l'influence des e^- liés et libres dans la

4. Comparer numériquement les parties réelles et imaginaires de la constante diélectrique généralisée pour les deux types d'ondes (télécom et visible) afin de proposer des expressions simplifiées.

(2)

télécom	*visible*
$\frac{\lvert\varepsilon_r\rvert}{\lvert\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\rvert} \simeq \frac{10^2}{\frac{10^7}{2\pi 10^{-11}\cdot 10^9}} \simeq 6.10^{-7} \ll 1$	$\frac{\lvert\varepsilon_r\rvert}{\lvert\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}\rvert} \simeq \frac{9}{\frac{10^2}{10^{-11}\cdot 2\pi\cdot\frac{3.10^8}{5.10^{-7}}}} \simeq 2.10^2 \gg 1$
On peut négliger ε_r 1	On peut négliger $\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}$ 1

Considérer que σ est réel.

Partie B : Propagation aux fréquences télécom (/ 8 points)

5. Pour les fréquences télécom, montrer que l'équation de dispersion peut s'écrire $k^2 = \frac{2i}{\alpha^2}$ avec $\alpha = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}}$. Comment qualifier le matériau dans ce domaine de fréquence ?

(1,5)

D'après A.4 : $k^2 \simeq i\frac{\sigma}{\varepsilon_0 c^2}\cdot\omega = i\mu_0\sigma\omega = \frac{2i}{\alpha^2}$ avec $\alpha = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}}$ 1

Le matériau sera dissipatif (et dispersif) car k^2 cplx. 0,5

6. Donner l'expression de $\underline{k}$. Quel est le type de propagation ? Donner l'expression de l'OPPM se propageant selon (Oz) dans le sens positif en explicitant chacun des termes.

(1,5)

$\underline{k} = \frac{1+i}{\alpha} = \frac{\sqrt{2}\,e^{i\pi/4}}{\alpha} \Rightarrow$ propagation avec atténuation. 0,5 0,5

$\vec{E} = \underbrace{\vec{E_0}\cdot e^{-z/\alpha}}_{\text{amplitude atténuée}} \cdot \underbrace{e^{i(z/\alpha - \omega t)}}_{\text{terme de propagation}}$ 0,5

7. On suppose que le signal d'une antenne relais téléphonique proche de la salle a une amplitude de $E_{antenne} = 1$ V/m, et qu'un téléphone peut répondre s'il reçoit un signal d'au moins 1 μV/m d'amplitude. En négligeant les effets de réflexion aux interfaces, donner l'expression de l'épaisseur minimale du milieu déposer sur les fenêtres afin d'empêcher tout communication téléphonique. Faire l'application numérique.

à

(1,5)

$e^{-z_{min}/\alpha} = 10^{-6} \iff \boxed{z_{min} = 6\alpha \ln 10}$ 1

AN : $z_{min} = \frac{6.\ln 10}{\cancel{\quad}} \times \sqrt{\frac{1}{(2\pi)^2 10^9}} = \frac{6.\ln 10}{\cancel{\quad}\, 2\pi}\cdot 10^{-3}$ m

5 μm

$\boxed{z_{min} \simeq \cancel{\quad}\ 70\,\mu m}$ 0,5

$(\alpha \simeq \cancel{\quad}$; $\alpha = \frac{1}{2\pi}\cdot 10^{-4,5}$ m$)$

8. Montrer que l'indice complexe $\underline{n}$ du milieu s'écrit $\underline{n} = n' + in''$ avec $n' = n''$. Calculer n'.

(1,5)

$\underline{n} = \frac{\underline{k}\,c}{\omega} = (1+i)\cdot\frac{c}{\alpha\omega}$ On a bien $n' = n''$.

1 $n' = \frac{c}{\alpha\omega}$. AN : $n' = \cancel{\quad}$ 9486 0,5

9. On considère maintenant l'effet de la réflexion air/milieu ($n_{air} = 1$) en incidence normale. Donner une valeur approchée du pouvoir réflecteur R, sachant que $R = \left|\frac{n_1 - \underline{n_2}}{n_1 + \underline{n_2}}\right|^2$ avec n_1 et $\underline{n_2}$ les indices de réflexion des milieux 1 et 2 respectivement. Conclure.

(2)

1 $n' \gg n_{air} = 1$ donc $R \simeq \left|\frac{\underline{n_2}}{\underline{n_2}}\right|^2 = 1$

1 La réflexion est de plus quasi-total pour les ondes GHz donc il n'y a vraiment aucune chance qu'elles pénètrent dans la salle.

Partie C : Propagation aux fréquences visibles (/ 3 points)

10. Pour le visible $\lambda_{vis} = 500$ nm, donner une formule approchée de la relation de dispersion. Comment qualifier ce matériau dans ce domaine ? Quel est le type de propagation ? Donner la nouvelle expression de l'indice n.

(1,5)

D'après A.4 : $k^2 \simeq \varepsilon_r\cdot\frac{\omega^2}{c^2}$ Matériau non absorbant (transparent) 0,5

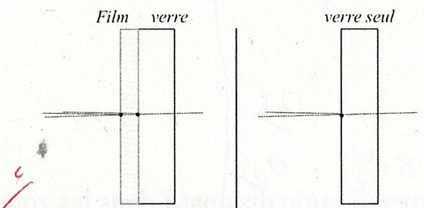
~~et non-dispersif~~

↳ propagation sans atténuation 0,5

$n = \sqrt{\varepsilon_r}$ 0,5 AN : $n = 3$.

11. Evaluer l'impact pour la vue en comparant les pouvoirs réflecteurs R soit avec le film mince (produit des *2 interfaces*), soit avec la vitre seule qui est en verre d'indice $n_{verre} = 1,5$. *Commenter*.

(1,5)



$R_{air/film} = \frac{1}{4} = 25\%$

$R_{film/verre} = \frac{1}{9} \simeq 11\%$ 1

$R = \left|\frac{0,5}{2,5}\right|^2 = \frac{1}{25}$

$R \simeq 4\%$

Presque pas de réflexion. 0,5

$R_{total} \simeq 25\% + 11\% \times (100\% - 25\%)$ sans réflexions secondaires

$\boxed{R_{total} \simeq 33\%}$

⇒ Dans ce cas reflet plus important, mais on voit quand même au travers... l'extérieur semble plus sombre.

Seconde partie : Interprétation d'une courbe de dispersion (/ 4 pts)

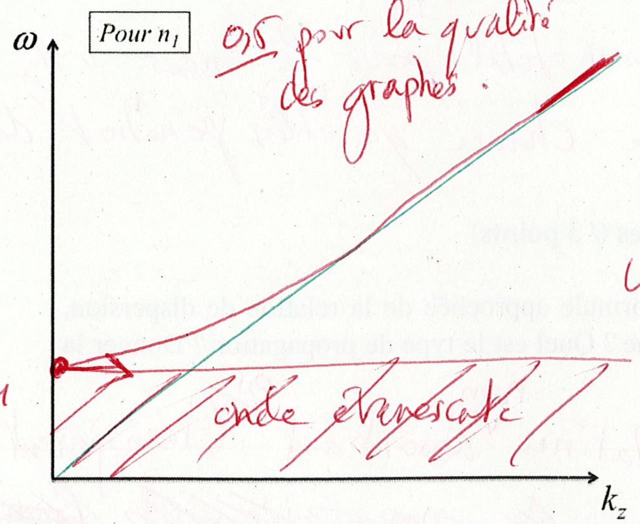
Une onde électromagnétique se propage dans un guide d'onde métallique rectangulaire de dimensions $a > b$, selon son axe z, en mode TE_{0n} (n entier positif non nul). La relation de dispersion vérifiée par k_z (seule composante contribuant a propagation) est alors la suivante :

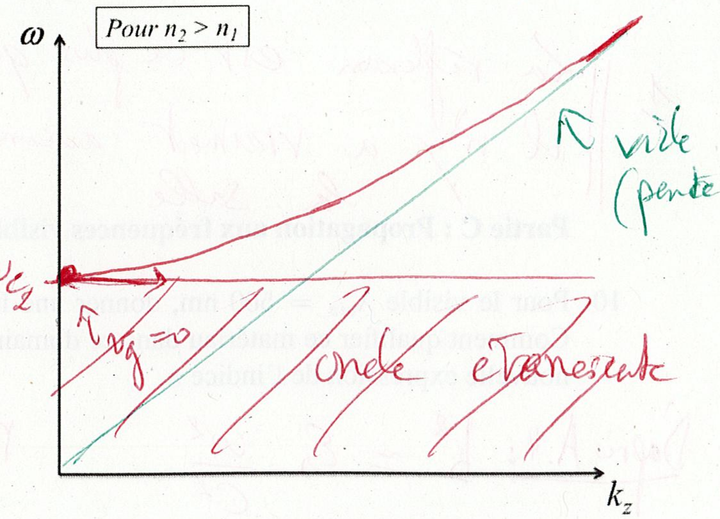
$$k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2 n^2}{b^2}$$

, avec ω la pulsation de l'onde et c la célérité de la lumière dans le vide.

3

1. Tracer les courbes de dispersion du guide (et du vide) pour deux valeurs arbitraires n_1 et n_2 de l'entier n telles que $n_1 < n_2$. Justifier vos tracés et indiquer le(s) mode(s) de propagation dans les différents domaines. Donner s'il y a lieu les expressions des pulsations critiques.





$\omega_{c_1} = \frac{\pi n_1 c}{b}$ 0,5

• Si $\omega < \omega_{c_1}$, k^2 réel < 0 0,5
k imaginaire pur.
↳ onde évanescente.

• si $\omega = \omega_{c_1}$, $k = 0$ 0,5

• si $\omega \to +\infty$, $k \simeq \frac{\omega}{c}$ 0,5

$\omega_{c_2} = \frac{\pi n_2 c}{b} > \omega_{c_1}$ 0,5

Idem.

1

2. Indiquer si le milieu est dispersif et/ou dissipatif dans les zones notables de la courbe de dispersion.

$\omega > \omega_c$: • v_φ change avec ω donc le milieu est dispersif mais non dissipatif (k^2 réel > 0) 0,5

$\omega < \omega_c$: milieu dissipatif (partie imaginaire non nulle) 0,5

sur 20

NOM-Prénom : .... PO-Groupe : ......

Cours Ondes et Propagation, MIC 2$^{\text{nde}}$ année

CC2 - Lundi 31 Mai 2022 - 2h

(Seuls le formulaire et la calculatrice sont autorisés)

Le barème est susceptible d'être modifié. Soulignez les résultats.

Première partie : Rendre inutilisables les téléphones portables (/ 16 pts)

On se propose d'étudier la possibilité d'empêcher la communication des téléphones portables dans une salle d'examen. Pour cela, on souhaite appliquer aux fenêtres une fine couche d'un matériau absorbant la radiation centrée sur l'émission des téléphones portable ($\nu_{tel} = 1$ GHz $= 10^9$ Hz) mais transparent pour le spectre du visible ($\lambda_{vis} = 500$ nm $= 5.10^{-7}$ m). Ce matériau est considéré comme un milieu LHI globalement neutre ($\rho_{tot} = 0$) et non magnétique ($\mu = \mu_0$).
Pour les fréquences télécom, sa permittivité relative et la norme de sa conductivité sont respectivement :

$$\epsilon_r^{tel} = 100 \text{ et } \sigma^{tel} = 10^7 \text{ S/m.}$$

Pour les fréquences visibles par contre, elles valent : $\epsilon_r^{vis} = 9$ et $\sigma^{vis} = 10^2$ S/m.

Partie A : Modèle de conductivité et comparaison avec la polarisation (/ 5 points)

1. On considère qu'une partie des électrons du milieu, de densité volumique n, sont libres de se déplacer et contribuent au transport du courant sous l'influence du champ électrique de l'onde qui s'écrit $\underline{\vec{E}}(z,t) = \underline{\vec{E}_0}\, e^{i(\underline{k}z-\omega t)}$ en notation complexe. Pour des déplacements supposés non relativistes et en négligeant le poids, établir l'expression de la conductivité $\underline{\sigma}$ en fonction des propriétés des électrons de masse m et de charge $-e$.

$m\vec{a} = -e\vec{E} \xrightarrow{RSF} -i\omega m\vec{v} = -e\vec{E} \Rightarrow \vec{v} = \frac{-ie/m}{\omega}\vec{E}$

et $\vec{j} = i\frac{ne^2}{m\omega}\vec{E}$

1

$$\boxed{\underline{\sigma} = i\frac{ne^2}{m\omega}}$$

2. Une autre partie des électrons sont dits "liés" ou "de polarisation". Ils contribuent a polarisation $\vec{P}$ sous l'influence de $\vec{E}$. Rappeler les liens entre $\vec{P}$, l'induction électrique $\vec{D}$, $\vec{E}$ et ϵ_r.

0,5

$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$

2

3. Donner l'équation de dispersion du milieu d'abord en fonction de ω, c, ϵ_r et $\underline{\sigma}$, puis en ~~intégrant~~ utilisant la relation obtenue pour $\underline{\sigma}$ ~~en faisant~~ faire apparaître la pulsation plasma ω_p

1,5

$\underline{k}^2 = \mu_0\varepsilon_0\left(\varepsilon_r + \frac{i\underline{\sigma}}{\varepsilon_0\omega}\right)\omega^2 = \left[\varepsilon_r + \frac{i\underline{\sigma}}{\varepsilon_0\omega}\right]\frac{\omega^2}{c^2}$ 1

et $\boxed{\underline{k}^2 = \Big[\underbrace{\varepsilon_r - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}_{\varepsilon}\Big]\frac{\omega^2}{c^2}}$ 0,5