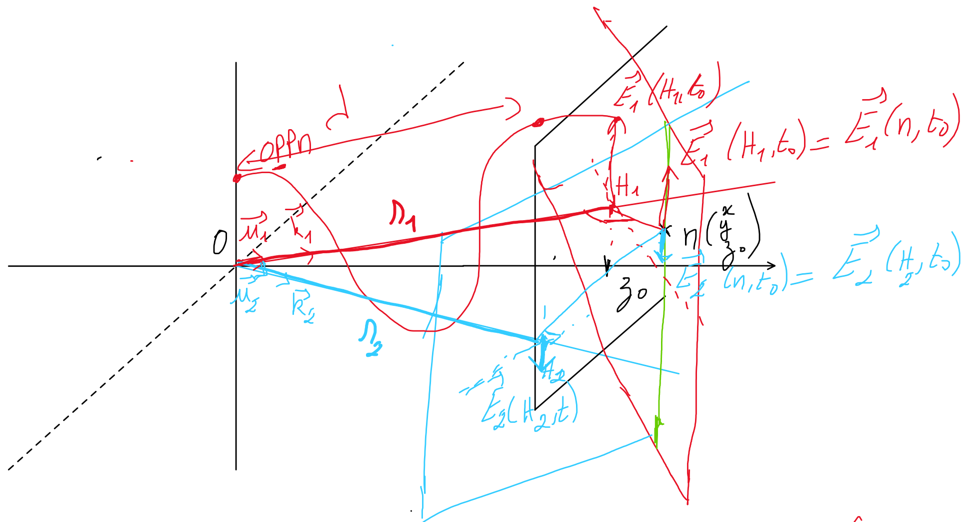
$$\vec{B_1}(n,t) = \frac{E_0}{c}\begin{pmatrix} 0 \\ +\cos\theta \\ +\sin\theta \end{pmatrix} \cdot e^{i\left[\underbrace{k(-y\sin\theta + z\cos\theta) - \omega t}_{\varphi_1(n,t)}\right]}$$



$$\left(\|\vec{B_1}\| = \frac{\|\vec{E_1}\|}{c}\right)$$

$$\vec{B_2}(n,t) = \frac{E_0}{c} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ +\cos\theta \\ -\sin\theta \end{pmatrix} \cdot e^{i\left[\underbrace{k(+y\sin\theta + z\cos\theta) - \omega t}_{\varphi_2(n,t)}\right]}$$

2) Montrer que $I_{Total}(n) \neq I_1(n) + I_2(n)$ en au moins 1 point de l'espace pour dire qu'il y a interférence.



$$r_1 = \overline{OH_1} = \vec{u_1}\cdot\vec{On} = \vec{u_1}\cdot(\vec{OH_1} + \vec{H_1 n}) = \vec{u_1}\cdot\vec{OH_1}$$

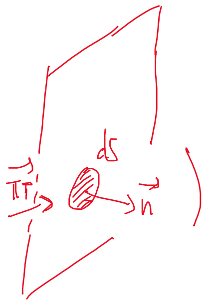
$$r_2 = \vec{u_2}\cdot\vec{On}$$

rapport $\dfrac{r_1}{\lambda}$ est lié à la phase quand je le multiplie par 2π $\Rightarrow \varphi_n = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot r_1$

Stratégie de calcul : (sachant que $E_1^0 = E_2^0 = E_0$ et m̂ polarisation)

Trouver un point M de l'espace tel que $I_T(M) = 0$
(du coup, forcément $\neq I_1(M) + I_2(M)$)

↳ $I_T(M) \propto \langle \vec{\Pi}_T \rangle$ ($I_T(M) = \langle \vec{\Pi}_T \rangle . \vec{n} . dS$



)

↳ trouver M tel que $\langle \vec{\Pi}_T(M) \rangle = \vec{0}$

tel que, par exemple, $\vec{\Pi}_T(M) = \vec{0} \ \forall t$

tel que, puisque $\vec{\Pi}_T(M) = \dfrac{\vec{E}_T(M) \wedge \vec{B}_T(M)}{\mu_0}$

, $\boxed{\vec{E}_T(M) = \vec{0} \ \forall t}$

On a $\vec{E}_T(M) = \vec{E}_1(M) + \vec{E}_2(M)$

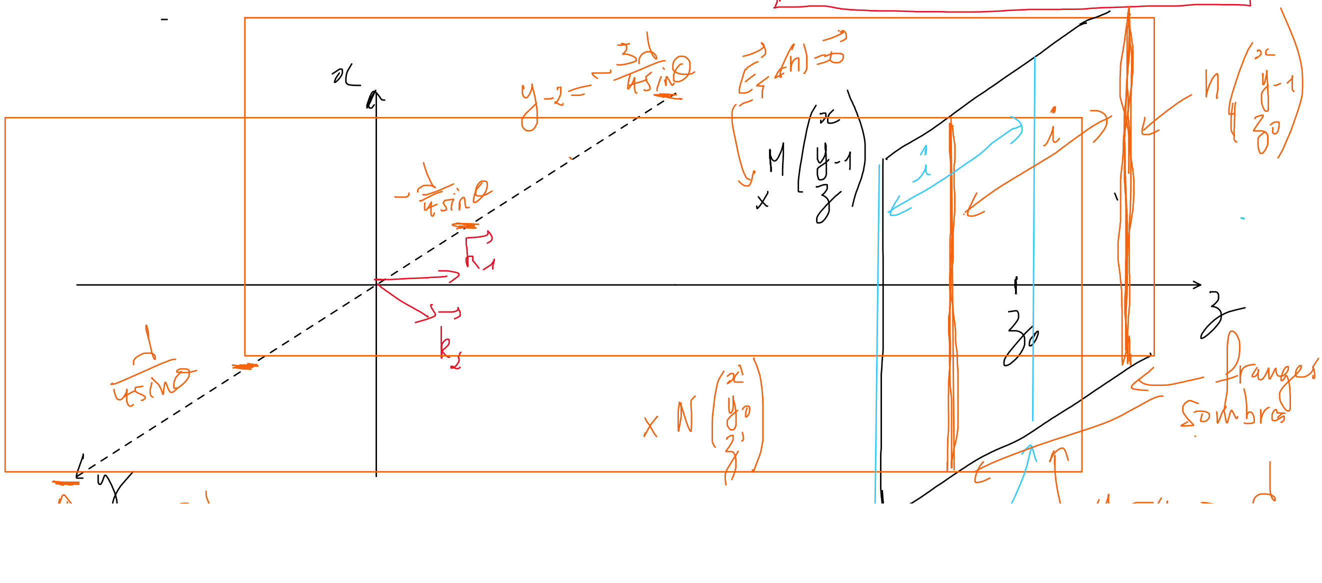
$$= E_0 . \left[\underbrace{e^{-iky\sin\theta} + e^{+iky\sin\theta}}_{2\cos(ky\sin\theta)}\right] . e^{i(kz\cos\theta - \omega t)} . \vec{e}_x$$

$$\vec{E}_T(M) = 2E_0 . \underbrace{\cos(ky\sin\theta)}_{\text{terme de modulation d'amplitude (selon (Oy))}} . \underbrace{e^{i(kz\cos\theta - \omega t)}}_{\text{terme de propagation (selon (Oz))}} . \vec{e}_x$$

Le champ $\vec{E}_T(M)$ va être toujours ($\forall t$) nul quand

$$\cos(ky\sin\theta) = 0 \iff \frac{2\pi}{\lambda} . y\sin\theta = (2q+1)\frac{\pi}{2} \quad (q \in \mathbb{Z})$$

$\left(k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c}\right)$ $\iff \boxed{y_q = (2q+1) . \dfrac{\lambda}{4\sin\theta}}$



$y_1 = \frac{3\lambda}{4\sin\theta}$

$y - y_0 = \frac{\ }{4\sin\theta}$

franges lumineuses (interférences constructives totales)

On a une interfrange i qui vaut :

$i = y_{q+1} - y_q$ (distance entre 2 franges successives d'égale intensité)

$i = y_0 - y_{-1}$

$i = \frac{\lambda}{4\sin\theta} - \left(-\frac{\lambda}{4\sin\theta}\right)$

$$\boxed{i = \frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

$$\vec{\underline{E}}_T = 2E_0\cos(k y \sin\theta)\, e^{i(kz\cos\theta - \omega t)}\, \vec{e}_x$$