

Aucun document personnel autorisé (formulaire fourni en annexe) Lors de la correction, la plus grande importance sera accordée à la clarté de la copie, la mise en valeur des résultats et à la justification des équations et des hypothèses. Pour l'écriture des composantes des vecteurs, l'étudiant choisira le repère de projection qui lui semble le plus adapté.
JUN 2021

Comportement dynamique d'une moto lors d'un wheeling

Présentation :

A l'image de l'industrie automobile, la propulsion électrique est le nouveau cheval de bataille de nombreux constructeurs de 2 roues, voire l'unique alternative aux soucis de pollution qu'elle soit chimique ou sonore.



L'objet de ce sujet est d'étudier le comportement dynamique d'une moto trial électrique lors d'un « wheeling » (cas où la moto sous l'action d'un fort couple moteur et éventuellement d'une action du pilote sur le guidon roule en appui uniquement sur la roue arrière).

La moto est modélisée par 3 solides, la roue arrière S_1 , la roue avant S_2 et l'ensemble cadre-moteur-pilote S_3 .

Les roues sont en liaison avec le cadre par des liaisons pivot parfaites d'axe $G_1\vec{z}_0$ et $G_2\vec{z}_0$.

On suppose le problème plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ dans le repère $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, \vec{x}_0 étant horizontal.

- Roue arrière S_1 : masse m_1 , de rayon R et de centre de masse G_1 et de moment d'inertie J_1 en G_1 autour de \vec{z}_0 axe central d'inertie
- Roue avant S_2 : masse m_2 , de rayon R et de centre de masse G_2 et de moment d'inertie J_2 en G_2 autour de \vec{z}_0 axe central d'inertie
- Ensemble S_3 : masse m_3 , centre de masse G_3

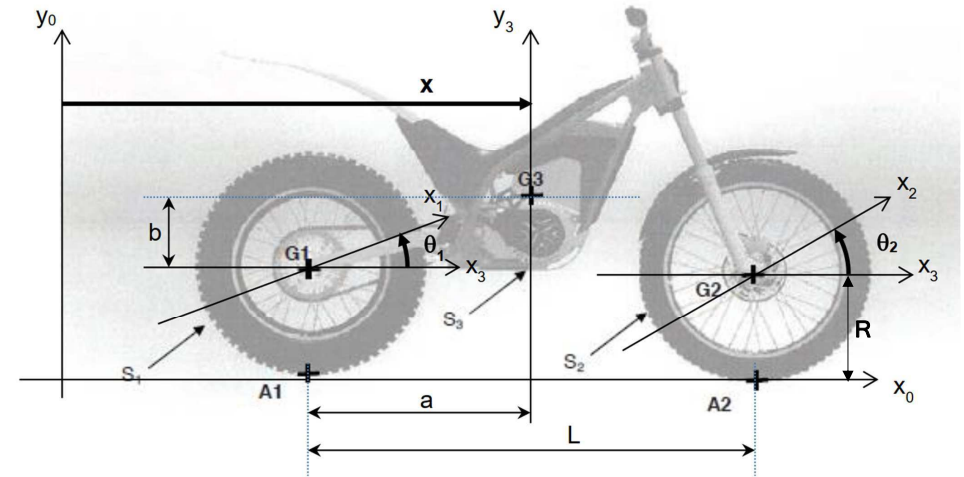
On repère la position de la moto par le paramètre $x(t)$ correspondant à l'abscisse de G_3 .

On désigne par θ_i l'angle de rotation de la roue i par rapport au repère \mathcal{R}_3 lié à S_3 .

Le moteur M_e exerce sur la roue arrière par la transmission complète, un couple $C_m\vec{z}_0$

Le contact roue i /sol se fait par des liaisons ponctuelles avec frottements aux points A_i . Les actions du sol sur les roues sont modélisées par le torseur suivant :

$$\{T_{sol \rightarrow i}\} = \left\{ \begin{array}{c} T_i\vec{x}_0 + N_i\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_i}$$



Objectif d'étude 1 : Effectuer une étude dynamique de la moto lorsque S_3 est en translation rectiligne (**problème plan**)

Hypothèses :

On suppose dans un premier temps que les deux roues sont en contact avec le sol et que ce contact roue/sol aux points A_1 et A_2 se fait sans glissement.

Le cadre de la moto et le pilote (solide S_3) sont en **mouvement de translation rectiligne**.

Question 1 : Ecrire les 3 équations dans le plan issues du Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à l'ensemble $E = S_1 + S_2 + S_3$.

Critères d'évaluation : démarche, bilan des actions mécaniques **avec schéma**, rigueur dans le calcul des grandeurs dynamiques

Objectif d'étude 2 : Calculer l'accélération x nécessaire et vérifier le non glissement de la roue arrière en « wheeling » (moto en appui uniquement sur la roue arrière)

Hypothèses :

- on suppose que l'angle de la moto avec le sol pendant le début de wheeling est constant et très petit (la roue 2 n'est juste plus en contact avec le sol)

- on suppose que l'inertie de la roue arrière vaut $J_1 = m_1 R^2$

- on prendra $a = L/2$, $b = L/4$

- on suppose que la roue 2 ne tourne plus soit $\theta_2 = 0$

On donne les valeurs numériques : $m_1=9\text{kg}$, $m_2=7\text{kg}$, $m_3= 94\text{kg}$, $R=0.345\text{m}$, $a=L/2$, $b=L/4$, $L=1300\text{mm}$
 $g=10\text{ m/s}^2$

On note le facteur d'adhérence (coefficient de frottement de Coulomb) roue/sol : f

Question 2 : Justifier le choix de l'isolement pour cette étude.

Question 3 : A partir du système de trois équations établies à la question 1, déterminer :

- l'accélération de la moto lorsque commence le wheeling,
- le facteur d'adhérence minimum f_{\min} pour assurer le non glissement de la roue arrière en A_1

Critères d'évaluation : Application numérique donnant x , rigueur dans l'application des lois de Coulomb, résultats obtenus

Objectif d'étude 3 : Estimer l'effort nécessaire du pilote pour effectuer un « wheeling »

Hypothèses :

Les hypothèses sont les mêmes que pour l'étude 2 (la roue 2 n'est plus en contact avec le sol).

Il n'y a pas de glissement au niveau de la roue S_1 en A_i .

Les liaisons (exceptée la liaison sol/roue) sont supposées parfaites.

On prendra pour la suite de l'étude $x = 10m/s^2$

Données sur les caractéristiques de masse :

Composants	Données	
Moto + pilote	$m_3=94kg$	
Roue avant	$m_2=7kg - J_2=0,8kg.m^2$	Diamètre : 690mm
Roue arrière	$m_1=9kg - J_1=0,8kg.m^2$	Diamètre : 690mm
Rotor (arbre moteur)	$J_r=0,006 kg.m^2$	Moment d'inertie autour de l'axe de rotation, qui est principal d'inertie
Arbre intermédiaire	$J_{int}=0,0017 kg.m^2$	Moment d'inertie autour de l'axe de rotation, qui est principal d'inertie

Question 4 : Calculer la vitesse de rotation de la poulie P_2 en fonction de k_2 , R et \dot{x}

Question 5 : Calculer la vitesse de rotation de l'arbre moteur en fonction de k_1 , k_2 , R et \dot{x}

Question 6 : Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble $E = S_1 + S_2 + S_3$

Question 7 : Calculer l'énergie cinétique de rotation de la transmission (l'énergie cinétique de translation de la transmission est déjà prise en compte quand on calcule l'énergie cinétique du solide S_3) en fonction de k_1 , k_2 , J_r , J_{int} , R et \dot{x} (toutes les données ne sont pas forcément nécessaires)

Question 8 : Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (E) et déterminer le couple moteur qu'il faudrait appliquer pour amorcer le wheeling. Le comparer au couple moteur maxi et déduire si le pilote doit exercer une action sur le guidon pour réaliser un wheeling.

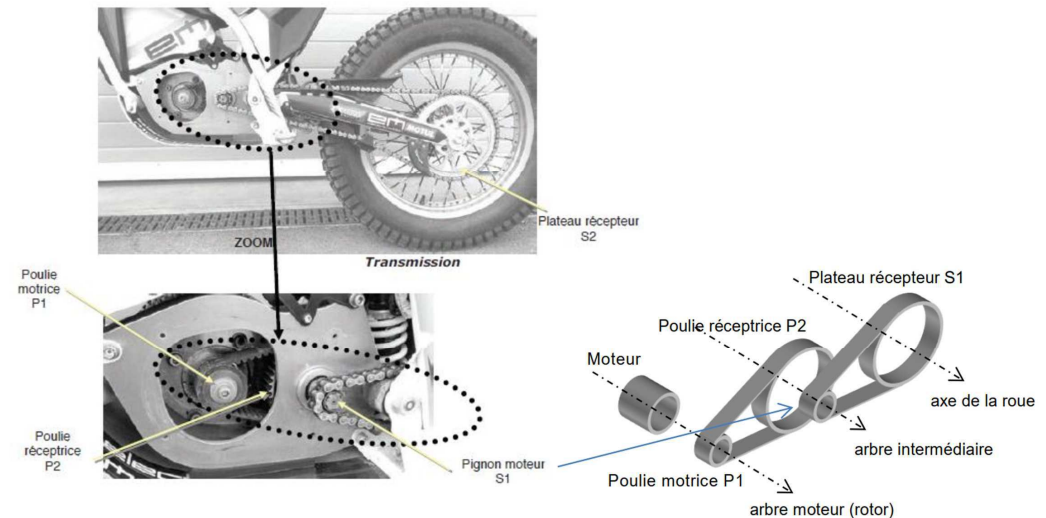
Critères d'évaluation : démarche, rigueur dans le calcul de l'énergie cinétique et dans le calcul des puissances, résultats obtenus et interprétation, application numérique.

Question 9 : Est-ce que les expressions changent en cas de glissement entre la roue et le sol? Justifier.

ANNEXE 1

Moteur électrique de type Brushless

Puissance : 5kW en continu (12kW en pic)
Couple : 16Nm en continu (24Nm en pic)



Rapport de transmission	Nombres de dents donnés à titre indicatif
Mécanisme poulie/courroie Rapport de transmission $K_1=0,45$	Poulie P1 : nombre de dents =20 Poulie P2 : nombre de dents = 44
Mécanisme pignon/chaîne Rapport de transmission $K_2=0,16$	Pignon moteur S1 : nombre de dents = 9 Plateau récepteur : nombre de dents =57

Formulaire

Torseur en un point A :

$$[T]_{A;\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\mathcal{B}} \quad \vec{M}_A = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix}_A \quad \text{avec } \vec{M}_{A[T]} = \vec{M}_{B[T]} + A\vec{B} \wedge \vec{R}_{[T]}$$

Torseur cinématique en un point A du mouvement d'un solide rigide :

$$[C_{S/\mathcal{R}}] = [\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}] \quad , \quad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} = \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} + A\vec{B} \wedge \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}$$

Relation de composition des vitesses :

$$\vec{V}_{(A \in S_2/S_0)} = \vec{V}_{(A \in S_2/S_1)} + \vec{V}_{(A \in S_1/S_0)}$$

Relation de dérivation dans une base mobile :

$$\left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_1} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_2} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{u}$$

Principe Fondamental de la Dynamique :

$$[F_{Ext/S}]_A = [\mathcal{D}_{(S/\mathcal{R})}]_A \Rightarrow \begin{cases} \vec{R}_{[F_{ext}/S]} = m\vec{\Gamma}_{(G \in S/\mathcal{R})} \\ \vec{M}_{A[F_{ext}/S]} = \vec{\delta}_A^{(S/\mathcal{R})} \end{cases}$$

avec :

$$\vec{\delta}_A^{(S/\mathcal{R})} = \left(\frac{d}{dt} \vec{\sigma}_A^{(S/\mathcal{R})} \right)_{\mathcal{R}} + m\vec{V}_{(A/\mathcal{R})} \wedge \vec{V}_{(G \in S/\mathcal{R})}$$

où :

$$\vec{\sigma}_A^{(S/\mathcal{R})} = [I_{A;\mathcal{B}}(S)] \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} + m A\vec{G} \wedge \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} \quad \text{avec } A \in S$$

et

$$[I_{A;\mathcal{B}}(S)] = \begin{bmatrix} \int_S (x^2+z^2)dm & -\int_S xydm & -\int_S xzdm \\ -\int_S xydm & \int_S (x^2+x^2)dm & -\int_S yzdm \\ -\int_S xzdm & -\int_S yzdm & \int_S (x^2+y^2)dm \end{bmatrix}$$

Théorème de Huygens

$$[I_{A;\mathcal{B}}(S)] = [I_{G;\mathcal{B}}(S)] + [I_{A;\mathcal{B}}(G,m(S))]$$

Puissance développée

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = [\vec{R}_{[F_{ext}/S]}]_{A} \otimes [\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}]_{A} \wedge \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})}_{A}$$

Energie cinétique

$$\mathcal{E}_{S/\mathcal{R}} = \frac{1}{2} m \vec{V}^2_{(G \in S/\mathcal{R})} + \frac{1}{2} \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \cdot ([I_G(S)] \cdot \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}), \text{ si } A \text{ est fixe, } \mathcal{E}_{S/\mathcal{R}} = \frac{1}{2} \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \cdot ([I_A(S)] \cdot \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}})$$

$$\mathcal{E}_{S/\mathcal{R}} = \frac{1}{2} [\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}]_P \otimes [\vec{Rc}(S/\mathcal{R})]_P \cdot \vec{\sigma}_P(S/\mathcal{R}) \quad \text{pour un point quelconque}$$

Théorème de l'Energie Cinétique

$$\left(\frac{d\mathcal{E}_{S/\mathcal{R}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}} = \mathcal{P}_{Ext \text{ à } S/\mathcal{R}} + \mathcal{P}_{Int \text{ à } S/\mathcal{R}}$$