Chapitre 5 : Propagation dans les milieux

jeudi 18 mars 2021 09:29

Partager : ce fichier est partagé

Dans un milieu, l'équation de propagation de $\vec{E}$ devient :

$$\boxed{\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0}\vec{\text{grad}}\,\rho + \mu_0\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}}$$

2 termes non nuls dus à la présence des charges en interaction avec les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$: $\vec{F}_{Lorentz} = q(\vec{E} + \vec{v}_q \wedge \vec{B})$

On a besoin d'informations sur $\rho(r,t)$ et $\vec{j}(r,t)$ ...

On sait qu'il y aura très certainement un lien entre $(\rho, \vec{j})$ et $(\vec{E}, \vec{B})$ au travers du PFD : $m_q \cdot \vec{a}_q = \sum \vec{F}$ ← dont la force de Lorentz !

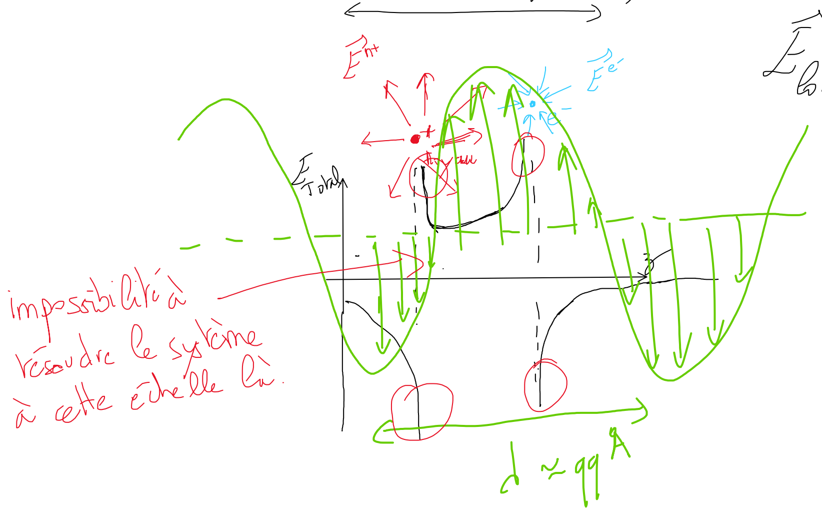
On sait que $\vec{j}_{total} = \sum_i \vec{j}_i$ et $\vec{j}_i = q_i \cdot n_i \cdot \vec{v}_i$

On va donc pouvoir déterminer le lien entre $(\rho, \vec{j})$ et $(\vec{E}, \vec{B})$ (attention il peut y avoir d'autres forces à considérer !)

Il faut trouver la bonne "échelle" d'étude pour établir des liens "simples".

<u>A l'échelle microscopique</u> (échelle de quelques atomes) :

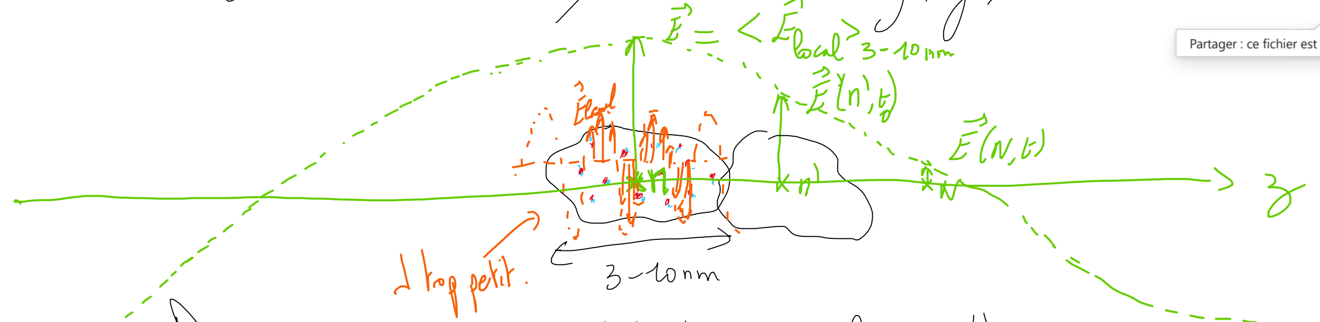
$\sim 1\,\text{Å}$ $(10^{-10}\,\text{m})$



$\vec{E}_{local} = \underbrace{\vec{E}_{Onde} + \vec{E}_{charges}}_{\text{difficulté à le connaître}}$

⇒ on va travailler à une échelle plus large :

les physiciens ont établi des relations <u>linéaires</u> entre $(\rho, \vec{j})$ et $(\vec{E}, \vec{B})$ à l'échelle mésoscopique pour laquelle ils avaient les moyens de mesurer ρ, $\vec{j}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$.



Dans ces conditions, on doit choisir une longueur d'onde en adéquation avec cette échelle !

$$\boxed{\begin{array}{c} \lambda \gg 3\ \text{nm} \\ \text{donc} \quad \lambda > 300\ \text{nm} \end{array}}$$

On a : $\lambda = \dfrac{c}{\nu}$ donc $\boxed{\nu < \dfrac{3.10^{8}}{3.10^{-7}} \simeq 10^{15}\ Hz}$

<u>Rem</u> : $\lambda > 300$ nm $\Rightarrow$ ce que l'on va dire par la suite est valable pour la lumière visible, l'IR, les ondes radiofréquences (GHz, MHz, kHz)

<u>Propriétés des matériaux</u> :

* <u>Milieux conducteurs</u> : Milieu qui contient des porteurs de charge <u>libres</u> de <u>se déplacer</u> !!

<u>ex</u> : → <u>métaux</u> : e^- libres de se déplacer.

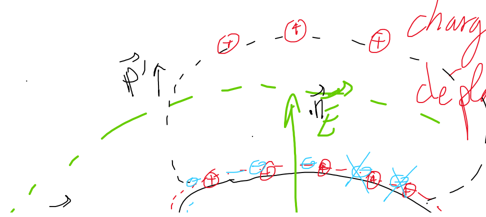
→ <u>solution ionique</u> : contient des anions et cations libres de se déplacer.

→ <u>gaz ionisé ou plasma</u> : contient des cations et des e^- libres de se déplacer.

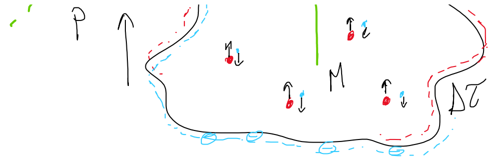
Ils sont caractérisés par la loi d'Ohm :

$$\boxed{\vec{j}_{libre} = \sigma . \vec{E}}$$

* <u>Milieux isolants ou diélectriques</u> : contient des porteurs de charge liés (pas libres de se déplacer totalement)



Sous l'influence d'un champ $\vec{E}$,



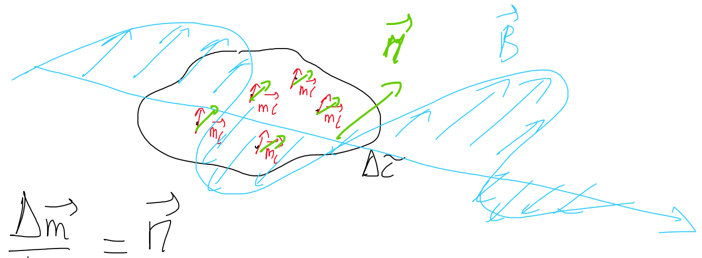
on modifie la distance d'équilibre noyau/électron et on obtient une polarisation du milieu.

$$\vec{P} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta\tau} \quad \text{avec } \Delta\vec{p} = q \cdot \Delta\vec{R}$$

- Si $\vec{P}$ varie spatialement, on accumule des charges à certains endroits telles que : $\boxed{\rho_P = -\operatorname{div} \vec{P}}$

- Si $\vec{P}$ varie temporellement, on va déplacer les charges accumulées : $\boxed{\vec{j}_P = \dfrac{\partial \vec{P}}{\partial t}}$

* <u>Milieux magnétiques :</u>



$$\frac{\Delta \vec{m}}{\Delta\tau} = \vec{M}$$

Si $\vec{M}$ varie d'un point à un autre du matériau tel que $\vec{\operatorname{rot}}\, \vec{M} \neq \vec{0}$, alors cela crée des courants au sein du milieu tels que : $\boxed{\vec{j}_M = \vec{\operatorname{rot}}\, \vec{M}}$ $\quad (\vec{\operatorname{rot}}\, \vec{B} = \mu_0 \vec{j})$

<u>Rem</u> : La notion de charge magnétique n'existe pas. On a toujours ~~les~~ des dipôles magnétiques. $(\cancel{\rho_M})$

<u>Équations de Maxwell généralisées aux milieux :</u>

indépendant du milieu
$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \vec{\operatorname{rot}}\, \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \end{cases}$$

- $\operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\rho_{Totale}}{\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_{libre} + \rho_P}{\varepsilon_0}$

- $\vec{\operatorname{rot}}\, \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j}_{Totale} + \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$ avec $\vec{j}_{Totale} = \vec{j}_{libre} + \vec{j}_P + \vec{j}_M$

* $\operatorname{div} \vec{E} = \dfrac{\rho_{libre} - \operatorname{div} \vec{P}}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow \varepsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} + \operatorname{div} \vec{P} = \rho_{libre}$

$$\Leftrightarrow \operatorname{div}\left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right) = \rho_{libre}$$

On définit l'induction électrique $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{libre}}$$

* $$\vec{\operatorname{rot}} \frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \vec{\operatorname{rot}} \vec{M} + \frac{\partial \varepsilon_0 \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\operatorname{rot}} \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

On définit l'excitation magnétique $\boxed{\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$

$$\boxed{\vec{\operatorname{rot}} \vec{H} = \vec{j}_{libre} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

Rem : $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \Leftrightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$

Or $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

Au lieu de parler d'une onde $(\vec{E}, \vec{B})$, on devrait plutôt parler de l'onde "extérieure" $(\vec{E}, \vec{H})$ ou de ce que l'on mesure en un point d'un matériau $(\vec{D}, \vec{B})$

Le vecteur de Poynting est ainsi donné par $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H}$

5.3.2 Relations constitutives des milieux :

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{j}_{libre} &= \sigma \vec{E} \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned}}$$

ε : permittivité diélectrique du milieu.

μ : permeabilité magnétique du milieu

Or $D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon E$

alors $\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$ et $\vec{D} = \overbrace{\varepsilon_0 \underbrace{(1+\chi_e)}_{\varepsilon_r}}^{\varepsilon} \cdot \vec{E}$

χ_e est la susceptibilité diélectrique du milieu

On note $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ la permittivité diélectrique relative du milieu $\left(\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)$

De même $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{H}$, d'où $\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$

χ_m est la susceptibilité magnétique du milieu.

Et aussi : $\vec{B} = \mu_0 (1+\chi_m) \cdot \vec{H} \Rightarrow \boxed{\mu = \mu_0 \underbrace{(1+\chi_m)}_{\mu_r}}$

On définit alors $\mu_r = 1 + \chi_m$ la perméabilité magnétique relative du milieu.

Milieux linéaires, homogènes et isotropes !

linéaires $\Downarrow$	homogènes $\Downarrow$	isotropes $\downarrow$
$\vec{j}_{libre} = \underline{\underline{\sigma}}\,\vec{E}$ $\vec{D} = \underline{\underline{\varepsilon}}\,\vec{E}$ $\vec{B} = \underline{\underline{\mu}}\,\vec{H}$	σ, μ et ε sont constants sur tout le matériau	$\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\mu}}$ et $\underline{\underline{\varepsilon}}$ sont en fait des scalaires : $\begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix} = \sigma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

A partir de maintenant, on travaillera toujours avec des MLHI.