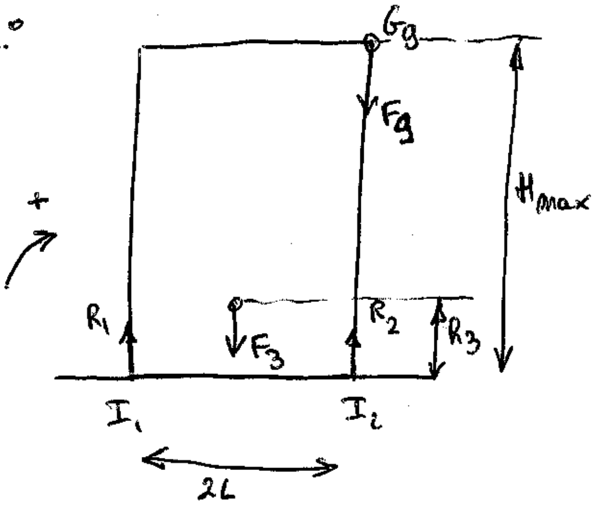
IMABS 3A / MECANIQUE

TD n° 1

① Faillover

1°



$\sum F_k = 0$

$\hookrightarrow \quad F_3 + F_g = R_1 + R_2$

$\sum M_k = 0$ en I_2 par exemple

$\hookrightarrow \quad R_1 \cdot 2L - F_3 L = 0$

soit $R_1 = \dfrac{F_3}{2}$

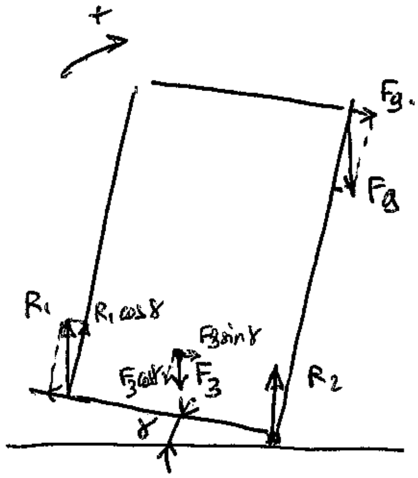
et $R_2 = F_3 + F_g - R_1 = F_g + \dfrac{F_3}{2}$

A.N avec $g = 10\ m.s^{-2}$: pour faciliter les calculs

$R_1 = 1000\ N$

$R_2 = 2000\ N$

2°



$\sum F_k = 0$ idem

$\sum M_k = 0$ en I_2 par exemple

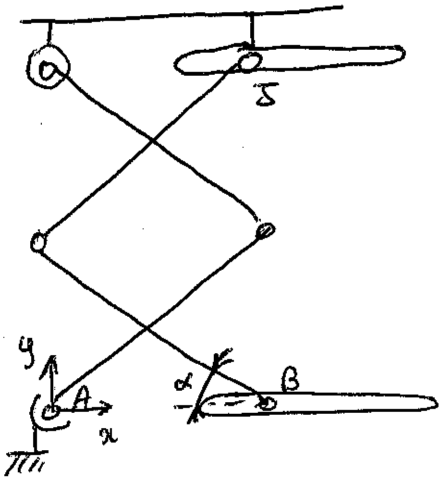
$\hookrightarrow$

$$0 = F_g \sin\gamma\, H_{max} + R_1 \cos\gamma\, 2L - F_3 \cos\gamma\, L + F_3 \sin\gamma\, H_3$$

$$R_1 = \underbrace{\frac{F_3}{2}}_{1000} - \tan\gamma \underbrace{\left(F_3 \frac{H_3}{2L} + F_g \frac{H_g}{2L} \right)}_{3000}$$

On a basculement pour $R_1 = 0$ et $\tan\gamma = \dfrac{1}{3}$ soit $\gamma = 18,4°$.

ⓘⓘ 1°



$x = AB = 2L \cos\alpha = 3 \cos\alpha$

$y = BJ = 4L \sin\alpha = 6 \sin\alpha$

AN.

α	x	y
5	2,99	0,52
10	2,95	1,04
20	2,82	2,05
30	2,60	3,00
40	2,30	3,86
50	1,93	4,60
60	1,50	5,20

2.° Par les travaux virtuels :

$F_{AB} \cdot dx = F_g \cdot dy$

or $dx = -3 \cdot \sin\alpha \, d\theta$

$dy = 6 \cdot \cos\alpha \, d\theta$

d'où $-F_{AB} \cdot 3 \sin\alpha \, \cancel{d\alpha} = F_g \, 6 \cos\alpha \, \cancel{d\alpha}$

$F_{AB} = - F_g \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{1}{\tan\alpha}$

$$\boxed{F_{AB} = - \frac{2F_g}{\tan\alpha}}$$

3.° si on appelle $z = BH$

$\vec{OB} = \begin{vmatrix} x = 3\cos\alpha \\ 0 \end{vmatrix}$ dans le plan $(A, \vec{x}, \vec{y})$

$\vec{OH} = \begin{vmatrix} \frac{x}{2} = 1{,}5\cos\alpha \\ 3L \sin\alpha = 4{,}5 \sin\alpha \end{vmatrix}$ soit $\vec{BH} = \vec{OH} - \vec{OB} = \begin{vmatrix} -\frac{x}{2} = -1{,}5\cos\alpha \\ 4{,}5 \sin\alpha \end{vmatrix}$

et $z = |\vec{BH}| = \sqrt{(1{,}5\cos\alpha)^2 + (4{,}5\sin\alpha)^2}$

$dz = \frac{1}{2} \frac{(-2 \cdot 1{,}5^2 \sin\alpha\cos\alpha + 2 \cdot 4{,}5^2 \sin\alpha\cos\alpha) \cdot d\alpha}{\sqrt{(1{,}5\cos\alpha)^2 + (4{,}5\sin\alpha)^2}}$ car $\frac{d}{d\alpha} f(g(\alpha)) = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{d\alpha}$

$dz = \frac{\sin\alpha\cos\alpha \, (4{,}5^2 - 1{,}5^2) \cdot d\alpha}{\sqrt{(1{,}5\cos\alpha)^2 + (4{,}5\sin\alpha)^2}}$

Par les travaux virtuels

$F_{BH} \cdot dz = F_g \, dy$

$F_{BH} = F_g \cdot \frac{6 \cancel{\cos\alpha}}{18} \frac{\sqrt{(1{,}5\cos\alpha)^2 + (4{,}5\sin\alpha)^2}}{\sin\alpha \cancel{\cos\alpha}} = \boxed{\frac{F_g}{3} \cdot \sqrt{4{,}5^2 + \frac{1{,}5^2}{\tan^2\alpha}} = F_{BH}}$

A.N avec $F_g = 1000$ N

α	F_{AB}	F_{BH}
5	22,86 kN	5,9 kN
10	11,34	3,2
20	5,50	2,
30	3,46	1,7
40	2,38	1,6
50	1,68	1,55
60	1,15	1,52

4.° L'attache BH permet d'avoir des efforts moins importants et plus reguliers.