

Durée : 1h30. Document non autorisés. Le sujet peut être utilisé pour répondre aux questions : n'oubliez pas de le joindre à la copie que vous rendez.

EXERCICE 1 : ALGORITHME A *

(10 PT)

Quatre containers {A, B, C, D}, de poids respectifs 10, 20, 30 et 40 tonnes, sont disposés sur les 4 premiers emplacements d'un quai de chargement qui en possède 5. La situation initiale u_0 est schématisée ci-dessous (fig. 1).

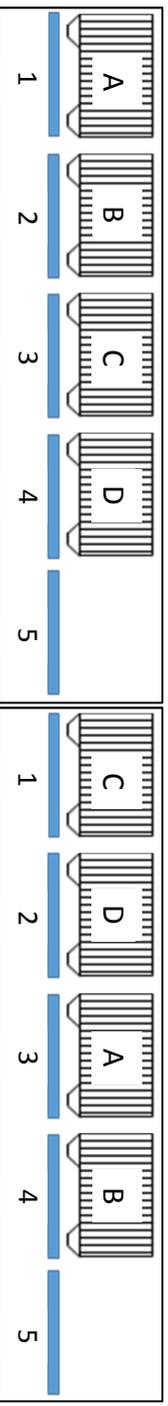


figure 1 : la situation initiale u_0

figure 2 : la situation finale t

A l'aide d'une grue, on désire changer la position des containers pour obtenir la situation finale t (fig. 2). Pour cela on effectue des *transferts*. Chaque transfert consiste à soulever puis déplacer un container depuis son emplacement actuel vers l'emplacement libre. On ne peut pas empiler les containers. Une fois un transfert fini, l'emplacement d'origine devient libre.

Par la suite, on représentera une situation quelconque u par un vecteur à 5 éléments $[v_1, v_2, v_3, v_4, v_5]$ dont chaque position contient un container parmi {A, B, C, D}, le symbole '_' représentant l'absence de container. On aura donc :

- $u_0 = [A, B, C, D, _]$ $t = [C, D, A, B, _]$.

De plus on note :

- **poids(x)** le poids d'un container x ; ex : $poids(A) = 10, poids(B) = 20, poids(C) = 30, poids(D) = 40$.
- **pos(x, u)** la position du container x dans la situation u ; ex : $pos(C, u_0) = pos(A, t) = 3$

Si x est le container déplacé entre la situation d'origine u et la situation d'arrivée v , le coût du transfert est défini par le **produit** du **poids** déplacé par la **distance** de déplacement :

$$K(u, v) = poids(x) \times |pos(x, v) - pos(x, u)|$$

Ex : si en u_0 on veut transférer le container C (de poids 30) vers l'emplacement 5, le coût = $30 \times |5-3| = 30 \times 2 = 60$.

On veut trouver une séquence de **transferts** entre u_0 et t minimisant le coût total des transferts effectués, avec A^* .

1.2 Fonction $q(u)$

Rappelez comment se calcule la fonction $q(u)$ dans une situation u intermédiaire. Que vaut $q(u_0)$? (1 pt)

1.3 Fonction $h(u)$

Proposer une fonction **$h(u)$** estimant le **coût total des transferts restants** à effectuer entre une situation u et t .

- h est-elle coïncidente ? (justifier) (0,5 pt)
- h est-elle monotone ? (justifier) (2,5 pt)
- h est-elle minorante ? (justifier) (1 pt)

1.4 En utilisant l'annexe 1, tracer l'arbre de recherche développé par A^* et indiquez la séquence solution. Numérotez les noeuds au fur et à mesure qu'ils sont générés par A^* (on envisagera en priorité le transfert le plus long vers la droite). On veillera à ne pas représenter 2 fois la même situation. Sur chaque noeud, on indiquera les valeurs $f(u)$, $h(u)$ et $g(u)$; sur chaque arc, on indiquera le container transféré et le coût de son transfert $K(u, v)$. (5 pt)

EXERCICE 2 : ALGORITHME MINMAX – NEGAMAX – ALPHA-BETA (5 PT)

On considère l'arbre de jeu MINMAX de l'annexe 2. La valeur de la fonction heuristique est calculée **du point de vue du 1^{er} joueur** (qui doit jouer en u_0). Elle est représentée au-dessous de chaque feuille de l'arbre.

2.1 Précisez quel est le joueur (1 ou 2) qui gagne en u_2 ? en u_3 ? en u_4 ? (0,5 pt)

2.2 Résolution

Calculer l'évaluation minmax de chaque noeud de l'arbre. (1 pt)

Quel coup l'algorithme minmax suggère-t-il de jouer au 1^{er} joueur en u_0 : a ou b ? (0,5 pt)

2.3 Convention Negamax

Mentionnez également sur tous les noeuds les valeurs **negamax** (avec une autre couleur). (1 pt)

2.4 Indiquez par une coupure (/) toutes les branches qui sont élaguées par l'algorithme **alpha-beta** (2 pt)

EXERCICE 3 : ALGORITHME AO*

(5 PT)

On désire appliquer l'algorithme AO* pour trouver le sous-graphe solution correspondant à la meilleure décomposition du problème **a**.

Les valeurs de l'heuristique sont données dans le tableau suivant ci-dessous.

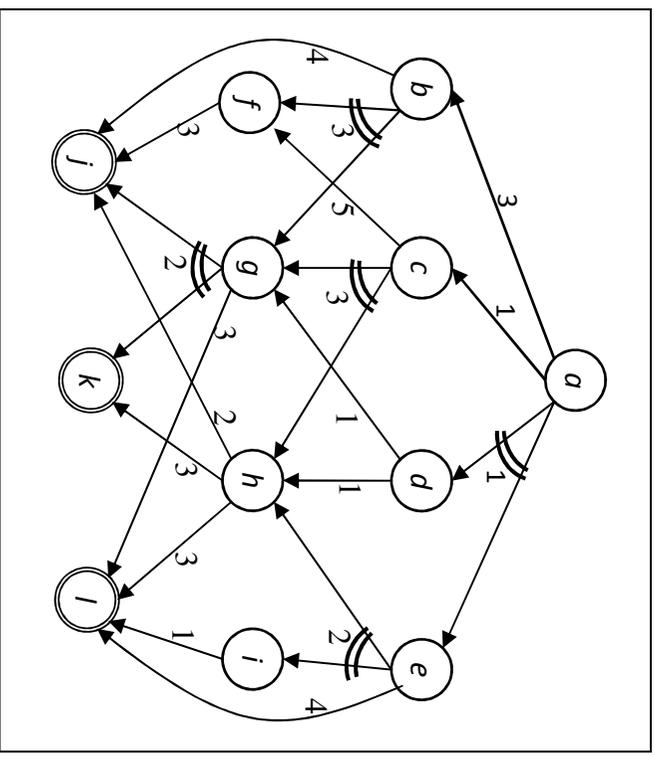
U	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
$h(U)$	5	3	4	1	2	2	1	1	1	0	0	0

Les nœuds j, k et l sont des nœuds terminaux.

Utilisez le graphe ci-contre pour tracer le déroulement de AO* :

Indiquer pour chaque sommet U développé :

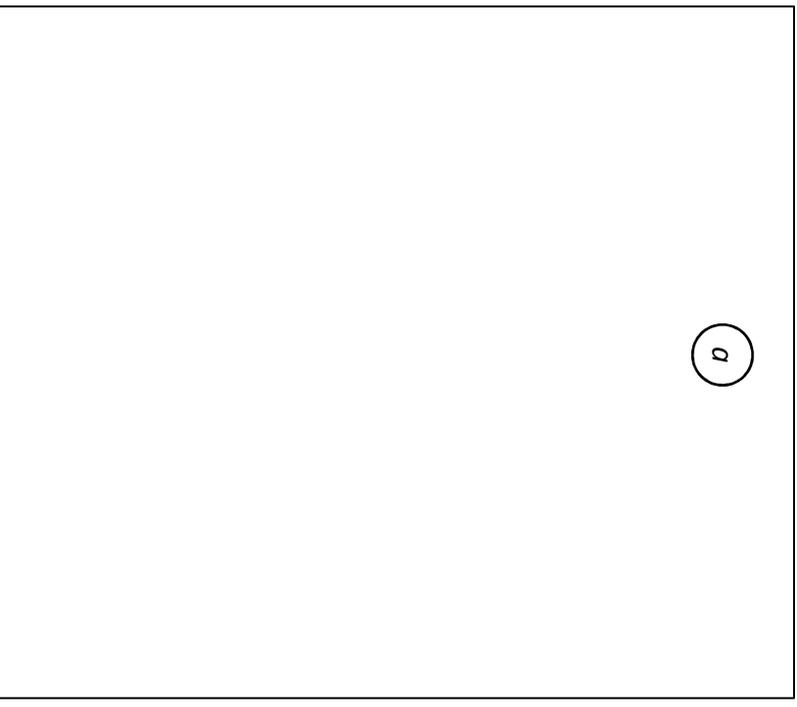
- son coût actualisé $q(U)$ et marquer
- le k-connecteur responsable de cette valeur $q(U)$ (à l'aide d'un point '.' ou d'une couleur).



Dessiner le sous-graphe solution ci-dessous. Indiquez bien le coût $q(a)$.

Nom :

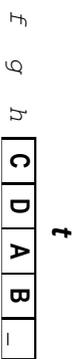
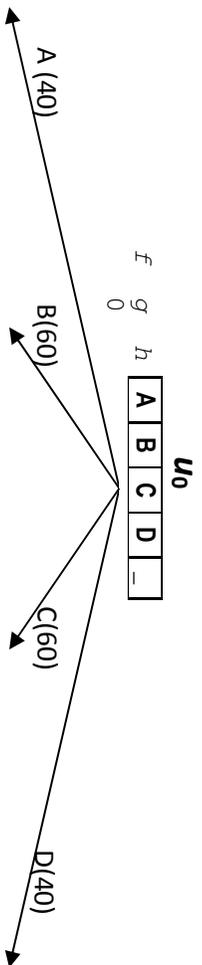
Prénom :



Annexe 1 : Graphe de recherche développé par A* (question 1.4)

Nom :

Prénom :



Annexe 2 : Arbre Minimax – Négamax – Alpha-Beta

Nom :

Prénom :

