

Méthode générale pour obtenir la vitesse de groupe à partir de l'expression de l'équation de dispersion.

(valable uniquement quand k^2 est réel positif !!!)

De façon générale, l'équation de dispersion peut se mettre sous la forme suivante : $k^2 = F(\omega) \frac{\omega^2}{c^2}$, où la partie qui correspond au comportement du vide est multipliée par une fonction $F(\omega)$, qui prend en compte le comportement du milieu.

A partir de là, pour retrouver un $d\omega$ et un dk et pouvoir exprimer la vitesse de groupe $v_g = \frac{d\omega}{dk}$, il suffit de différencier l'équation de dispersion :

$$d[k^2] = d \left[F(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right]$$

$$2kdk = d[F(\omega)] \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{2\omega}{c^2} F(\omega) d\omega$$

$$2kdk = F'(\omega) d\omega \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{2\omega}{c^2} F(\omega) d\omega$$

$$2kdk = F'(\omega) d\omega \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{2\omega}{c^2} F(\omega) d\omega$$

D'où $\frac{\omega}{k} \cdot \frac{d\omega}{dk} = \frac{2}{F'(\omega)\omega + 2F(\omega)} c^2$, soit :

$$v_\varphi \cdot v_g = \frac{2}{F'(\omega)\omega + 2F(\omega)} c^2$$

(C'est bien homogène à une vitesse au carré !)