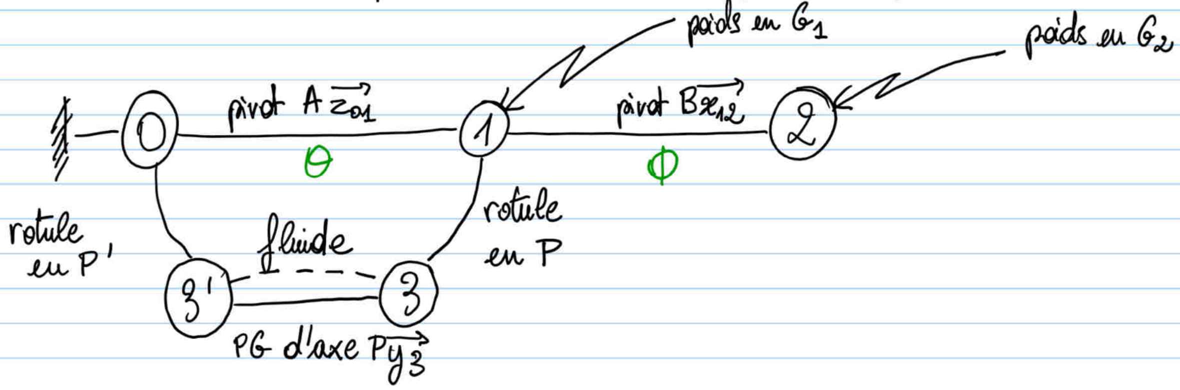
Éléments de correction CC dynamique (Le barème est approximatif car initialement sur 14 pas 20)

1pt 1)



3pts 2a) $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot\theta\,\vec{z_{01}}$ $\quad \vec{v}_{G_1\in 1/0} = -L_1\dot\theta\,\vec{x_1}$

2b) $\vec{\Omega}_{2/0} = \dot\phi\,\vec{x_{12}} + \dot\theta\,\vec{z_{01}}$ $\quad \vec{v}_{G_2\in 2/0} = \left|\begin{array}{l} -(2L_1 + L_2\cos\phi)\dot\theta \\ -L_2\dot\phi\sin\phi \\ L_2\dot\phi\cos\phi \end{array}\right._1$

⚠ cinématique = vitesses ≠ cinétique

6pts 3) $\vec{\sigma}_{G_2}(2/0)$ à déterminer en $\mathcal{B}_2$ $\longrightarrow$ $\vec{\delta}_{G_2}(2/0) = \left|\begin{array}{l} A_2\ddot\phi + (C_2 - B_2)\dot\theta^2\sin\phi\cos\phi \\ (A_2 + B_2 - C_2)\dot\theta\dot\phi\cos\phi \\ (B_2 - A_2 - C_2)\dot\theta\dot\phi\sin\phi \end{array}\right._2$

⚠ la notation du moment contient le pt

⚠ UNITÉS = $kg \cdot m^2/s^2$

moment inertie x accel ang | moment inertie x (vitesse ang)^2

masse x longueur^2 x accel ang | masse x longueur^2 x (vitesse ang)^2

OU

$\vec{v}_{G_2\in 2/0} \rightarrow$ projeter dans $\mathcal{B}_2$ $\rightarrow$ $\vec{a}_{G_2\in 2/0} = \dfrac{d}{dt}\vec{v}_{G_2\in 2/0}\Big|_2 + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{v}_{G_2\in 2/0}$

$\vec{v}_{G_2\in 2/0}$ dans $\mathcal{B}_1$ $\rightarrow$ $\vec{a}_{G_2\in 2/0} = \dfrac{d}{dt}\vec{v}_{G_2\in 1/0}\Big|_1 + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{v}_{G_2\in 2/0}$ $\rightarrow$ projeter dans $\mathcal{B}_2$

⚠ c'est la vitesse de la BASE d'expression de la vitesse PAS la vitesse du solide observé qui doit être utilisée dans la formule de la base mobile

$\vec{R}_d(2/0) = \left|\begin{array}{l} 2m_2L_2\dot\theta\dot\phi\sin\phi \\ m_2\left[-(2L_1 + L_2\cos\phi)\dot\theta^2\cos\phi - L_2\dot\phi^2\right] \\ m_2\left[(2L_1 + L_2\cos\phi)\dot\theta^2\sin\phi + L_2\ddot\phi\right] \end{array}\right._2$

⚠ UNITÉS = $kg \cdot m/s^2$

- masse x longueur x (vitesse ang)^2
- masse x longueur x accel ang
- masse x accel linéaire

1,5 pt 4) L'ensemble {3 + 3'} est soumis à 2 glisseurs (rotule / rotule)
et on néglige leur masse et leur inertie → pour cet ensemble on peut écrire le PFS
On sait que le PFS sur un ensemble soumis à 2 glisseurs uniquement permet de déterminer la direction des efforts (résultat de CM et TD du S_1)
⇒ La direction des efforts dans les rotules en P et P' est $\vec{y_3}$
(Les efforts en P et P' sont aussi égaux et de sens opposés)

2 pt 5a) On ne peut pas isoler {3 et 3'} car déjà fait à la question 4
Si on isole {3} seul ou {3'} seul on a
→ 4 inconnues du PG
→ 1 inconnue du fluide sur le piston
→ 1 inconnue de la rotule (reste du système sur le vérin)
→ 1 mobilité interne du vérin
= 7 inconnues (hyperstatique)

permet de relier l'effort du vérin à la pression du fluide mais pas au mouvement qu'on souhaite obtenir (θ et ϕ) sur le reste du système

On isole {1 et 2} ou {1, 2, 3, 3'} on a
→ 5 inconnues du pivot en A
→ 1 inconnue de l'effort vérin (rotule)
= 6 inconnues

permet de relier l'effort du vérin (rotule en P ou P') au mouvement recherché (θ et ϕ apparaitront dans les torseurs dynamiques)

Si on isole {1} seul on a trop d'inconnues car on ajoute les 5 du pivot 2/1
Si on isole {2} seul, l'effort du vérin n'apparait pas (pas de rotule en P ou P')

→ détail du BAME :

$$
{}_{\mathcal{B}_0/\mathcal{B}_1}\begin{Bmatrix} X_{A01} & L_{A01} \\ Y_{A01} & M_{A01} \\ Z_{A01} & 0 \end{Bmatrix}_A
\quad
{}_{\mathcal{B}_0}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_1}
\quad
{}_{\mathcal{B}_0}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_2 g & 0 \end{Bmatrix}_{G_2}
\quad
{}_{\mathcal{B}_3}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_v & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P \text{ ou } P'}
$$

inconnues

⚠ $\mathcal{B}_3 \neq \mathcal{B}_0 \neq \mathcal{B}_1$
le seul axe confondu est l'axe $\vec{z}_{013}$

1,5pt 5b) $\vec{\delta}_{G_1}(1/0) = \vec{0}$ car $\dot{\theta} = cst$ $\qquad \vec{Rd}(1/0) = -m_1 L_1 \dot{\theta}^2 \vec{y_1}$

1,5pt 5c) On souhaite déterminer F_v mais pas les inconnues du pivot

La seul équation permettant de ne pas avoir les inconnues du pivot

est l'équation du moment au point A projetée sur l'axe $\vec{z_{013}}$

⚠ axe $\vec{z}$ ne veut rien dire si vous ne précisez pas la base ($\vec{z_2} \neq \vec{z_{013}}$)

3,5pt 6) * moment en A des Fext selon $\vec{z_{013}}$

→ $\vec{M_A}(\text{poids}) \cdot \vec{z_{013}} = 0$ car le poids est selon $\vec{z_0}$ donc // à l'axe unique que nous étudions $(A\vec{z_0})$

→ $\vec{M_A}(F_v) = \begin{vmatrix} ? \\ ? \\ d F_v (\cos\alpha \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta) = d F_v \cos(\theta - \alpha) \end{vmatrix}_0$ pas nécessaire donc pas à calculer (perte de temps)

* moment en A des torseurs dynamiques des solides

(si 3 et 3' isolés alors il faut mentionner que leur torseur dynamique est nul car la masse et l'inertie sont négligées)

$\vec{\delta}_A(1/0) = \begin{vmatrix} ? \\ ? \\ 0 \end{vmatrix}$ idem précédent

$\vec{\delta}_A(2/0) \cdot \vec{z_{01}} = \delta_{y2} \sin\phi + \delta_{z2} \cos\phi - (2L_1 + L_2 \cos\phi) Rd_{x2}$

OU

→ projeter le torseur de 2 en base $\mathcal{B}_1$ → déplacer le moment en A

→ déplacer le moment en A en base $\mathcal{B}_2$ → projeter le moment sur $\vec{z_{01}}$ en faisant le produit vectoriel

$\vec{\delta}_A(2/0) \cdot \vec{z_{01}}$

$= \begin{vmatrix} \delta_{Ax2} \\ \delta_{Ay2} \\ \delta_{Az2} \end{vmatrix}_2 \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ \sin\phi \\ \cos\phi \end{vmatrix}_2$ expression de $\vec{z_{01}}$ dans la base 2

* TMD en $A\vec{z_{01}}$

UNITES = N×m (moment car TMD)

force = $\frac{\text{moment}}{\text{longueur}}$ $\quad F_v = \frac{1}{d\cos(\theta-\alpha)} \left[\delta_{y2} \sin\phi + \delta_{z2} \cos\phi - (2L_1 + L_2\cos\phi) Rd_{x2} \right]$

$N = \frac{Nm}{m}$

longueur (m) $\quad$ moment dynamique (Nm) $\quad$ longueur (m) × résultante dynamique (N)