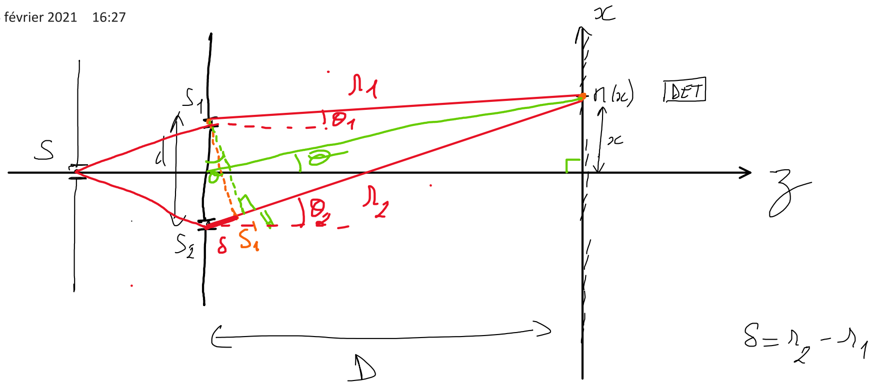
TD N°2 : Fentes d'Young (2MIC grpe C)

vendredi 26 février 2021 16:27



$\delta = r_2 - r_1$

Rem : Le système est invariant par translation selon (Oy)
$\Rightarrow$ donc y n'est pas une variable à considérer dans la résolution du problème

1) Montrer que, dans le cadre de la théorie scalaire $\left(\begin{matrix} x \ll D \\ d \ll D \end{matrix}\right)$, la différence de marche δ entre les 2 rayons vaut : $\boxed{\delta = \frac{xd}{D}}$.

$\tan\theta = \frac{x}{D}$

Comme les rayons sont para-axiaux, S_1' et H sont quasiment confondus (D.L.1 vu en cours...)

D'où $S_2S_1' \simeq S_2H = d.\sin\theta$

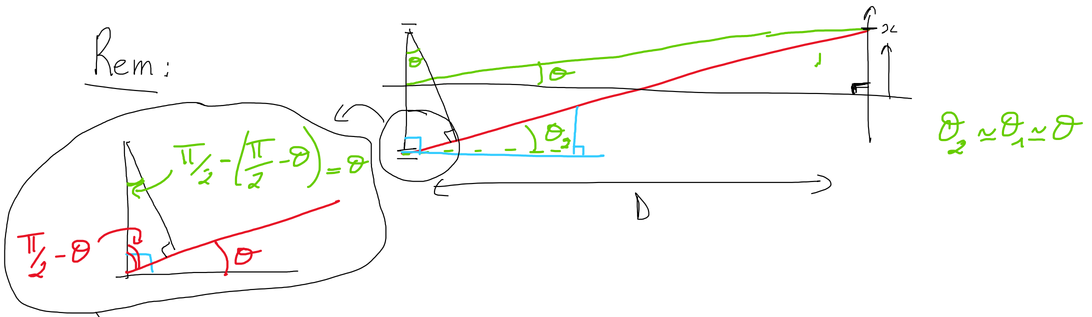
Or $\theta_1 \simeq \theta_2 \simeq \theta$ et $\theta \ll 1$ donc $\tan\theta \simeq \theta \simeq \sin\theta$

D'où $\delta \simeq d\sin\theta$

$\simeq d\theta$

$\delta \simeq d.\frac{x}{D}$

Rem :



2) Les franges ne sont pas localisées : elles apparaissent sur l'écran même si celui-ci est déplacé plus proche ou plus loin des fentes d'Young. (il n'y a pas de lentilles convergentes dans ce système optique).

$I(M) \quad 2I \left[1 + \dots \right]$

$$I(M) = 2 I_0 \left[1 + \cos \Delta\varphi(M)\right]$$

avec $\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$

$$= \vec{k}_2 \cdot \vec{r}_2 - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}_1$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

$$\simeq \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xd}{D}$$

Soit $\boxed{I(x) = 2 I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xd}{D}\right)\right]}$

On cherche la position x_4 de la $4^{\text{ème}}$ frange brillante.

On obtient les franges brillantes pour :

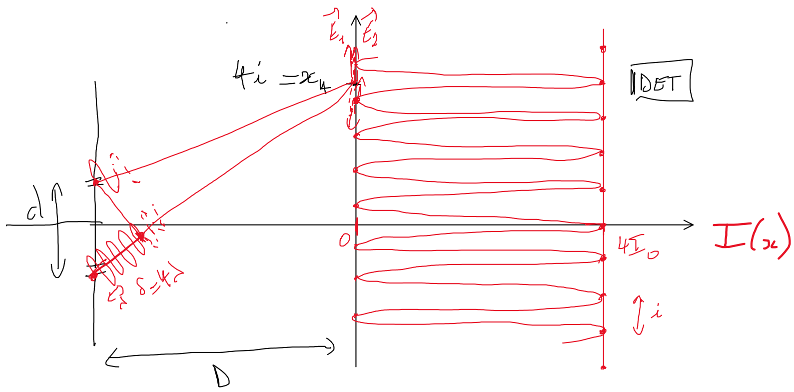
$$I(x) = I_{max} = 4 I_0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xd}{D}\right) = +1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xd}{D} = 2p\pi \quad (p \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x_p = p\left(\frac{D}{d}\right) \cdot \lambda$$

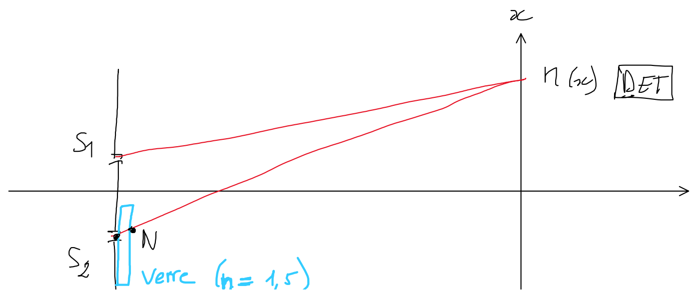
$$\Leftrightarrow \boxed{x_p = p \cdot i} \quad \text{avec } i = \left(\frac{D}{d}\right) \cdot \lambda$$



AN : $i = \left(\frac{D}{d}\right) \cdot \lambda = 6 \cdot 10^{-3}\ \text{m} = 6\ \text{mm}$

$$\boxed{x_4 = 2{,}4\ \text{cm}}$$

3)



On cherche $I'(x)$.

$$I'(x) = 2I_0\left[1 + \cos \Delta\varphi'(x)\right]$$

avec $\Delta\varphi'(x) = \varphi_2'(x) - \varphi_1(x)$

$$\Delta\varphi'(x) = \text{``}\,\vec{k_2}\cdot\vec{r_2}\,\text{''} - \vec{k_1}\cdot\vec{r_1}$$
$$= \Big(\vec{k}_2^{\,verre}\cdot\vec{S_2N} + \underbrace{\vec{k}_2^{\,air}\cdot\vec{Nn}\Big)}_{\text{idem Q.2}} - \underbrace{\vec{k_1}\cdot\vec{r_1}}_{\varphi_1}$$

Or $\Delta\varphi(x) = \vec{k}_2^{\,air}\cdot\vec{S_2n} - \vec{k_1}\cdot\vec{r_1}$

$\Delta\varphi(x) = \vec{k}_2^{\,air}\cdot\vec{S_2N} + \vec{k}_2^{\,air}\cdot\vec{Nn} - \vec{k_1}\cdot\vec{r_1}$

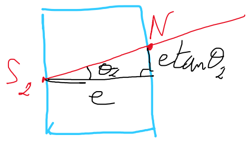
D'où $\Delta\varphi'(x) = \underbrace{\vec{k}_2^{\,verre}\cdot\vec{S_2N} - \vec{k}_2^{\,air}\cdot\vec{S_2N}}_{\text{présence de la lame de verre}} + \Delta\varphi(x)$

On a donc $\Delta\varphi_{supp} = \left(\vec{k}_2^{\,verre} - \vec{k}_2^{\,air}\right)\cdot\vec{S_2N}$

$$\simeq \left(\frac{2\pi}{\lambda_{verre}} - \frac{2\pi}{\lambda_{air}}\right)\cdot e$$

Rem :

- $\lambda_{verre} = \dfrac{\lambda_{air}}{n_{verre}}$ d'où $\boxed{\Delta\varphi_{supp} \simeq \dfrac{2\pi}{\lambda_{air}}(n-1)\cdot e}$

- 

donc $S_2N = \dfrac{e}{\cos\theta_2}$

car $\cos\theta_2 = \dfrac{e}{S_2N}$

Or, dans le cadre de la théorie scalaire, $\theta_2 \ll 1$

donc $\cos\theta_2 \overset{D.L.1}{\simeq} 1 \quad \underbrace{\left(-\frac{\theta_2^2}{2}\right)}_{D.L.2}$

D'où $\| S_2N \overset{D.L.1}{\simeq} e$

Au final :

$$I'(x) = 2I_0\left[1 + \cos\Delta\varphi'(x)\right]$$

$$\| \; I'(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left[\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda_{air}}\cdot\frac{x\cdot d}{D}}_{\Delta\varphi(x)} + \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda_{air}}(n-1)e}_{\Delta\varphi_{supp}(x)}\right]\right]$$

$$I'(x) = 2I_0\left[1+\cos\left[\frac{2\pi}{}\left(\frac{x\cdot d}{} + (n-1)e\right)\right]\right]$$

δ $\qquad$ δ_{supp}

<u>Rem :</u> La différence de marche est une différence de CHEMIN OPTIQUE ($\delta = n_{opt} \times L$).

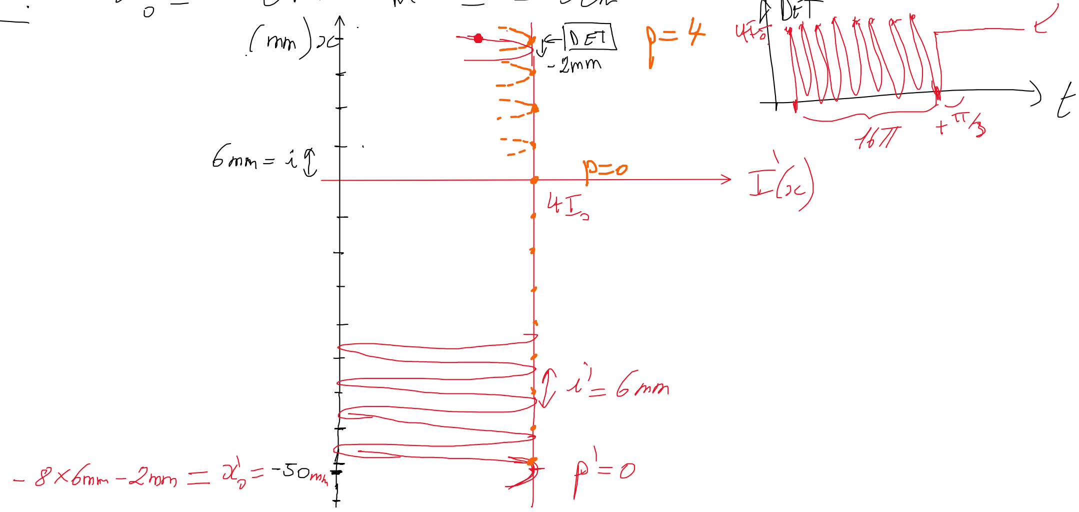
c) On cherche x'_0 tel que $\Delta\varphi'(x'_0) = 0$

$$\iff \delta + \delta_{supp} = 0$$

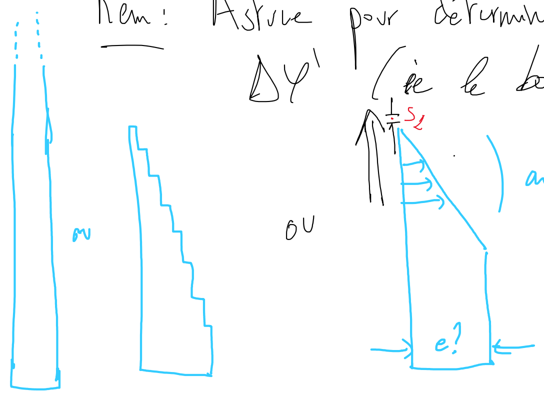
$$\iff \frac{x'_0 d}{D} + (n-1)e = 0$$

$$\iff \boxed{x'_0 = -\left(\frac{D}{d}\right).(n-1).e}$$

<u>AN :</u> $x'_0 = -5.10^{-2}\ m = -5cm$



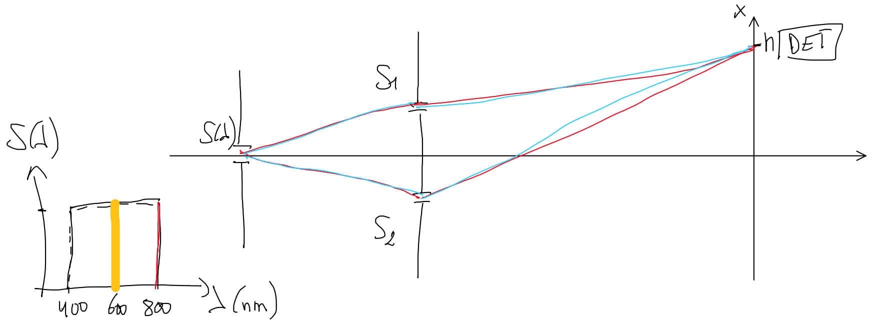
<u>Rem :</u> Astuce pour déterminer la bonne gamme de valeur de $\Delta\varphi'$ (ie le bon modulo 2π à prendre en compte) :



augmentation progressive (que l'on peut suivre) de l'épaisseur.

En général, on calibre avant la mesure avec des références connues.

4)



a) Rem : Il n'y a pas d'interférence entre 2 "couleurs" différentes

$\hookrightarrow \quad I_T(x) = \sum_{\lambda} I_n(\lambda)$

Avec $\quad \underset{(x=x_4)}{I_n(\lambda)} = 2I_0\left[1+\cos\Delta\varphi\right] \quad$ avec $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{x_4 d}{D}$

b) On veut déterminer en M, quelles sont les longueurs d'onde qui conduisent à des interférences constructives totales.

Pour avoir interférence constructive, il faut : $I_n(\lambda) = I_{max} = 4I_0$

$$\Longleftrightarrow \cos\Delta\varphi = +1$$

$$\Longleftrightarrow \Delta\varphi = 2p\pi \qquad (p \in \mathbb{Z})$$

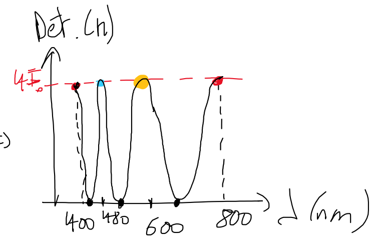
$$\Longleftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{x_4 \cdot d}{D} = 2p\pi$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{\lambda_p = \frac{x_4 \cdot d}{p \cdot D}}$$

AN : $\quad \lambda_p = \frac{2{,}4\,\mu m}{p} \qquad (p \in \mathbb{Z})$

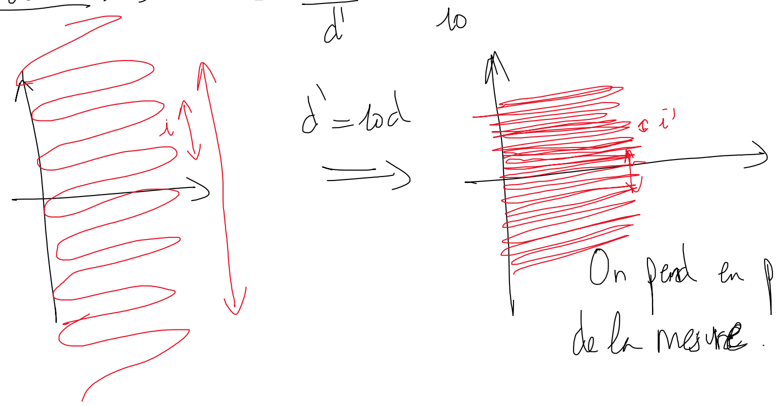
Si $p=1$, $\lambda_1 = 2{,}4\,\mu m$ } hors du spectre de $S(\lambda)$
Si $p=2$, $\lambda_2 = 1{,}2\,\mu m$

Si $p=3$, $\lambda_3 = 800$ nm $\longrightarrow$ rouge
Si $p=4$, $\lambda_4 = 600$ nm $\longrightarrow$ jaune
Si $p=5$, $\lambda_5 = 480$ nm $\longrightarrow$ bleu
Si $p=6$, $\lambda_6 = 400$ nm $\longrightarrow$ violet
} $\Rightarrow$



Si $p=7$, $\lambda_7 \simeq 343$ nm $\longrightarrow$ UV) hors du spectre de $S(\lambda)$

c) Si $d' = 10d \Rightarrow i' = \frac{\lambda D}{d'} = \frac{i}{10}$



On perd en précision de la mesure.