Chapitre 5 (fin)

vendredi 9 avril 2021 11:59

* Cas d'un diélectrique non absorbant (magnétique ? non $\Rightarrow \mu_r = 1$)

($\sigma = 0$ isolant) ($k'' = 0$) $\to$ k^2 réel positif

$$\underline{k}^2 = \mu_r\left(\underline{\varepsilon}_r + \frac{i\sigma}{\varepsilon_0 \omega}\right)\cdot\frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\boxed{\underline{k}^2 = \underline{\varepsilon}_r \cdot \frac{\omega^2}{c^2}}$$

$\to$ ici ε_r est réel !

$\varepsilon_r = \varepsilon_r'(\omega)$ (partie réelle)

$$\Rightarrow \quad k^2 = \varepsilon_r(\omega)\frac{\omega^2}{c^2} \quad \text{donc} \quad k' = \sqrt{\varepsilon_r}\cdot\frac{\omega}{c}$$

$$\text{et} \quad \boxed{\omega = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r(\omega)}}\cdot k'}$$

$\hookrightarrow v_\varphi(\omega) = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r'(\omega)}}$

$$\text{On a aussi} \quad \boxed{n_{opt}(\omega) = \frac{c}{v_\varphi(\omega)} = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)}}$$

__Calcul de $v_g = \dfrac{d\omega}{dk'}$:__ ici $k^2 = \varepsilon_r(\omega)\dfrac{\omega^2}{c^2}$

$$\text{donc} \quad d(k^2) = d\Big(\underbrace{\varepsilon_r(\omega)}_{u}\cdot\underbrace{\frac{\omega^2}{c^2}}_{v}\Big)$$

$(u.v)' = u'v + v'u$

$$\Leftrightarrow \quad 2k\,dk = \varepsilon_r'(\omega)\cdot\frac{\omega^2}{c^2}d\omega + \varepsilon_r(\omega)\left[\frac{2\omega}{c^2}\right]d\omega$$

$$\Leftrightarrow \quad 2k\,dk = \left[\frac{\varepsilon_r'(\omega)\cdot\omega^2 + 2\varepsilon_r(\omega)\omega}{c^2}\right]d\omega$$

$$\text{Donc} \quad v_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk} = \frac{2k'(\omega)\cdot c^2}{\varepsilon_r'(\omega)\,\omega^2 + 2\varepsilon_r(\omega)\cdot\omega}$$

$$\boxed{v_g = \frac{2\sqrt{\varepsilon_r(\omega)}\cdot c\cdot\omega}{\varepsilon_r'(\omega)\cdot\omega^2 + 2\varepsilon_r(\omega)\cdot\omega}}$$